

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : 3 ساعات

السنة الدراسية : 2022 / 2023

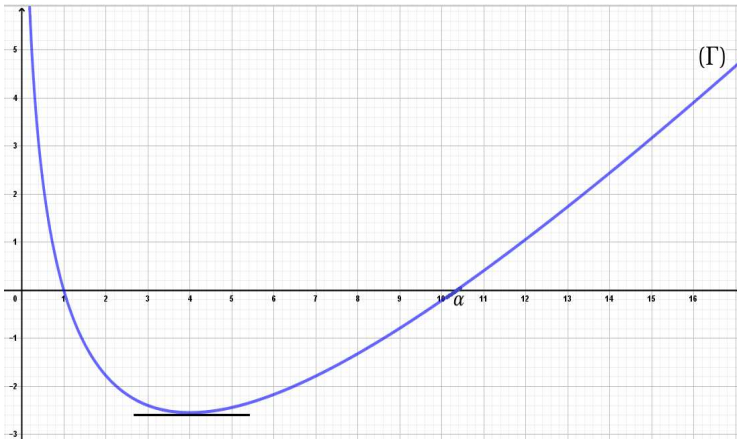
التمرين الأول : إختار الإجابة الصحيحة مع التعليل

$f(x) = -e^{-2x} + 1$	$f(x) = -e^{-2x} - 1$	$f(x) = e^{-2x} - 1$	حل المعادلة التفاضلية $y' + 2y - 2 = 0$ و الذي يحقق $f(0) = 0$ هو الدالة f
$A = 0$	$A = -1$	$A = e + 1$	الكتابة المبسطة للعدد A حيث: $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$ هي
$S = \emptyset$	$S = \{\ln \frac{4}{3}; 1\}$	$S = \{\frac{\ln 4}{\ln 3}; 1\}$	حلول المعادلة : $3^{2x} - 7 \times 3^x + 12 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي
$x = -1$	$x = 1$	$x = 2$	معادلة محور تناظر منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ ب : $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x - 1)^2$ هي
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = 2(e^x)^2 - e^x - 3$ هي
$f'(x) = \frac{\ln 3}{2x^2} \times 3^{\frac{1}{x}}$	$f'(x) = -\frac{\ln 3}{x^2} \times 3^{\frac{1}{x}}$	$f'(x) = \frac{\ln 3}{x^2} \times 3^{\frac{1}{x}}$	مشتقة الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب : $f(x) = 3^{\frac{1}{x}}$ هي

التمرين الثاني :

الجزء الأول : (Γ) منحنى الدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و المعرفة على $]0; +\infty[$ ب :

$$g(x) = x - 1 - 4\ln x$$



بقراءة بيانية :

1. شكل جدول تغيرات الدالة g .
2. حدد إشارة كلا من $g(x)$ و $g'(x)$.
3. ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب
تماما m عدد حلول المعادلة : $g(x) = \ln(m)$

الجزء الثاني : f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{e^{x-1}}{x^4} - (x-1) + 4\ln x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ فإن : $f(x) = e^{g(x)} - g(x)$.
2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .
3. أحسب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$.
4. استنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.
5. تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن : $e^x - 2x > 0$.
6. استنتج الوضع النسبي بين (C_f) و (Γ) .
7. أرسم (C_f) و (Γ) على المجال $]0; 16]$.

التمرين الثالث :

الجزء الأول : g دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + x - x\ln x$

1. أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها. علما أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x\ln x = 0$
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3.5 < \alpha < 3.6$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني :

f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج بيانيا.
2. بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $]0; +\infty[$ ثم بين أن : $f'(x) = \frac{g(x^2)}{x(1+x^2)^2}$.
3. أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين بدون حساب $\lim_{x \rightarrow \sqrt{a}} \frac{f(x) - f(\sqrt{a})}{x - \sqrt{a}}$ فسر النتيجة بيانيا.
5. بين أن : $f(\sqrt{a}) = \frac{1}{2a}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\sqrt{a})$.
6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الترتيبية 0.
7. أرسم (C_f) و (T) .

8. (Δ_m) المستقيم ذو المعادلة $y = mx - m$ حيث m وسيط حقيقي.
9. بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها .
9. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $\ln x = m(x-1)(1+x^2)$

الجزء الثالث : k دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $k(x) = \sqrt{[(f(x))]^2}$

1. اشرح كيف يمكن إنشاء (C_k) منحنى الدالة k إنطلاقا من (C_f)
2. h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x) = f(e^{-x})$
2. بدون حساب عبارة $h(x)$ بدلالة x أدرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

التعليق: 0,5

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}^*$

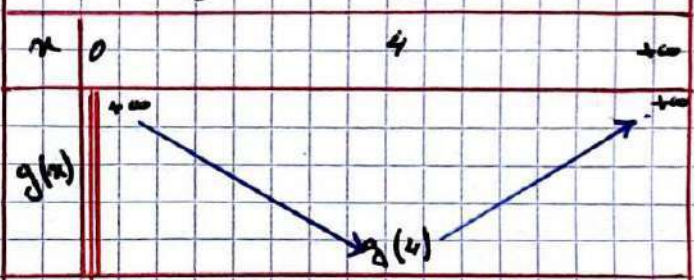
$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \ln 3^{1/x}$$

التدريب الثاني: 0,5

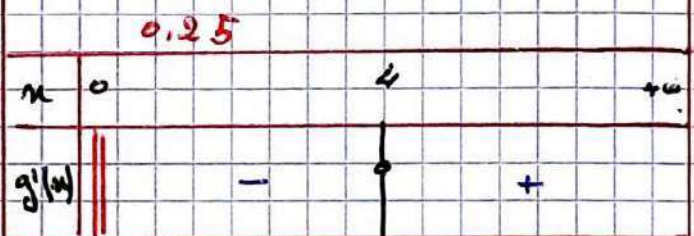
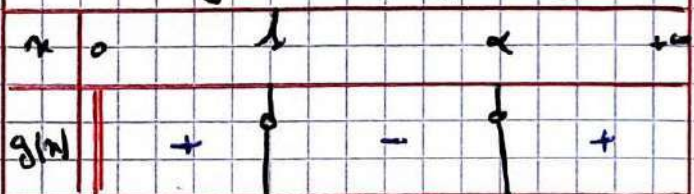
$$g(x) = x - 1 - 4 \ln x$$

بقرء = بيانية

1- جدول تغيير إشارة الدالة g : 0,5



2- إشارة $g(x)$ و $g'(x)$: 0,25



3- المماثلة البيانية

حلول المعادلة هي خواص نقطة تقاطع

$y = \ln(x)$ مع المستقيم الذي معادله

و الحالة 0,25

$$m \in]0; e^{g(4)}[\cup]e^{g(4)}; +\infty[\Leftrightarrow \ln(m) = g(4)$$

المعادلة لا تقبل حل

و الحالة 0,25

$$m = e^{g(4)} \Leftrightarrow \ln(m) = g(4)$$

المعادلة تقبل حل واحد

و الحالة 3: 0,25

$$m \in]e^{g(4)}; +\infty[\cup]e^{g(4)}; +\infty[\Leftrightarrow \ln(m) = g(4)$$

المعادلة تقبل حلان

الجزء الثاني

$$f(x) = \frac{e^{x-1}}{x^2} - (x-1) + 4 \ln x$$

للتحقق من ذلك

$$f(x) = e^{g(x)} - g(x)$$

$$\begin{aligned} e^{g(x)} - g(x) &= e^{x-1-4 \ln x} - (x-1) + 4 \ln x \\ &= e^{x-1} \times e^{-4 \ln x} - (x-1) + 4 \ln x \\ &= e^{x-1} \times \frac{1}{e^{4 \ln x}} - (x-1) + 4 \ln x \\ &= \frac{e^{x-1}}{x^4} - (x-1) + 4 \ln x = f(x) \end{aligned}$$

$$f(x) = e^{g(x)} - g(x)$$

و الحالة 0,6

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} e^{g(x)} - g(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \left[\frac{e^{g(x)}}{g(x)} - 1 \right] = +\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{g(x)} - g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \left[\frac{e^{g(x)}}{g(x)} - 1 \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

3- مع $f'(x)$ و $g'(x)$ و $g(x)$

f دالة قابلة للإشتقاق على $]0; +\infty[$

$$f'(x) = g'(x) e^{g(x)} - g'(x)$$

$$f'(x) = g'(x) [e^{g(x)} - 1]$$

(3) حلول المعادلة $3^{2x} - 7 \times 3^x + 12 = 0$

$S = \left\{ \frac{\ln 4}{\ln 3} \text{ و } 1 \right\}$ 0.25

التحليل: $0.5 + 0.5$
نضع $t = 3^x$

$t^2 - 7t + 12 = 0$

$b = 49 - 4(1)(12)$

$\Delta = 1$

$t_1 = 3$ أي $3^x = 3$ أي $x = 1$

$t_2 = 4$ أي $3^x = 4$ أي $x \ln 3 = \ln 4$

$x = \frac{\ln 4}{\ln 3}$ أي

$S = \left\{ \frac{\ln 4}{\ln 3} \text{ و } 1 \right\}$

(4) معادلة من الدرجة الثانية

$f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$ 0.25

$x = 1$

التحليل: $f(2x-x) = f(x)$

$f(2x-x) = (2x-x)^2 - 2(2x-x) - \ln(2x-x-1)^2$

$= 4x^2 - 4x - 2x + 2 - \ln(x-1)^2$

$= 4x^2 - 6x + 2 - \ln(x-1)^2$

$4x - 6x + 2 - \ln(x-1)^2 = 0$

$4x(1-x) - \ln(2x-x-1)^2 = 0$

$x = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.25

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(2e^x - 1 - \frac{3}{e^x} \right) = +\infty$ 0.5

في الحقيقة، لا توجد حلول أخرى في $\mathbb{R}^*$

$f'(x) = -\frac{\ln 3}{x^2} \times 3^x$ 0.25

$f(x) = 3^{1/x}$

تمديد 10 اختبار 5

التحليل 10 أولًا: اختيار 10 جابة الصحيحة

مع التحليل: 0.5, 0.5

(1) حل المعادلة التفاضلية

$p(x) = -e^{2x} + 1$ 0.25

التحليل: حلول المعادلة التفاضلية

$y' + 2y = 2$ 0.6

هي الدالة من الشكل $f(x) = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$

$y' = -2y + 2$

$y' - ay + b = 0$ $\begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$

$f(x) = Ce^{-2x} - \frac{2}{-2}$

$f(x) = Ce^{-2x} + 1$

ولدينا $f(0) = 0$

$f(0) = Ce^0 + 1 = 0$

$C = -1$

$f(x) = -e^{-2x} + 1$

وهذه الكتابة المبسطة

(2) كتابة البسيطة للعدد A

$A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e+1)$

$A = -1$ 0.25

التحليل:

$A = \ln(e + e^{-1} + 2) - \ln(e+1)^2$

$A = \ln \left(\frac{e + \frac{1}{e} + 2}{e^2 + 2e + 1} \right)$ 0.1

$A = \ln \left(\frac{e^2 + 1 + 2e}{e} \right) - \ln(e^2 + 1 + 2e)$

$A = \ln \frac{1}{e}$

$A = \ln e^{-1}$

$A = -1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$$

$R'(x)$ ح.ا. +

الدالة h قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولذا:

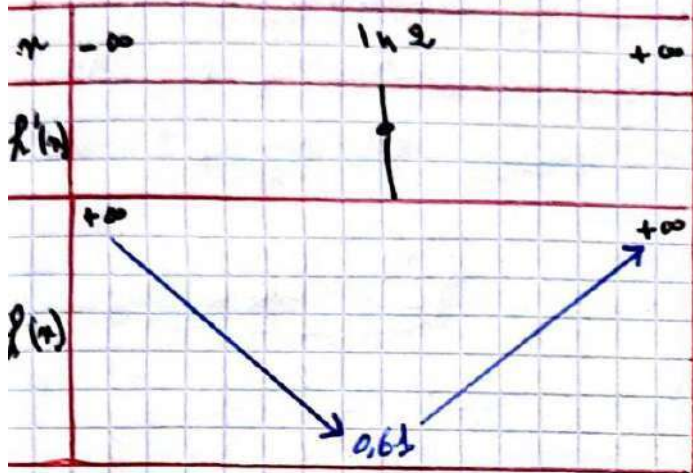
$$h'(x) = e^x - 2$$

دراسة إشارة $R'(x)$

نحل المعادلة $h'(x) = 0$

$$e^x - 2 = 0 \quad \text{أي} \quad e^x = 2$$

$$x = \ln 2$$



$$h(\ln 2) = 0.61$$

$\forall x \in \mathbb{R}, h(x) \geq 0.61$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$h(x) > 0 \quad \text{أي}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x - 2x > 0$$

(6) - استنتاج الوحد الطبيعي بين (f) و (g)

ندرس إشارة: $f(x) - g(x)$

$$f(x) - g(x) = e^{g(x)} - 2g(x)$$

لدينا من س 5: $e^x - 2x > 0$

أي من أجل $x \in]0; +\infty[$

$$f(x) - g(x) > 0$$

أي أن (f) أكبر من (g) يتبع فوق المنطق (1)

(7) - ملاحظة: 0.25

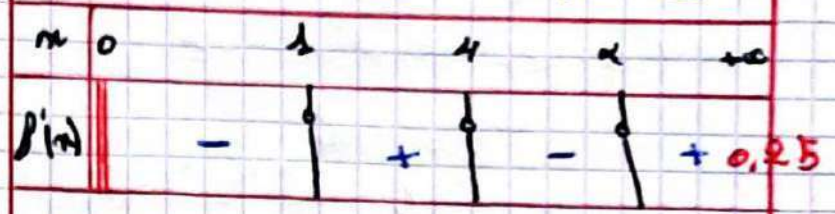
(4) - استنتاج إشارة تغير الدالة f

$$e^{g(x)} - 1 > 0$$

$$e^{g(x)} > e^0$$

$$g(x) > 0$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $1 - e^{g(x)}$ 0.25



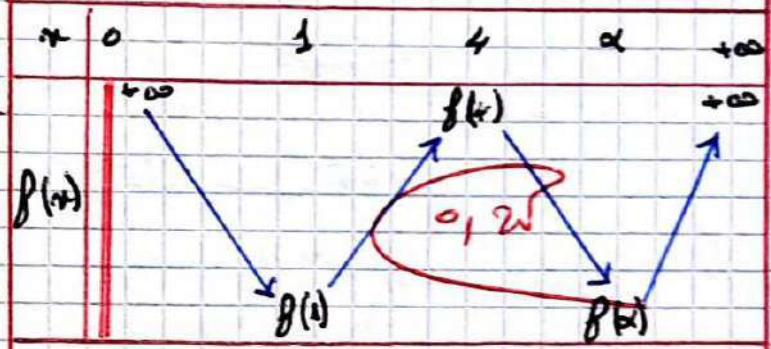
الدالة f متزايدة تناقصا على المجال

$$x \in [1, 4] \cup [x; +\infty[$$

الدالة f متناقصتنا على المجال

$$x \in]0, 1[\cup [4; +\infty[$$

جدول تغيرات الدالة f



(5) - التحقق أننا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$0.5$$

$$e^x - 2x$$

فإن

$$h(x) = e^x - 2x$$

نضع

ندرس إشارة تغير الدالة h

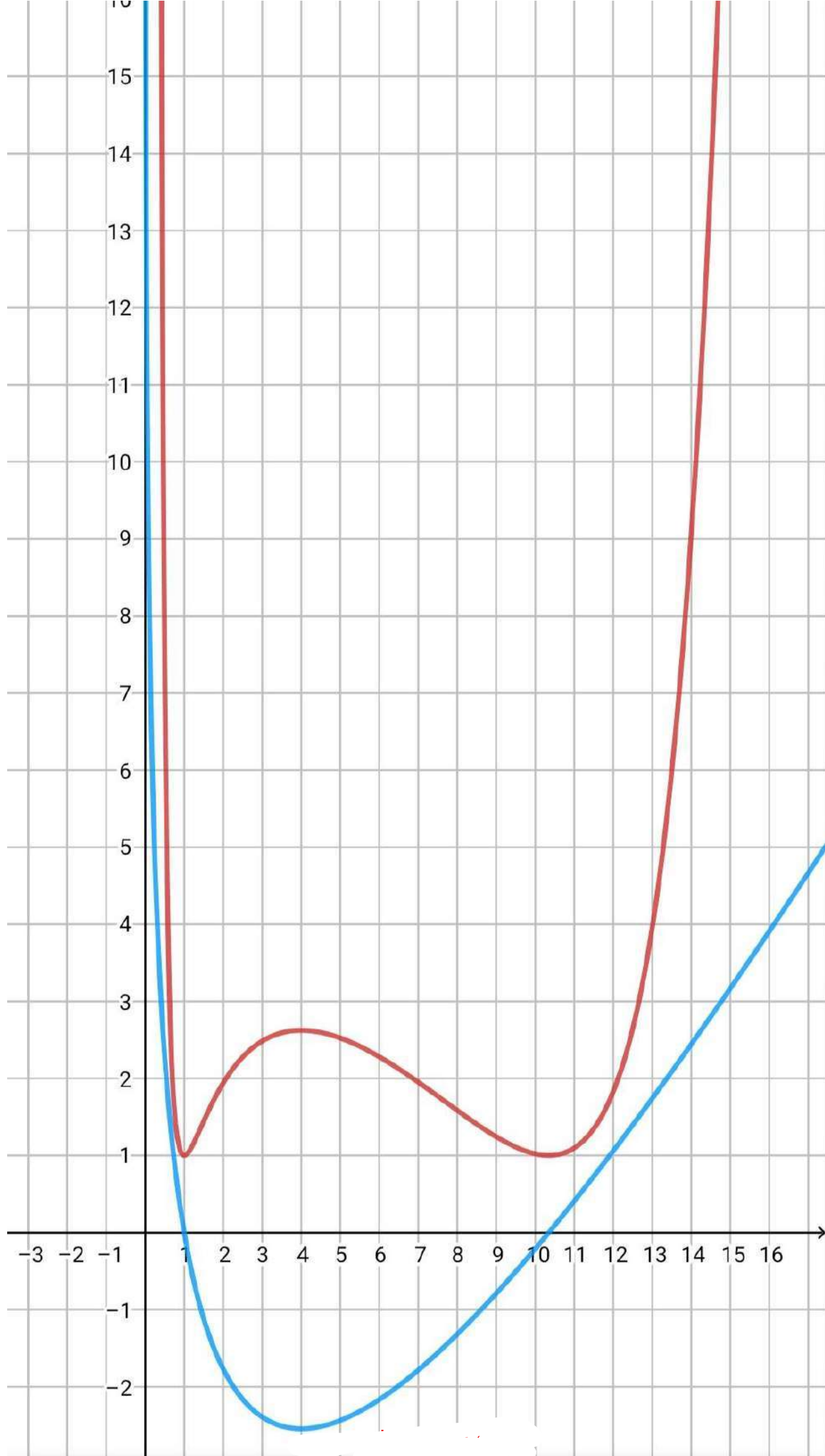
ح.ا. النهاية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x - 2x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 2x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(1 - \frac{2x}{e^x}\right) = +\infty$$



التحليل الثالث: 9.5

الجزء الأول

$$g(x) = 1 + x - x \ln x$$

(1) دراسة تغيرات الدالة g + حساب النهايات

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x - x \ln x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1 \quad 0.25$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x \ln x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{1}{x} - \ln x \right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \quad 0.25$$

+ حساب $g'(x)$

الدالة قابلة للاشتقاق على المجال $]0, +\infty[$ ولدينا:

$$g'(x) = 1 + (-\ln x + \frac{1}{x} \cdot x)$$

$$= 1 - \ln x - \frac{x}{x}$$

$$= 1 - \ln x - 1$$

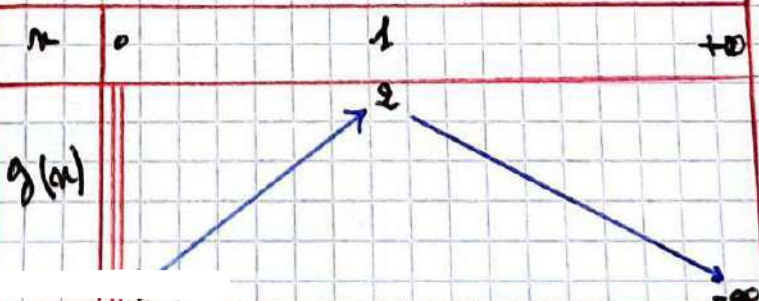
$$g'(x) = -\ln x \quad 0.25$$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	-

الدالة g متزايدة شاملاً المجال

$$x \in]0, 1]$$

الدالة g متناقصة شاملاً المجال $x \in [1, +\infty[$ جدول تغيرات الدالة g 0.25



$$g(1) = 2$$

(2) تبين أنه المعادلة $g(x) = 0$ تقبل 0.25

حلاً وحيداً α حيث $3.5 < \alpha < 3.6$

الدالة g متزايدة ورتيبة شاملاً

المجال $]0, +\infty[$ ومنه تم استنتاج

ورتيبة المجال $[3.5, 3.6]$

$$g(3.5) \approx 0.11$$

$$g(3.6) \approx -0.011$$

$$g(3.6) \times g(3.5) < 0$$

ومنه حسب مبرهنة القيمة المتوسطة

المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث

$$3.5 < \alpha < 3.6$$

(3) استنتاج الشار 9.5 $g(x) = 0$ مع المجال $]0, +\infty[$

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$		+	-

الجزء الثاني

$$f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$$

(1) حساب النهايات وتفسير النتائج

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1+x^2} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{2x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

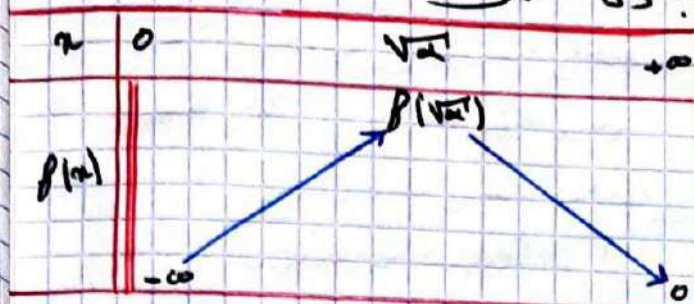
التفسير: المنحنى $f(x)$ يقبل محور الترتيب

مقاربه $x=0$

التفسير: المنحنى $f(x)$ يقبل محور القوام

مقاربه $x=+\infty$

الدالة f متزايدة شاملاً على المجال $[\sqrt{\alpha}; +\infty[$ $\alpha \in]0; 1[$
 الدالة f متناقصة شاملاً على المجال $]-\infty; \sqrt{\alpha}]$
 جدول تغيير إشارة الدالة f



(4) تعيين دون حساب 0.5

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{\alpha}} \frac{f(x) - f(\sqrt{\alpha})}{x - \sqrt{\alpha}} = f'(\sqrt{\alpha}) = 0$$

التفسير: المنحنى (f) يقبل مماساً أفقياً

$$y = f(\sqrt{\alpha})$$

(5) تبين أنه: 0.5 $f'(\sqrt{\alpha}) = \frac{1}{2\alpha}$

$$f'(\sqrt{\alpha}) = \frac{\ln \sqrt{\alpha}}{(1 + \sqrt{\alpha}^2)} = \frac{\frac{1}{2} \ln \alpha}{1 + \alpha}$$

لدينا $g(\alpha) = 0$

$$1 + \alpha - \alpha \ln \alpha = 0$$

$$\ln \alpha = \frac{-1 - \alpha}{-\alpha}$$

$$= \frac{1/2 (-1 - \alpha)}{1 + \alpha}$$

$$= \frac{1 + \alpha}{2\alpha} = \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{2}$$

$$f'(\sqrt{\alpha}) = \frac{1}{2\alpha}$$

إعطاء α لـ $f(\sqrt{\alpha})$

$$3.5 < \alpha < 3.6 \quad \text{لدينا}$$

$$7 < 2\alpha < 7.2$$

$$\frac{1}{7.2} < \frac{1}{2\alpha} < \frac{1}{7}$$

$$0.135 < f(\sqrt{\alpha}) < 0.14$$

(2) تبين أنه الدالة f قابلة للاستقارة

الدالة f قابلة للاستقارة لأنها متزايدة شاملاً على المجال $[\sqrt{\alpha}; +\infty[$ ودينامية

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} (x^2 + 1) - 2x \ln x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{1 + x^2 - 2x^2 \ln x}{x(x^2 + 1)^2}$$

$$= \frac{1 + x^2 - x^2 \ln x^2}{x(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{g(x^2)}{x(x^2 + 1)^2}$$

(3) زيادة إشارة $f'(x)$ 0.15

لدينا $g(x) < 0$ لـ $0 < x < \alpha$

$g(x^2) > 0$ لـ $0 < x^2 < \alpha$

$$|x| < \sqrt{\alpha} \quad \text{أي}$$

$$-\sqrt{\alpha} < x < \sqrt{\alpha} \quad \text{أي}$$

$$0 < x < \sqrt{\alpha} \quad \text{أي}$$

$$x \in]0; \sqrt{\alpha}]$$

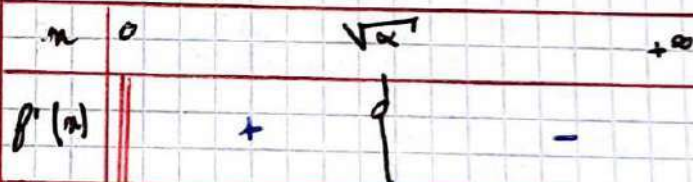
$$g(x^2) < 0$$

$$\sqrt{x^2} > \sqrt{\alpha} \quad \text{أي} \quad x^2 > \alpha \quad \text{أي}$$

$$|x| > \sqrt{\alpha}$$

$$x \in]-\infty; -\sqrt{\alpha}] \cup [\sqrt{\alpha}; +\infty[\quad \text{أي}$$

$$x \in [\sqrt{\alpha}; +\infty[\quad \text{أي}$$



6- كتابة معادلة المماس عند النقطة ذات

الترتيبة 0.

0.5

نحل المعادلة $f(x) = 0$

$$\frac{\ln x}{1+x^2} = 0$$

$$x = 1 \quad \text{أي} \quad \ln x = 0$$

كتابة معادلة المماس عند (T)

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

$$f'(1) = \frac{1}{2} \quad ; \quad f(1) = 0$$

$$y = \frac{1}{2}(x-1)$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad : (T)$$

7- ما نشاء 0.5

$$y = mx - m \quad 0.5$$

تبين أنه جميع المستقيسات (Δ_m) تمر من نقطة ثابتة يظل تحيينه إحداثياتها.

$$A \in \Delta$$

$$y_0 = mx_0 - m$$

$$A(x_0, y_0)$$

$$mx_0 - m - y_0 = 0$$

$$m(x_0 - 1) = 0$$

$$x_0 = 1$$

$$y_0 = 0$$

$$A(1, 0)$$

و من جميع المستقيسات (Δ_m) تمر من النقطة

$$A(1, 0)$$

9- ا لفاضة البانية 0.75

$$\ln x = m(x-1)(1+x^2)$$

$$\frac{\ln x}{1+x^2} = mx - m$$

$$f(x) = mx - m$$

مناقشة دور البانية

طول المعادلة هي خواص نقط تقاطع

المنحنى $(\mathcal{C})$ والمستقيم ذو المعادلة

$$y = mx - m$$

الحالة 01

المعادلة تقبل حل واحد

الحالة 02

المعادلة تقبل حلان

الحالة 03

المعادلة تقبل حل واحد

الحالة 04

المعادلة تقبل حلان

الجزء الثالث

$$K(x) = \sqrt{[f(x)]^2}$$

$$K(x) = |f(x)|$$

1-

شرح كيفية انشاء (K) انطلاقاً من (f) 0.5

(K) ينطبق على (f) $\Leftrightarrow f(x) > 0$

(K) يناظر (f) $\Leftrightarrow f(x) < 0$

$$h(x) = f(e^{-x})$$

2- دراسة تغير الدالة h

الدالة h قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولذا

$$h'(x) = -e^{-x} f'(e^{-x}) \quad 0.5$$

دراسة إشارة $h'(x)$ 0.5

$$f'(e^{-x}) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad e^{-x} \in]\sqrt{x}, +\infty[$$

$$0 < e^{-x} < \sqrt{x} \quad \text{أي}$$

$$-x < \ln \sqrt{x}$$

$$x > -\ln \sqrt{x}$$

$$e^{-x} \in]\sqrt{x}, +\infty[\quad \Leftrightarrow \quad f'(e^{-x}) < 0$$

$$x < -\ln \sqrt{x} \quad \text{أي} \quad e^{-x} > \sqrt{x}$$

0.25

