ثانوية مليكة قايد – سطيف-	اختبار الفصل الأول في	السنة الثالثة تقني رياضي
2021 - 2022	الرياضيات	المدة : 02 ساعة

التمرين الأول 12ن :

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$

و (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1-عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ لدينا:

$$f(x)=ax+\frac{b}{3(e^x-1)}$$

2- أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا

3- بين أن الدالة f متزايدة تماما عند كل مجال من مجالي مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها

4- $(D);(D')$ المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+\dfrac{4}{3}$

بين أن $(D);(D')$ مقاربان للمنحني (C_f) ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما

5- أ) أحسب من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x)+f(-x)$ وفسر النتيجة هندسيا

ب) أحسب $f(\ln 3)$ ثم استنتج $f(-\ln 3)$ [تعطى قيم مضبوطة]

ج) بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث :

$$0,9<\alpha<0,91 \quad \text{و} \quad -1,66<\beta<-1,65$$

د) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 2 في نقطة فاصلتها x_0 حيث $x_0>0$

هـ) أكتب معادلة ديكارتية لـ (T)

و) أنشئ كلا من (T) ؛ $(D);(D')$ و (C_f)

ي) m عدد حقيقي ، ناقش حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=f(m)$

6- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;1[\cup]1;+\infty[$ كالتالي : $g(x)=f(\ln x)$

أدرس تغيرات الدالة g دون حساب عبارة $g(x)$ و شكل جدول تغيراتها

التمرين الثاني 08 ن :

1. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-1+x+2\ln x$

أ-ادرس اتجاه تغير الدالة g.

ب- احسب $g(1)$ ثم عين إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

جـ- استنتج أن: إذا كان $0<x<1$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)>0$ و إذا كان $x>1$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)<0$

2. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x \ ; \ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

نرمز بـ $(\mathcal{C})$ إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الأطوال $2cm$.

أ- احسب $f'(x)$ و تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x: $f'(x)=x\,g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب- شكل جدول تغيرات f

جـ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا α حيث $1,76<\alpha<1,77$

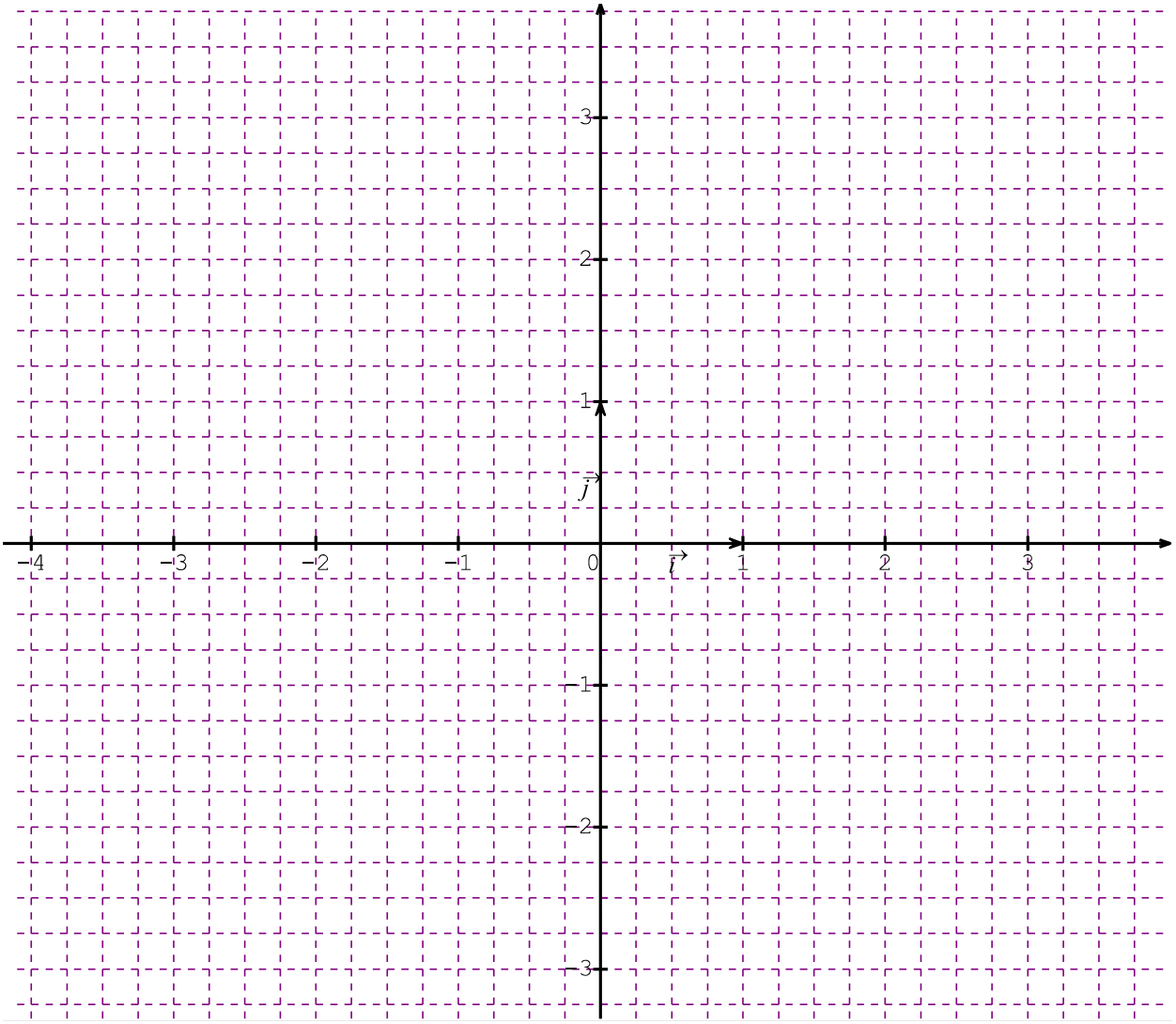
3. ا- نقبل أن معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathcal{C})$ في النقطة O هي : $y=x$

ادرس وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة لـ(Δ).

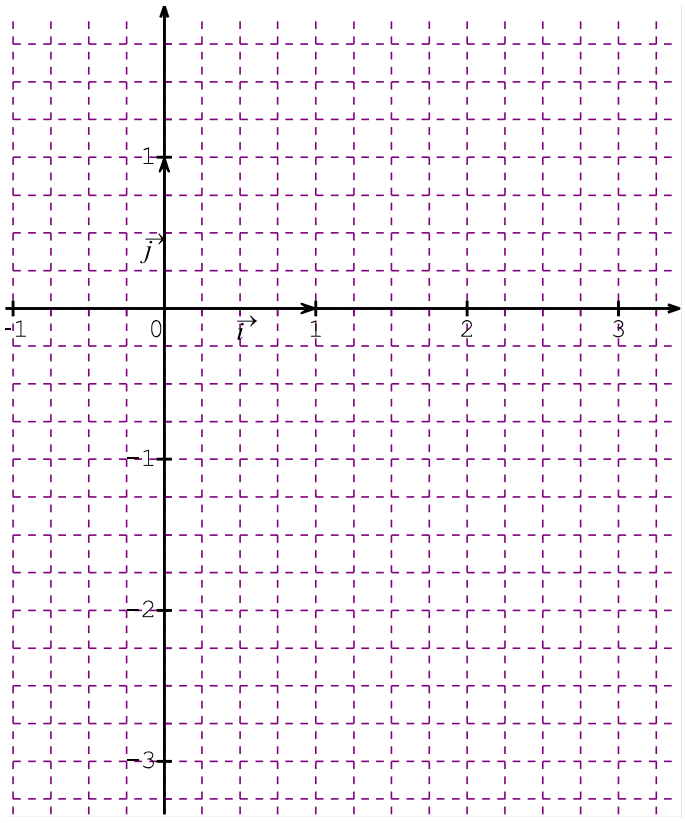
ب- ارسم (Δ) و $(\mathcal{C})$.

اللقب و الاسم : **قسم 3 تقني رياضي**

التمرين الأول:



التمرين الثاني:



ترجع الوثيقة مع ورقة الاجابة

تصحيح اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات – 3 ث ر –

التمرين الأول (ن 12)

$f(x)=\dfrac{3xe^x-3x-4}{3(e^x-1)}$ $D_f=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

1) تعيين a و b بحيث: $f(x)=x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$: $a=1$ و $b=-4$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ / $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ – $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$ / $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]=+\infty$ – $\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ – التفسير الهندسي: المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C_f)

3) $f'(x)=1+\dfrac{4e^x}{3(e^x-1)^2}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$ – $f'(x)>0$ على $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$ – f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|\|$	$+$		$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$ إذن (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ كمقارب مائل

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+\dfrac{4}{3})]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4}{3(e^x-1)}-\dfrac{4}{3}=0$ إذن (C_f) يقبل بجوار $-\infty$ المستقيم (D') ذو المعادلة $y=x+\dfrac{4}{3}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$3(e^x-1)$	$-$	$\|\|$	$-$		$+$
$\dfrac{-4}{3(e^x-1)}$	$+$	$\|\|$	$-$		$-$

(C_f) فوق (D') على $]-\infty;0[$ و (C_f) تحت (D') على $]0;+\infty[$

5) $f(x)+f(-x)=\left[x-\dfrac{4}{3(e^x-1)}\right]+\left[-x-\dfrac{4}{3(e^{-x}-1)}\times\dfrac{e^x}{e^x}\right]$

$=\dfrac{-4}{3(e^x-1)}+\dfrac{4e^x}{3(e^x-1)}=\dfrac{4}{3}$

$\Omega\left(0;\dfrac{2}{3}\right)$ مركز تناظر لـ (C_f) لأن $f(-x)=\dfrac{4}{3}-f(x)$

$f(\ln 3)=\ln 3-\dfrac{2}{3}$ و $f(-\ln 3)=\dfrac{4}{3}-\ln 3+\dfrac{2}{3}=2-\ln 3$

f متزايدة تماما على $[0,9;0,91]$ – $f(0,91)=0,0117$ و $f(0,9)=-0,013$

$f(x)=0$ يقبل حلا وحيدا α حيث $f(0,9)\times f(0,91)<0$ و $0,9<\alpha<0,91$

f متزايدة تماما على $[-1,66;-1,65]$ – $f(-1,65)=0,00026$ و $f(-1,66)=-0,13$

$f(-1,65)\times f(-1,66)<0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ يقبل حلا وحيدا β حيث $-1,66<\beta<-1,65$

$M_1(\alpha;0)$ و $M_2(\beta;0)$ نقطتا تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل

المماس (T) لـ (C_f) يوازي (D) إذا وفقط إذا $f'(x)=2$

$1+\dfrac{4e^x}{3(e^x-1)^2}=2$ إذا $3e^{2x}-10e^x+3=0$

$X>0$ ، $X=e^x$ نضع $X_1=\dfrac{1}{3}$ / $\Delta=64$ / $3X^2-10X+3=0$ ، $X_2=3$

$x=-\ln 3$ إذا $e^x=\dfrac{1}{3}$ إذا $X_1=\dfrac{1}{3}$

$x=\ln 3$ إذا $e^x=3$ إذا $X_2=3$

$x_0=\ln 3$ نأخذ $x_0>0$ حيث

معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0:

$y=f'(\ln 3)(x-\ln 3)+f(\ln 3)$

$y=2x-\ln 3-\dfrac{2}{3}$

$f(x)=f(m)$ تقبل حلين متمايزين إذا وفقط إذا كان m ينتمي إلى مجال يكون فيه f متناقصا تماما

$g(x)=f(\ln x)$ $D_g=]0;1]\cup[1;+\infty[$

$g'(x)=\dfrac{1}{x}f'(\ln x)$ لكل x من D_g لأن $\dfrac{1}{x}>0$ و $f'(\ln x)$ لها نفس إشارة $g'(x)$ على D_g

x	0		1		$+\infty$
$f'(\ln x)$	$+$	$\|\|$	$+$		
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$		$\nearrow$	$+\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to0\\ x>0}} g(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{\substack{x\to1\\ x<1}} g(x)=+\infty$ / $\lim\limits_{\substack{x\to1\\ x>1}} g(x)=-\infty$

التمرين الثاني (ن 08)

$D_g=]0;+\infty[$ $g(x)=-1+x+2\ln x$ (1

$g'(x)=1+\dfrac{2}{x}$: $]0;+\infty[$ لكل x من (2

$]0;+\infty[$ متزايدة تماما على g ، $g'(x)>0$

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

$g(1)=0$ (3

$g\left(\dfrac{1}{x}\right)$ إشارة $-g(x)$

$x\in]1;+\infty[$ معناه $0<\dfrac{1}{x}<1$ أي $g\left(\dfrac{1}{x}\right)<0$

$x>1$ معناه $\dfrac{1}{x}<1$ أي $g\left(\dfrac{1}{x}\right)>0$

$g\left(\dfrac{1}{1}\right)=g(1)=0$

$\begin{cases} f(x)=x-x^2\ln x;\ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$ (2

$D=[0;+\infty[$

$f'(x)=1-2x\ln x-x=g(x)$ لكل x من $]0;+\infty[$ (1

f' لها نفس إشارة g على $]0;+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|\|$	$+$		$-$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\dfrac{1}{2}$	$\nearrow$	$-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left[\dfrac{1}{x}-\ln x\right]=-\infty$

$[1,76;1,77]$ على (C_f) يقطع (Δ) في نقطة وحيدة f (3

$f(1,77)=-0,018$ $f(1,76)=0,0088$

$f(1,76)\times f(1,77)<0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ يقبل حلا α حيث $1,76<\alpha<1,77$

$f(x)=0$ تعني

$y=x$ معادلة لـ (Δ) في $O(0,0)$ (4

$f(x)-y=-x^2\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$-x^2$	0	$-$		$-$	
$\ln x$		$-$	0	$+$	
$-x^2\ln x$	0	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) و (Δ) يتقاطعان في $A(1,1)$		(C_f) فوق (Δ)

(C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) إذا وفقط إذا $f'(x)=1$

$f'(x)=x[-2\ln x-1]$ (5

$=x\left[\dfrac{1}{x}+2\ln\dfrac{1}{x}-1\right]=x\,g\left(\dfrac{1}{x}\right)$

x من $]0;+\infty[$ لدينا $g\left(\dfrac{1}{x}\right)$ و $f'(x)$ لهما نفس الإشارة

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|\|$	$+$		$-$
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

جدول تغيرات f على $[0;1]$ و على $[1;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left[\dfrac{1}{x}-\ln x\right]=-\infty$

$[1,76;1,77]$ على (C_f) يقطع (Δ) في نقطة وحيدة f (6

$f(1,77)=-0,018$ $f(1,76)=0,0088$

$f(1,76)\times f(1,77)<0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ يقبل حلا α حيث $1,76<\alpha<1,77$

$f(x)=0$ تعني

$y=x$ معادلة لـ (Δ) في $O(0,0)$ (7

$f(x)-y=-x^2\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$-x^2$	0	$-$		$-$	
$\ln x$		$-$	0	$+$	
$-x^2\ln x$	0	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) و (Δ) يتقاطعان في $A(1,1)$		(C_f) فوق (Δ)

(C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) إذا وفقط إذا $f'(x)=1$

$f'(x)=x[-2\ln x-1]$ (8

$=x\left[\dfrac{1}{x}+2\ln\dfrac{1}{x}-1\right]=x\,g\left(\dfrac{1}{x}\right)$

x من $]0;+\infty[$ لدينا $g\left(\dfrac{1}{x}\right)$ و $f'(x)$ لهما نفس الإشارة

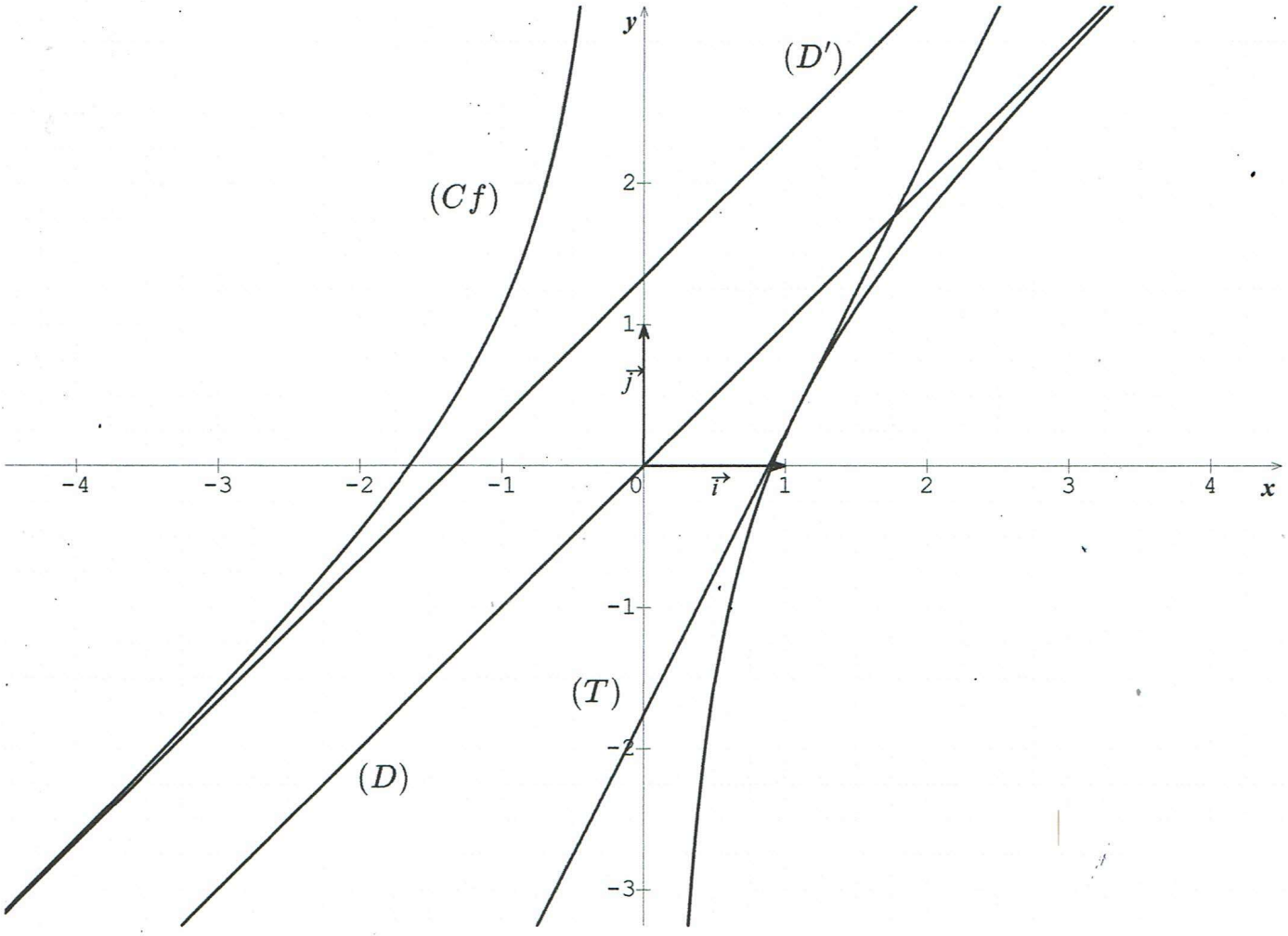
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|\|$	$+$		$-$
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

جدول تغيرات f على $[0;1]$ و على $[1;+\infty[$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left[\dfrac{1}{x}-\ln x\right]=-\infty$

$=0,5$

التمرين الأول:



التمرين الثاني: