

الموسم الدراسي : 2025/2024

ثانوية أبي بكر الصديق - الطاف -

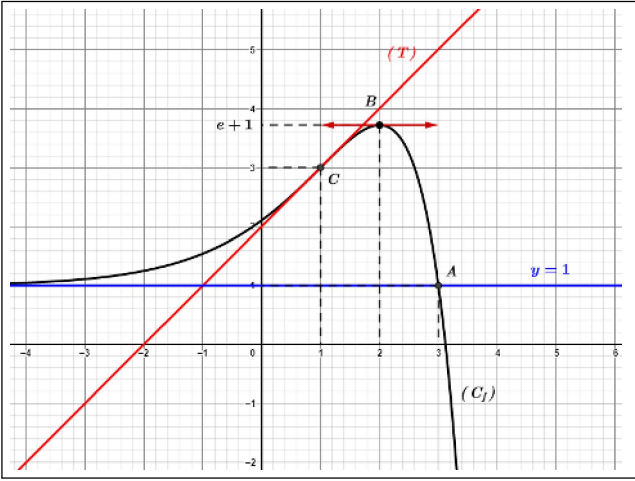
اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : 02 ساعة

المستوى : 03 علوم تجريبية

◀ ملاحظة هامة ! تؤخذ بعين الاعتبار ، فقط لا غير ، الإجابات الدقيقة والواضحة .
يمنع منعاً باتاً استعمال القلم المصحح " l'effaceur " و القلم الأحمر .

التمرين الأول: (08 نقاط)



في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة والقابلة للاشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$ والذي يمر بالنقطة $A(3;1)$ ويقبل عند النقطة $B(2;e+1)$ مماساً مواز لمحور الفواصل ، ومماس (T) يخترقه في النقطة $C(1;3)$

(I) بالاستعانة بالتمثيل البياني :

① عيّن : $f'(1)$ ، $f''(1)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

② اكتب معادلة للمماس (T)

③ أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[3; +\infty[$ ، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

④ شكل جدول تغيرات الدالة f

⑤ ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$

(II) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(x) - \exp[f(x)]$

① اكتب عبارة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

② استنتج اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها

التمرين الثاني: (12 نقطة)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على $D =]-2; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - \ln(x+2)$

① احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} g(x)$

② ادرس اتجاه تغير g و شكل جدول تغيراتها.

③ بين أنه من أجل كل x من D : $g(x) > 0$

II - لتكن الدالة f المعرفة على $D =]-2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{\ln(x+2)}{x+2}$

① بين أنه من أجل كل x من D : $f'(x) = \frac{1+g(x)}{(x+2)^2}$

② احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

③ شكل جدول تغيرات الدالة f .

④ أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right) = 1$ ، ماذا تستنتج بالنسبة إلى المنحنى (C_f) ؟

ب - أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذي المعادلة $y = \frac{1}{2}x + 1$

⑤ بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

⑥ بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (D) في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها ، ثم اكتب معادلة له

⑦ أثبت أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $-\frac{3}{2} < \alpha < -1$

⑧ أ - أنشئ (C_f) والمستقيم (D) .

ب - m وسيط حقيقي ، ناقش بيانها وحسب قيم وجود وعدد حلول المعادلة : $\frac{\ln(x+2)}{x+2} = m+1$

⑨ نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ - بين ان h زوجية ب - اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من (C_f) ، ثم ارسمه



للحصول على الحل النموذجي استعمل



التصحیح المفصل لاختبار الثلاثي الأول

حل التمرين 01

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$$h'(x) = f'(x) - f'(x) \cdot e^{f(x)} = f'(x) (1 - e^{f(x)})$$

اتجاه تغير الدالة f :

x	$-\infty$	2	α	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$1 - e^{f(x)}$	-	-	0	+
$h'(x)$	-	0	+	0

- الدالة h متناقصة تماما على كل من $]-\infty; 2[$ و $]\alpha; +\infty[$

- الدالة h متزايدة تماما على $[2; \alpha]$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	2	α	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+	0
$h(x)$	$1 - e$	$h(2)$	$h(\alpha)$	$-\infty$

حل التمرين 02

(I) - الدالة g المعرفة على $D =]-2; +\infty[$ حيث :

$$g(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - \ln(x+2)$$

1 حساب نهايات الدالة g

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{2}(x+2)^2 - \ln(x+2) \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = +\infty$$

2 اتجاه تغير الدالة g : لدينا $g'(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{x+2}$

وبالتالي :

1 بقراءة بيانية لدينا :

$$f''(1) = 0, f'(1) = \frac{2-0}{0-(-2)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

2 كتابة معادلة للماس (T) :

$$(T) : y = f'(1)(x - 1) + f(1) = x + 2$$

3 مبرهنة القيم المتوسطة (واضح)

استنتاج اشارة $f(x)$ حسب قيم x :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

4 جدول التغيرات :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	1	$e+1$	$-\infty$

5 المناقشة البيانية :

حلول المعادلة $f(x) = g(m)$ هي فواصل نقط تقاطع (C_g) مع المستقيم ذو المعادلة $y = f(m)$ ولدينا :

- من أجل $f(m) \in]-\infty; 1]$ معناه

$m \in [3; +\infty[$ للمعادلة حل وحيد

- من أجل $f(m) \in]1; e+1[$ معناه

$m \in]-\infty; 2[\cup]2; 3[$ للمعادلة حلين .

- من أجل $f(m) = e+1$ معناه $m = 2$ للمعادلة حل وحيد

$$D_h = \mathbb{R} \quad h(x) = f(x) - \exp[f(x)] \quad - (II)$$

x	-2	-1	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	+
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ) (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(-1; \frac{1}{2})$ (C_f) فوق (Δ)		

5 تبيان أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

لدينا : $f''(x) = \frac{-3 + 2\ln(x+2)}{(x+2)^3}$

x	-2	$e^{\frac{3}{2}} - 2$	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

المشتق الثاني ينعدم مغيرا من اشارته اذن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف عند النقطة ذات الفاصلة $e^{\frac{3}{2}} - 2$

6 تبيان أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (D) في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها ، ثم اكتب معادلة له

نحل المعادلة $f'(x) = \frac{1}{2}$

معناه $\frac{1 - \ln(x+2)}{(x+2)^2} = 0$ معناه $f'(x) = \frac{1}{2}$

$x = e - 2$: أي أن $1 - \ln(x+2) = 0$

- كتابة معادلة للمماس (T)

$(T) : y = \frac{1}{2}x + 1 + e^{-1}$

7 اثبات أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $-\frac{3}{2} < \alpha < -1$

مبرهنة القيم المتوسطة (واضح)

8 رسم (D) ، المنحنى (C_f) والمماس (T) :

x	-2	-1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

3 اشارة $g(x)$ حسب قيم x :

القيمة الحدية الصغرى للدالة g هي $\frac{1}{2}$

وبالتالي : $g(x) > 0$

(II) - نعتبر الدالة f المعرفة على $D =]-2; +\infty[$ كإيلي :

$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{\ln(x+2)}{x+2}$

1 تبيان أنه من أجل كل x من D : $f'(x) = \frac{1 + g(x)}{(x+2)^2}$

$f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1 - \ln(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{1 + g(x)}{(x+2)^2}$

2 حساب النهايات :

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

3 جدول تغيرات الدالة

x	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

4 أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right) = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 + \frac{\ln(x+2)}{x+2} = 1$

بيانيا : $y = \frac{1}{2}x + 1$: (D) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب - دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D)

ذبي المعادلة $y = \frac{1}{2}x + 1$

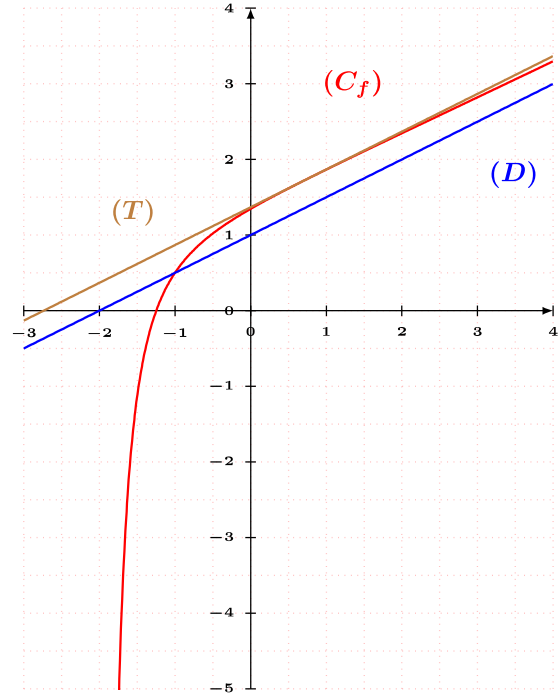
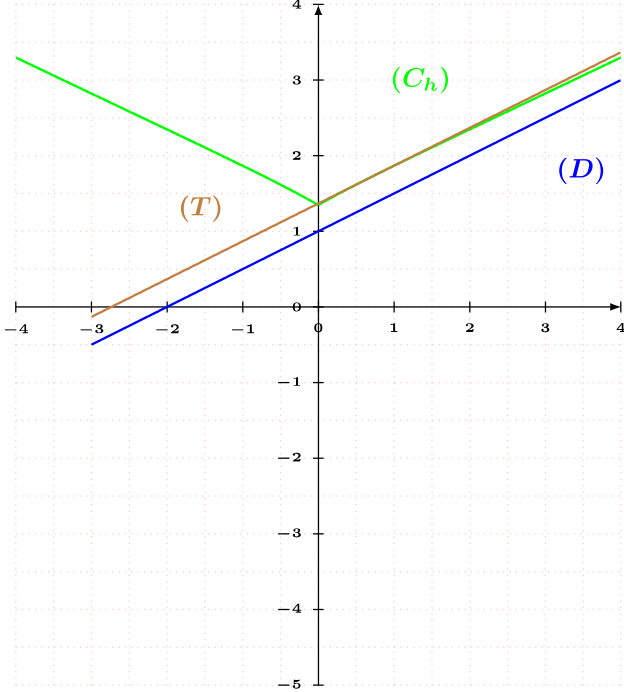
ندرس اشارة الفرق $f(x) - (\frac{1}{2}x + 1)$

$f(x) - (\frac{1}{2}x + 1) = \frac{\ln(x+2)}{x+2}$

لدينا :

$\ln(x+2) = 0$ معناه $x = -1$

- شرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f)
 (C_h) ينطبق على (C_f) في $[0; +\infty[$ ثم نكمل بالتناظر بالنسبة لمحور الترتيب



ب - مناقشة وجود و عدد حلول المعادلة :

$$\frac{\ln(x+2)}{x+2} = m+1$$

بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m

$$\frac{\ln(x+2)}{x+2} = m+1 \quad \text{لدينا :}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x + m + 2 \quad \text{معناه}$$

حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم

$$y = \frac{1}{2}x + m + 2 \quad \text{ذو المعادلة}$$

- لما $m+2 \leq 1$ معناه $m \leq -1$ للمعادلة حل وحيد

- لما $1 < m+2 < 1+e^{-1}$ معناه $-1 < m < -1+e^{-1}$ للمعادلة حلين

- لما $m+2 = 1+e^{-1}$ معناه $m = -1+e^{-1}$ للمعادلة حل وحيد

- لما $m > 1+e^{-1}$ معناه $m > -1+e^{-1}$ لا توجد حلول

نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$, (C_h) ,
 ثمثيلها البياني في المعلم السابق .

(أ) تبين ان h زوجية

لدينا $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة لـ 0

ولدينا :

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

وعليه h دالة زوجية .

(ب) كتابة عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & ; x \in [0; +\infty[\\ f(-x) & ; x \in]-\infty; 0] \end{cases}$$

بالتوفيق في امتحان شهادة بكالوريا - 2025 -

