**امتحان البكالوريا التجريبي**

**الشعبة : تقني رياضي** **دورة ماي 2026**

**ثانويات :** بلخير جلول + بواعلي محمد +الإخوة بلغالي (الشلف) + المختار بلعمش (تندوف) + متقن سرار عبد الحميد زغاية (ميلة)

**اختبار في مادة الرياضيات** **المدة: 04 سا و 30 د**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:**

## الموضوع الأول

**التمرين الأول : (4نقاط)**

I) $(u_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\sqrt{e+1}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=\frac{1}{2}\sqrt{u_n{}^2+3e}$.

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n>\sqrt{e}$.

2) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}^2-u_n^2=\frac{3}{4}\left(e-u_n^2\right)$.

3)استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

4) بيّن أن المتتالية متقاربة .

II) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n^2-\alpha$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي .

1) عيّن قيمة $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

2) بوضع $\alpha=e$، اكتب $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ .

3) ليكن $S_n$ و $T_n$ حيث : $S_n=u_0^2+u_1^2+...+u_n^2$ و $T_n=\frac{1}{\ln 4}\left[\ln(v_1)+...+\ln(v_{n-1})\right]$ ، احسب $S_n$ ، ثم استنتج أن :

$$T_n=-\frac{n(n-1)}{2}$$

**التمرين الثاني : (4نقاط)**

I) نعتبر المعادلة : $(E)...11x-9y=8$ ذات المجهولين الصحيحين $x$ و $y$ .

أ- عين الأعداد الصحيحة $x$ التي تحقق : $11x\equiv 8[9]$ ثم حل المعادلة $(E)$.

ب- نضع $d=PGCD(x;y)$ حيث الثنائية $(x;y)$ تحقق المعادلة $(E)$ ، أوجد القيم الممكنة لـ $d$ ثم أوجد كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة $(E)$ التي تحقق : $d=8$.

II)1) ادرس تبعاً لقيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الاقليدية للعدد $9^n$ على 11.

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $175^{2025}-338^{2024}+2026^{2025}$ على 11.

3) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق الجملة التالية : $\begin{cases}9^{2n}+9^n-5n\equiv 0[11]\\ n\equiv 1446[5]\end{cases}$

**التمرين الثالث : (4نقاط)**

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير :

1) الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{1-\sqrt{3}-i}{1+i}$ هو :

أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}-2}{2}i$ ب) $\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{2-\sqrt{3}}{2}i$ ج) $\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}-2}{2}i$

2) الجذران التربيعيان للعدد المركب $5+12i$ هما :

أ) $3+2i$ و $-3-2i$ ب) $3+2i$ و $3-2i$ ج) $2+3i$ و $-2-3i$

3) العدد المركب $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2026}$ يساوي :

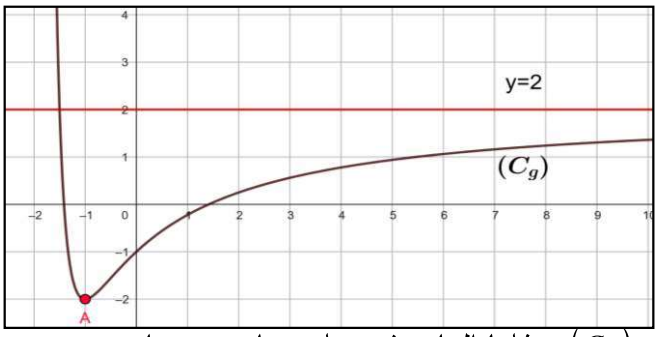
أ) $1$ ب) $-1$ ج) $i$

4) $z$ عدد مركب حيث : $z=2i\left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)-i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$ الشكل المثلثي للعدد المركب $z$ هو :

أ) $z=2\left(\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right)\right)$ ب) $z=2\left(\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)\right)$ ج) $z=2i\left(\cos\left(\frac{-\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{-\pi}{8}\right)\right)$

**التمرين الرابع : (8نقاط)**

I) $g$ دالة معرفة على $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{ax^2+bx+c}{(x+2)^2}$ ، حيث $a$ ، $b$ و $c$ اعداد حقيقية ، $(C_g)$ تمثيلها البياني الموضح أدناه حيث




$(C_g)$ يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=2$ في جوار $+\infty$

و يقبل مماس أفقي في النقطة $A(-1;-2)$ .

1) عيّن بيانياً $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $g'(-1)$ ، $g(0)$ ثم بيّن أن: $a=2$ و $b=0$ ، $c=-4$ .

2) ادرس إشارة $g(x)$ على المجال $]-2;+\infty[$ .

II) $f$ دالة معرفة على $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=2x+4-8\ln(x+2)-\frac{4}{x+2}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ . $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm)$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة بيانياً .

ب) أثبت أن $f$ هي دالة أصلية للدالة $g$ على المجال $]-2;+\infty[$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بيّن أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y=-2x-4$ هو مماس لـ $(C_f)$ عند النقطة $A(-1;-2)$ .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة $h$ المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(x)-(-2x-4)$ .

ج) احسب $h(-1)$ ثم استنتج الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(D)$ ، ماذا تمثل النقطة $A(-1;-2)$ بالنسبة إلى $(C_f)$ ؟ علل؟

3) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha$ حيث: $7<\alpha<7.1$ .

4) أنشئ كلاً من $(C_f)$ و $(D)$ .

5) نعتبر التكامل $I=\int_0^1 h(x)dx$ .

أ) بيّن أن الدالة $x\mapsto(x+2)\ln(x+2)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+2)$ على المجال $]-2;+\infty[$ .

ب) احسب العدد $I$ ثم فسّر النتيجة هندسياً .

**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول : (4نقاط)**

1) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين $x$ و $y$ حيث : $(E)...343x-648y=76$.

أ) بيّن أن المعادلة $(E)$ تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$.

ب) تحقق أن $(4;2)$ هي حل للمعادلة $(E)$ ثم أوجد حلولها في $\mathbb{Z}^2$.

2) $\lambda$ عدد طبيعي ، يكتب $\overline{\beta 1\alpha\beta}$ في النظام ذو الأساس 7 ، و يكتب $\overline{\alpha 1\alpha\alpha\beta}$ في النظام ذو الأساس 5 ، جد العددين الطبيعيين $\alpha$ و $\beta$ ثم أكتب $\lambda+9$ في النظام العشري.

3)أ) حلل 1448 الى جداء عوامل أولية ثم استنتج جميع الأعداد الطبيعية التي مكعب كل منها يقسم 1448.

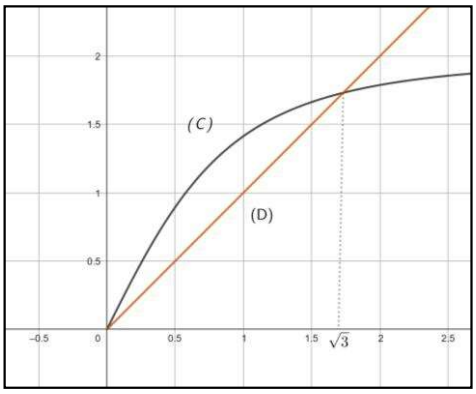
ب) نضع $PGCD(a;b)=d$ و $PPCM(a;b)=m$ ، عيّن كل الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق : $m^3+117d^3=1448$

4) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $6^n\equiv 6[10]$ .

ب) استنتج رقم آحاد العدد $2026^{1447}$.

**التمرين الثاني : (4نقاط)**

في الشكل المقابل $(C)$ التمثيل البياني للدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ و المستقيم $(D)$ معادلته $y=x$




1) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $]0;+\infty[$.

2) $(u_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) انقل الشكل المقابل و مثل على حامل محور الفواصل $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ دون حسابها موضحاً خطوط الانشاء .

ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ و تقاربها .

3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1\le u_n<\sqrt{3}$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ .

4) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$.

أ) بيّن أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها 4 يطلب تعيين حدها الأول .

ب) اكتب $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$ و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ ، ماذا تستنتج؟

5) احسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ ثم استنتج المجموع حيث : $T_n=\dfrac{3}{3-u_0^2}+\dfrac{3}{3-u_1^2}+...+\dfrac{3}{3-u_n^2}$.

**التمرين الثالث : (4نقاط)**

كيس يحتوي على ثلاث كريات سوداء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، و كرتين بيضاويين مرقمة بـ: 0 و 2 و ثلاث كرات خضراء مرقمة بـ: 1، 0 و 6.

كل الكرات لا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائياً من الكيس ثلاث كرات في آن واحد.

لتكن الحوادث التالية :

$A$ : "" سحب ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى " ، $B$ : " سحب ثلاث كرات جداء أرقامها زوجي "

$C$ : " سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها من مضاعفات 3"

1) أحسب كلاً من $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$ ، $P(A\cap C)$ و $P(A\cup C)$ ثم استنتج .

2) ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل رقم أولي .

أ- عين قيم $X$ و عرف قانون احتماله . ب- احسب $E(X)$ ثم استنتج $E(2026X+1447)$ .

3) نضيف الآن $(n-1)$ كرة بيضاء إلى الصندوق مع $n\in\mathbb{N}^*$ و نسحب كرتين على التوالي دون ارجاع الكرة الأولى المسحوبة ، ليكن $D$ " حادثة سحب كرة بيضاء أو خضراء "، بيّن أن $P(D)=\dfrac{n^2+7n+12}{n^2+13n+42}$ ، ثم كم أضفنا من كرة بيضاء إذا علمت أن $P(D)=\dfrac{7}{15}$

**التمرين الرابع : (8نقاط)**

I) يمثل الجدول المقابل جدول تغيرات الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=a-(x+b)e^{x-2}$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان .

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $1$ | ↗ | $1+\frac{1}{e}$ | ↘ | $-\infty$ |

1) بالاستعانة بجدول التغيرات بيّن أن : $a=1$ و $b=-2$ .

2) بين أن المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حل وحيد $\alpha$ حيث $2.85<\alpha<2.86$ .

ثم استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)+1$ .

II) $f$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+(3-x)e^{x-2}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (حيث $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=g(x)+1$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

ب) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

3) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=2x$ مستقيم مقارب لـ $(C_f)$ عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$.

4) $(T)$ مماس لـ $(C_f)$ في النقطة $A$ معادلته $y=2x+1$ ، احسب احداثيي النقطة $A$ .

5) أ) بيّن أن $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما $x_1$ و $x_2$ حيث : $-0.2<x_1<-0.1$ و $4.1<x_2<4$ .

ب) أنشئ $(\Delta)$، $(T)$ و $(C_f)$.(نأخذ $f(\alpha)=6$ )

6) عيّن بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة $me^{2-x}+x-3=0$ .

7) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة ، بيّن أن : $\int_2^{\alpha}(x-3)e^{x-2}dx=(\alpha-4)e^{\alpha-2}+2$ .

ب) $A(\alpha)$ مساحة الحيز بـ $cm^2$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها $y=2x$ ، $x=2$ و $x=\alpha$ .

- تحقق أنّ: $A(\alpha)=16\left(\dfrac{1}{\alpha-2}-1\right)cm^2$ .

**انتهى الموضوع الثاني**

## التصحيح المفصل لبكالوريا التجريبية دورة ماي 2026
## شعبة تقني رياضي : الموضوع -1-

### التمرين الأول : (4نقاط)

1- 0.75ن نسمي $P(n)$ الخاصية "من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n > \sqrt{e}$"

المرحلة 1: نتحقق أن $P(0)$ صحيحة : لدينا $u_0 = \sqrt{e+1} > \sqrt{e}$ و منه $P(0)$ محققة .

المرحلة 2: نفرض أن $P(n)$ و نبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة:

لدينا $u_n > \sqrt{e}$ و منه $u_n^2 > e$ و منه : $u_n^2 + 3e > 4e$ إذن :

$\sqrt{u_n^2+3e} > 2\sqrt{e}$ و منه : $\frac{1}{2}\sqrt{u_n^2+3e} > \sqrt{e}$ أي: $u_{n+1} > \sqrt{e}$ و منه

$P(n+1)$ صحيحة، إذن حسب البرهان بالتراجع الخاصية $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي $n$.

2- 0.25ن تبيان أن $u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{3}{4}\left(e - u_n^2\right)$ : لدينا

$$u_{n+1}^2 - u_n^2 = \frac{1}{4}\left(u_n^2+3e\right) - u_n^2 = \frac{-3}{4}u_n^2 + \frac{3}{4}e = \frac{3}{4}(e-u_n^2)$$

3- 0.25ن استنتاج اتجاه تغير المتتالية:

لدينا $u_n^2 > e$ و منه $e - u_n^2 < 0$ و عليه $u_{n+1}^2 - u_n^2 < 0$ معناه :

$u_{n+1}^2 < u_n^2$ و منه : $u_{n+1} < u_n$ و منه $(u_n)$ متناقصة تماماً على $\mathbb{N}$.

4-0.5ن بمأن $(u_n)$ متناقصة و محدودة من الأسفل بـ $\sqrt{e}$ فإنها متقاربة.

II) 1- 0.5ن تعيين قيمة $\alpha$ : لدينا : $v_{n+1} = \frac{1}{4}u_n^2 + \frac{3}{4}e - \alpha$ و من جهة أخرى لدينا $u_n^2 = v_n + \alpha$ بالتعويض في العبارة السابقة نجد :

$v_{n+1} = \frac{1}{4}v_n + \frac{3}{4}e - \frac{3}{4}\alpha$ : و منه $v_{n+1} = \frac{1}{4}\left(v_n+\alpha\right) + \frac{3}{4}e - \alpha$

حتى تكون $(v_n)$ هندسية يجب أن $\frac{3}{4}e - \frac{3}{4}\alpha = 0$ و منه : $\alpha = e$

2- 0.5ن لدينا $v_0 = u_0^2 - e = e+1-e = 1$ و منه : $v_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$

إذن : $u_n = \sqrt{v_n + e} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^n + e}$ 0.25ن و لدينا :

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \sqrt{e}$ لأن $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$ و هذا لأن $-1 < \frac{1}{4} < 1$ 0.25ن

3- حساب $S_n$ ، لدينا $u_n^2 = v_n + e$ و منه تصبح :

$S_n = v_0 + e + v_1 + e + \ldots + v_n + e$ أي :

إذن : $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n + \underbrace{e + \ldots + e}_{n+1\,fois}$

$$S_n = \frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{4}} + (n+1)e$$

و منه : $S_n = \frac{4}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right) + (n+1)e$ 0.25ن.

-تبيان أن : $T_n = -\frac{n(n-1)}{2}$ : لدينا : $T_n = \frac{1}{\ln 4}\left[\ln(v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_{n-1})\right]$

لدينا : $P_n = v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_{n-1} = \left(v_0 \times q^1\right) \times \left(v_0 \times q^2\right) \times \ldots \times \left(v_0 \times q^n\right)$

و منه : $P_n = \underbrace{v_0 \times v_0 \times \ldots \times v_0}_{nfois} \times q^{1+2+\ldots+n-1} = \left(v_0\right)^n \times q^{\frac{(n-1)n}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{(n-1)n}{2}}$

إذن : $T_n = \frac{1}{\ln 4}\left[\ln\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{(n-1)n}{2}}\right] = \frac{1}{\ln 4} \times \frac{(n-1)n}{2} \times \ln\left(\frac{1}{4}\right)$

و منه : $T_n = \frac{1}{\ln 4}\left[\ln\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{(n-1)n}{2}}\right] = \frac{1}{\cancel{\ln 4}} \times \frac{(n-1)n}{2} \times \cancel{-\ln 4}$ إذن:

0.5ن. $T_n = -\frac{(n-1)n}{2}$

### التمرين الثاني : (4 نقاط)

I) أ- لدينا $11x = 9y + 8$ و منه : $11x \equiv 8[9]$ و منه :

$44x \equiv 32[9]$ أي : $-x \equiv 5[9]$ إذن : $x \equiv 4[9]$ أي:

$x = 9k+4$ ، بالتعويض في المعادلة $(E)$ نجد

$11(9k+4) = 9y + 8$ و منه : $y = 11k+4$ مع $k \in \mathbb{Z}$.

0.5ن+0.5ن

ب- بوضع $PGCD(x;y) = d$ ، لدينا $d \mid x$ و $d \mid y$ و منه :

$d \mid 11x - 9y$ أي : $d \mid 8$ إذن $d \in D_8 = \{1;2;4;8\}$ 0.25ن

- 0.5ن. إيجاد جميع قيم $(x;y)$ التي تحقق $d = 8$ ، لدينا $8 \mid 11k+4$ و $8 \mid 9k+4$ و منه : $8 \mid -4(11k+4) + 5(9k+4)$ أي:

$8 \mid k+4$ و منه : $k+4 \equiv 0[8]$ اذن $k \equiv 4[8]$ ، $k = 8p+4$ مع $p$ عدد طبيعي ، و منه : $(x;y) = \{(9(8p+4)+4;11(8p+4)+4)\}$ أي:

$(x;y) = \{(72p+40;88p+48)\}; p \in \mathbb{N}$.

II) 1ن بواقي قسمة $9^n$ على 11 هي : $9^{5k} \equiv 1[11]$ ، $9^{5k+1} \equiv 9[11]$ ، $9^{5k+2} \equiv 4[11]$ ، $9^{5k+3} \equiv 4[11]$ ، $9^{5k+4} \equiv 5[11]$.

2- 0.75ن لدينا $2026 \equiv 2[11]$ أي: $2026 \equiv -9[11]$ و لدينا $2025 = 5(405)$ و منه: $2026^{2025} \equiv -(9)^{5k}[11]$ أي:

$2026^{2025} \equiv -1[11]$ و منه: $2026^{2025} \equiv 10[11]$ ... (1)

و لدينا : $175^{2025} \equiv (-1)^{2025}[11]$ و منه : $175^{2025} \equiv -1[11]$ اذن

$175^{2025} \equiv 10[11]$ .. (2) و لدينا : $338 \equiv 8[11]$ أي:

$338 \equiv -3[11]$ و منه: $338^{2024} \equiv (-3)^{2024}[11]$ و منه:

$338^{2024} \equiv 3^{2(1012)}[11]$ ، معناه: $338^{2024} \equiv 3^{2024}[11]$ و منه:

$338^{2024} \equiv 9^{1012}[11]$ و منه $338^{2024} \equiv 9^{5(202)+2}[11]$ اذن:

$338^{2024} \equiv 4[11]$ .. (3)

من 1) و 2) و 3) لدينا $A = 175^{2025} - 338^{2024} + 2026^{2025} \equiv 16[11]$

اذن $A \equiv 5[11]$ نستنتج أن باقي قسمة العدد $A$ على 11 هو 5.

3- 0.5ن. لدينا $n \equiv 1[5]$ أي $n = 5\alpha + 1$ مع $\alpha \in \mathbb{N}$ و لدينا :

$9^{2n} + 9^n - 5n \equiv 0[11]$ و بتعويض قيمة $n$ نجد:

$9^{10\alpha+2} + 9^{5\alpha+1} - 25\alpha - 5 \equiv 0[11]$ ومنه:

$9^{5(\alpha')-8} + 4 - 3\alpha \equiv 0[11]$ ومنه: $9^{5(2\alpha+2)-8} + 9 - 3\alpha - 5 \equiv 0[11]$

و منه: $9^{5(\alpha')+2} + 4 - 3\alpha \equiv 0[11]$ اذن: $4 + 4 - 3\alpha \equiv 0[11]$ ومنه:

$-3\alpha \equiv -8[11]$ معناه: $12\alpha \equiv 32[11]$ (بالضرب في 4) ومنه:

$\alpha \equiv 10[11]$ أي: $\alpha = 10\lambda + 11$ مع $\lambda \in \mathbb{N}$ و بالتالي:

$n = 5(10\lambda+11)+1$ أي: $n = 50\lambda + 55$ مع $\lambda \in \mathbb{N}$.

## التمرين الثالث : (4 نقاط)

**(نقطة واحدة لكل جواب =0.25 الإجابة و 0.75 للتبرير)**

1) الاقتراح الصحيح هو -ج- لأن :

$$\frac{1-\sqrt{3}-i}{1+i}\times\frac{1-i}{1-i}=\frac{1-\sqrt{3}-i+i\sqrt{3}-i-1}{2}=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}-2}{2}i$$

2) الاقتراح الصحيح هو -أ- لأن:

ليكن $w$ الجذر التربيعي لـ $z=5+12i$ حيث $w=x+iy$ ، لدينا

$z=w^2$ نجد : $\begin{cases}x^2-y^2=5...(1)\\x^2+y^2=\sqrt{5^2+12^2}=13...(2)\\2xy=12...(3)\end{cases}$ بجمع المعادلة (1)

و (2) نجد : $x^2=9$ و منه $x=3$ او $x=-3$ بالتعويض في المعادلة(3) نجد : إذا كان $x=3$ نجد $y=2$ و اذا كان $x=-3$ نجد $y=-2$ و منه الجذران التربيعيان لـ $z$ هما : $3+2i$ و $-3-2i$

3) الاقتراح الصحيح هو -ب-لأن:

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\times\frac{1+i}{1+i}\right)^{2026}=\left(\left(i\right)^2\right)^{1013}=(-1)^{2013}=-1$$

4) الاقتراح الصحيح هو -ب- لأن:

$$z=2\left(i\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)-i^2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$$ ومنه :

$$z=2\left(\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)+i\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)\right)$$

و منه : $z==2\left(\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)\right)$ .

## التمرين الرابع : (8 نقاط)

I) 1) $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=2$ و $g'(-1)=0$ و $g(0)=-1$ 0.25×3

تعيين $a$ ، $b$ و $c$ 0.25×3 : لدينا $g(0)=\frac{c}{4}=-1$ و منه :

$c=-4$ .

و لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ax^2}{x^2}=a=2$ ، و لدينا :

$g'(x)=\frac{(4x+b)(x+2)^2-2(x+2)(2x^2+bx-4)}{(x+2)^2}$ و منه:

$g'(-1)=\frac{(-4+b)(1)^2-2(-2-b)}{(1)^2}=0$ و منه : $3b=0$ اذن

$b=0$ .

2) 0.5ن دراسة إشارة $g(x)$ : $g(x)=\frac{2x^2-4}{(x+2)^2}$ و منه :

$2x^2-4=0$ و $(x+2)^2\neq0$

و منه : $x=\sqrt{2}$ أو : $x=-\sqrt{2}$

| $x$ | $-2$ | $-\sqrt{2}$ | | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

مع $x\neq-2$ .

II) 1) حساب النهايات: 0.25×3 :

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+2)\left[\frac{2x+4}{x+2}-\frac{8\ln(x+2)}{x+2}\right]-\frac{4}{x+2}=+\infty$$

لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{x+2}=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{8\ln(x+2)}{x+2}=0$ لأن:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln X}{X}=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+4}{x+2}=2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2)=+\infty$ .

و لدينا :

$$\lim_{\substack{x\to-2\\>}}f(x)=\lim_{\substack{x\to-2\\>}}\frac{1}{x+2}\left[(2x+4)(x+2)-8(x+2)\ln(x+2)-4\right]=-\infty$$

لأن : $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}}\frac{1}{x+2}=+\infty$ (لأن $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}}x+2=0^+$)

و $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}}(2x+4)(x+2)=0$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\>}}(x+2)\ln(x+2)=0$ بوضع

$\lim\limits_{\substack{X\to-2\\>}}X\ln X=0$ نجد $x+2=X$

التفسير الهندسي : $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب عمودي موازي لمحور التراتيب معادلته $x=-2$.

ب) إثبات أن $f$ هي دالة أصلية لـ $g$ على $]-2;+\infty[$ ، $f$ قابلة للاشتقاق على $]-2;+\infty[$ و دالتها المشتقة هي : 0.5ن

$f'(x)=2-\frac{8}{x+2}+\frac{4}{(x+2)^2}$ و منه :

$f'(x)=\frac{2(x+2)^2-8(x+2)+4}{(x+2)^2}=\frac{2x^2+8+8x-8x-16+4}{(x+2)^2}$

و منه : $f'(x)=\frac{2x^2-4}{(x+2)^2}=g(x)$ .

و منه $f$ متزايدة تماما على المجالين $\left[\sqrt{2};+\infty\right[$ و $]-2;-\sqrt{2}\left[$ و متناقصة تماما على المجال $\left]-\sqrt{2};\sqrt{2}\right[$ 0.25ن

جدول التغيرات : 0.5ن

| $x$ | $-2$ | | $-\sqrt{2}$ | | $\sqrt{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $f(-\sqrt{2})$ | ↘ | $f(\sqrt{2})$ | ↗ | $+\infty$ |

2) أ) $(D)$ مماس لـ $(Cf)$ عند $A(-1;-2)$: 0.25ن

$y=f'(-1)(x+1)+f'(-1)=-2(x+2)-2$ و منه :

$y=-2x-4$ .

ب) 0.5ن +0.25ن

لدينا : $h'(x)=f'(x)+2$ و منه : $h'(x)=0$ يكافئ $f'(x)+2=0$

أي : $g(x)=-2$ أي : $\frac{2x^2-4}{(x+2)^2}=-2$ و منه :

$4x^2+8x+4=0$ ، لدينا : $\Delta=0$ و منه للمعادلة حل وحيد $x_0=-1$ إذن $h'(x)\geq0$ أي $h$ متزايدة تماماً على $]-2;+\infty[$

و لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}h(x)=-\infty$ و $h(-1)=0$ 0.25ن

إذن

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

و منه:

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | $+$ | $\|$ | $0$ | $+$ | |

لدراسة الوضع النسبي لـ $(Cf)$ و $(D)$ ندرس إشارة الفرق و هو من إشارة $h$ إذن على المجال $]-2;-1]$ : $(Cf)$ يقع تحت $(D)$.

عند النقطة $A(-1;-2)$ : $(Cf)$ و $(D)$ يتقاطعان .

و على المجال $]-1;+\infty[$ : $(Cf)$ يقع تحت $(D)$. 0.25ن

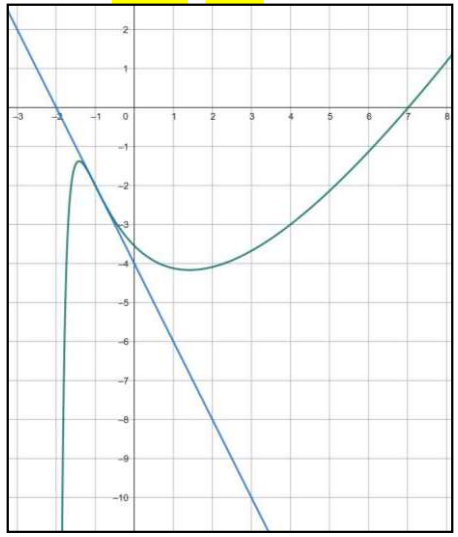
- النقطة $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف لأن المماس $(\Delta)$ يخترق $(Cf)$ في هذه النقطة . 0.25ن+0.25ن

3) $f$ مستمرة و رتيبة (متزايدة تماماً) على $[7;7.1]$ و لدينا :

$f(7)=-0.02$ و $f(7.1)=0.09$ أي : $f(7.1)\times f(7)<0$

و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha$ حيث $7<\alpha<7.1$. 0.25ن

4) أنشاء $(Cf)$ و $(D)$: 0.5ن+0.25ن



5) أ) لدينا : $L(x)=(x+2)\ln(x+2)-x$ ، قابلة للاشتقاق على $]-2;+\infty[$ و دالتها المشتقة هي : 0.25ن

$$L'(x)=1\ln(x+2)+\frac{\cancel{1}}{\cancel{x+2}}\times\cancel{(x+2)}\cancel{-1}=\ln(x+2)$$

ب) حساب العدد $I$ :

$$I=\int_0^1(4x+8)dx+\int_0^1-8\ln(x+2)d+\int_0^1\frac{-4}{x+2}dx$$ و منه :

$$I=\left[2x^2+8x\right]_0^1-8\left[(x+2)\ln(x+2)-x\right]_0^1-4\left[\ln(x+2)\right]$$

و منه :

$$I=10-8\left[(3\ln(3)-1-2\ln(2)\right]-4\left[\ln(3)-\ln(2)\right]$$

و منه : $I=10-8\ln 9+8+8\ln 4-4\ln 3+4\ln 2$

و منه :

$$I=18+8\ln\left(\frac{4}{9}\right)+4\ln\left(\frac{2}{3}\right)cm^2$$ 0.5ن+0.25ن

التفسير الهندسي : $I$ هو مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $(Cf)$ و $(D)$ و المستقيمات $x=0$ و $x=1$.

**أو** $I$ هو مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $(Ch)$ و المستقيمات $y=0$ و $x=0$ و $x=1$.

**-انتهى تصحيح الموضوع الأول-**

**التصحيح المفصل لبكالوريا التجريبية دورة ماي 2026**

**شعبة تقني رياضي : الموضوع -2-**

**التمرين الأول :** (4نقاط)

1)أ- حساب $PGCD(343;678)$ ، لدينا :

$305=343\times1+305$ و $343=305\times1+38$ و $38=38\times8+1$ و $0+38\times1=38$ و منه $PGCD(343;678)=1$ و 76 يقبل القسمة على 1 و منه المعادلة $(E)$ تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$.

ب)التحقق: $343(4)-2(648)=76$

- الحلول : لدينا : $\begin{cases}343x-648y=76\\343(4)-648(2)=76\end{cases}$ و منه :

$343(x-4)=648(y-2)$..(1) ، لدينا : 343يقسم $(y+2)648$ لكن 343 و 678 اوليان فيما بينها ، إذن حسب مبرهنة غوص 343 يقسم $y-2$ و منه : $y-2=343k$ و منه : $y=343k+2$ مع $k\in\mathbb{Z}$ ، بالتعويض في المعادلة (1) نجد: $y=648k+4$ مع $k\in\mathbb{Z}$. و بالتالي :

$(x;y)=\{(648k+4;343k+2)\}$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

2) لدينا :

$\overline{\beta1\alpha\beta}^{7}=\beta\times7^0+\alpha\times7+1\times7^2+\beta\times7^3$

$\overline{\beta1\alpha\beta}^{7}=\beta+7\alpha+49+434\beta$

و لدينا :

$\overline{\alpha1\alpha\alpha\beta}^{5}=\beta\times5^0+\alpha\times5+\alpha\times25+\times125+\alpha\times625$

$\overline{\alpha1\alpha\alpha\beta}^{5}=\beta+125+625\alpha$

و منه : $\beta+7\alpha+49+434\beta=\beta+125+625\alpha$ و منه :

$343\beta-648\alpha=76$ اذن حسب ما سبق :

$\beta=x=648k+4$ و $\alpha=y=343k+2$ ، لدينا

$0<\beta\leq4$ و $0<\alpha\leq4$ ، من أجل $k=0$ نجد :

$\beta=4$ و $\alpha=2$ و منه :

$\lambda=4+125+625(2)$ اذن : $\lambda=1439$

و منه : $\lambda+9=1448$ .

3)أ) $181\times2^3=1448$ و عليه الأعداد الطبيعية التي مكعب كل منها يقسم 1448 هي $\{1;2\}$.

ب) لدينا : $PGCD(a;b)=d$ اذن يوجد عددان طبيعيان اوليان فيما بينهما $a'$ و b' حيث : $a=da'$ و $b=db'$

لدينا : $d\times m=a\times b=da'\times db'$ أي : $m=da'\times b'$

لدينا : $m^3+117d^3=1448$ و منه :

$(da'\times b')^3+117d^3=1448$ و منه :

$d^3\left[(a'b')^3+117\right]=1448$ ، نستنتج أن : $d^3$ يقسم 1448 و اعتماداً على السؤال السابق نستنتج أن : $d\in\{1;2\}$

إذا كان $d=1$ نجد : $(a'b')^3=1331$ و $\sqrt[3]{1331}=11$

اذن: $a'b'=11$ اذن : $a'b'=\{(1;11),(11;1)\}$ و منه :

$ab=\{(1;11),(11;1)\}$

اذا كان : $d=2$ نجد : $(a'b')^3=64$ و $\sqrt[3]{64}=4$

اذن: $a'b'=4$ و منه : $a'b'=\{(1;4),(4;1)\}$ و منه

$ab=\{(2;8),(8;2)\}$

الخلاصة : $ab=\{(1;11),(11;1),(2;8),(8;2)\}$

4) **البرهان بالتراجع** : نسمي $P(n)$ الخاصية من أجل كل عدد طبيعي $n$ " $6^n\equiv6[10]$"

المرحلة 1 : نتحقق أن $P(1)$ صحيحة ، لدينا $6^1\equiv6[10]$ و منه $P(1)$ محققة.

المرحلة 2: نفرض أن $P(n)$ صحيحة و نبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة ، لدينا $6^n\equiv6[10]$ و منه : $6^n\times6\equiv36[10]$ اذن :

$6^{n+1}\equiv6[10]$ إذن حسب البرهان بالتراجع الخاصية $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي $n$ .

ب) رقم آحاد العدد $2026^{1447}$ هو باقي قسمته على 10:

لدينا $2026\equiv6[10]$ و منه : $2026^{1447}\equiv6^{1447}[10]$ و منه:

$2026^{1447}\equiv6[10]$ (باستعمال السؤال السابق) اذن الباقي هو 6.

**التمرين الثاني :** (4نقاط)

1) دراسة اتجاه تغير الدالة $f$ ، لدينا: $f'(x)=\frac{2x^2-x+2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}>0$ لأن $(x^2+1)\sqrt{x^2+1}>0$ و $2x^2-x+2>0$ لأنه $\Delta=-15<0$ و منه $f$ متزايدة تماماً على $]0;+\infty[$.

2)أ) تمثيل الحدود :

ب) التخمين : $(u_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ (لأن $u_0<u_1<u_2<u_3$) و هي متقاربة .

2) أ) : نسمي $P(n)$ الخاصية من أجل كل عدد طبيعي $n$ " $1\leq u_n<\sqrt{3}$" ، المرحلة 1: نتحقق أن $P(0)$ صحيحة ، لدينا $u_0=1$ اذن $1\leq u_0<\sqrt{3}$ و منه $P(0)$ محققة .

المرحلة 2: نفرض أن $P(n)$ صحيحة و نبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة ،لدينا $1\leq u_n<\sqrt{3}$ و بمأن $f$ متزايدة تماماً على $]0;+\infty[$ و منه: $f(1)\leq f(u_n)<f(\sqrt{3})$ و منه : $1\leq\sqrt{2}\leq u_{n+1}<\sqrt{3}$ إذن حسب البرهان بالتراجع الخاصية $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي $n$ .

ب) لدينا $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}}-u_n=\frac{2u_n-u_n\sqrt{u_n^2+1}}{\sqrt{u_n^2+1}}$

أي : $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ، لدينا: $u_n>0$...(1)و

$\sqrt{u_n^2+1}>0$..(2)و $2<\sqrt{u_n^2+1}\leq\sqrt{2}$ و منه

$-\sqrt{2}<-\sqrt{u_n^2+1}<-2\leq-2$ و منه : $0\leq2-\sqrt{u_n^2+1}<2-\sqrt{2}$ (3)

من 1 و 2 و 3 نستنتج أن : $u_{n+1}-u_n>0$ إذن $(u_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

3)أ) تبيان أن $(v_n)$ متتالية هندسية :

$$v_{n+1}=\frac{\frac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{3-\frac{4u_n^2}{u_n^2+1}}=\frac{\frac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{\frac{-u_n^2+3}{u_n^2+1}}=\frac{4u_n^2}{\cancel{u_n^2+1}}\times\frac{\cancel{u_n^2+1}}{-u_n^2+3}$$ و منه :

$$v_{n+1}=\frac{4u_n^2}{3-u_n^2}=4\left(\frac{u_n^2}{3-u_n^2}\right)=4v_n$$ ، إذن $(v_n)$ متتالية هندسية

أساسها $q=4$ و حدها الأول : $v_0=\frac{u_0^2}{3-u_0^2}=\frac{1}{2}$

ب)لدينا: $v_n=\frac{1}{2}\times(4)^n$ ، كذلك $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$ و منه :

$u_n^2=\frac{3v_n}{v_n+1}$ إذن : $v_nu_n^2-u_n^2=3v_n$ و منه: $(v_n)\left(3-u_n^2\right)=u_n^2$

أي : $u_n=\sqrt{\frac{3v_n}{v_n+1}}$ و منه :

$$u_n=\sqrt{\frac{\frac{3\times4^n}{2}}{\frac{4^n}{2}+1}}=\sqrt{\frac{\frac{3\times4^n}{\cancel{2}}}{\frac{4^n+2}{\cancel{2}}}}==\sqrt{\frac{3\times4^n}{4^n+2}}$$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{\frac{3\cancel{v_n}}{\cancel{v_n}(1+\frac{1}{\cancel{v_n}}^{0})}}=\sqrt{3}$ (لأن

$\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=+\infty$ و ذلك لأن : $q=4>1;u_0=\frac{1}{2}>0$ )

ط2: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{\frac{3\times4^n}{4^n+2}}=\sqrt{3-\frac{6}{\cancel{4^{n}}^{+\infty}+2}}=\sqrt{3}$

نستنتج أن $(u_n)$ متقاربة .

4) حساب $S_n$: لدينا $S_n=v_0+v_1+...+v_n=v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$ و منه :

$S_n=\frac{1}{2}\left(\frac{1-4^{n+1}}{1-4}\right)$ و منه :

$S_n=\frac{-1}{6}\left(1-4^{n+1}\right)$ مع $n\in\mathbb{N}$.

حساب المجموع $T_n$:

لدينا $u_n^2=\frac{3v_n}{v_n+1}$ و منه : $3-u_n^2=3-\frac{3v_n}{v_n+1}=\frac{3}{v_n+1}$ و منه

$\frac{1}{3-u_n^2}=\frac{v_n+1}{3}$: أي: $\frac{3}{3-u_n^2}=v_n+1$ و منه :

$T_n=\left(v_0+1\right)+\left(v_1+1\right)+...+\left(v_n+1\right)$ أي:

$T_n=v_0+v_1+...+v_n+1+..+1$ و منه :

$T_n=\frac{-1}{6}\left(1-4^{n+1}\right)+n+1$ إذن: $T_n=S_n+1(n+1)$ .

**التمرين الثالث :** (4نقاط)

1) حساب الاحتمالات :

$P(A)=\frac{C_3^1C_2^1C_3^1}{C_8^3}=\frac{18}{56}=\frac{9}{28}$ ،

$P(\mathrm{B})=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_3^3}{C_8^3}=\frac{55}{56}$ حيث الحادثة $\overline{B}$ الحصول

على كرات جداء أرقامها فردي (و لدينا 3 كرات فردي)

- $C$: " سحب ثلاث كرات مجموع أرقامها من مضاعفات 3" اما ①①① أو ①②⑥ أو ①0② أو 00⑥

$P(\mathrm{C})=\frac{C_3^3+C_2^1C_2^1C_3^1+C_2^2C_1^1+C_3^1C_2^1C_1^1}{C_8^3}=\frac{20}{56}=\frac{5}{14}$

- حساب $P(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})$ : إما N2+B0+V1 أو N1+B2+V0

أو N1+B2+V6

و منه : $P(\mathrm{A}\cap\mathrm{C})=\frac{C_1^1C_1^1C_1^1+C_2^1C_1^1C_1^1+C_2^1C_1^1C_1^1}{56}=\frac{5}{56}$

و منه : $P(\mathrm{A}\cup\mathrm{C})=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{33}{56}$

2)أ) الأعداد الأولية في هذا الكيس هي الرقم 2 و هي مكررة مرتان إذن :

$X=\{0;1;2\}$ ، لدينا ستة أعداد ليست أولية و عددان أولين و منه :

$P(X=1)=\frac{C_2^1C_6^2}{56}=\frac{30}{56}$ ، $P(X=0)=\frac{C_6^3}{56}=\frac{20}{56}$

و منه : $P(X=2)=\frac{C_2^2C_6^1}{56}=\frac{6}{56}$

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(\mathrm{X}=x_i)$ | $\frac{20}{56}$ | $\frac{30}{56}$ | $\frac{6}{56}$ |

ب) حساب $E(X)$: لدينا $E(X)=\sum_{n=1}^{4}x_ip_i=\frac{42}{56}$

و منه : $E(2026X+1447)=2026E(X)+1447=2966.5$

3) نقوم بإضافة $(n-1)$ كرة بيضاء يصبح لدينا في الكيس

$n+1$ كرة بيضاء+3خضراء+3حمراء إذن عدد عناصر $\Omega$ تكون

$A_{7+n}^2=\frac{(7+\mathrm{n})!}{(7+n-2)!}=\frac{(7+\mathrm{n})}{(5+n)!}=\frac{(7+n)(6+n)\cancel{(5+n)!}}{\cancel{(5+n)!}}$

و لدينا عدد امكانيات $A_{7+n}^2=(7+n)(6+n)=n^2+13n+42$

سحب كرة بيضاء أو خضراء $(n+1)B+3V$ أي: $n+4$ ) و منه :

$A_{4+n}^2=\frac{(4+\mathrm{n})!}{(4+n-2)!}=\frac{(4+\mathrm{n})}{(2+n)!}=\frac{(4+n)(3+n)\cancel{(2+n)!}}{\cancel{(2+n)!}}$ و

منه : $A_{4+n}^2=(4+n)(3+n)=n^2+7n+12$ و منه :

$P(D)=\frac{n^2+7n+12}{n^2+13n+42}$

إيجاد قيمة $n$ حيث : $\frac{n^2+7n+12}{n^2+13n+42}=\frac{7}{15}$ هذا يكافئ :

$8n^2+14n-114=0$ لدينا : $\Delta>0$ و منه : $n=3$ (مقبول)

أو $n=\frac{-19}{4}<0$ مرفوض ، لقد أضفنا $(n-1)$ كرة بيضاء إذن

$3-1=2$ أي أضفنا كرتين بيضاوين .

**التمرين الرابع :** (8نقاط)

I) 1) لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$ و من جهة أخرى لدينا :

$\lim\limits_{x\to+\infty} a-(x+b)e^{x-2}=a-\cancel{xe^{x-2}}^{0}-\cancel{be^{x-2}}^{0}=a$ و عليه $a=1$ و لدينا : $g'(x)=-e^{x-2}(1+x+b)$ ، لدينا :

$g'(1)=0$ أي : $-e^{-1}(2+b)=0$ ، $2+b=0$ ومنه: $b=-2$ .

اذن: $g(x)=1-(x-2)e^{x-2}$

2) لدينا $g$ مستمرة و رتيبة (متناقصة تماماً) على المجال $[2.85;2.86]$ و لدينا: $g(2.85)=-0.98$ و $g(2.86)=-1.03$

إذن : $g(2.86)<-1<g(2.85)$ و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حل وحيد $\alpha$ حيث $2.85<\alpha<2.86$ .

إشارة $g(x)+1$

| $x$ | $-\infty$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)+1$ | $+$ | $0$ | $-$ |

II) حساب النهايات :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} 2x+3e^{x-2}-xe^{x-2}=-\infty$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} \cancel{e^{x-2}}^{+\infty}\left[\dfrac{2\cancel{x}^{0}}{\cancel{e^{x-2}}}+3\cancel{x}^{-\infty}\right]=-\infty$

2)أ) تبيان أن : $f'(x)=g(x)+1$ ، لدينا $f$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f'(x)=2-e^{x-2}+e^{x-2}(3-x)=2+e^{x-2}(-x+2)$

و منه : $f'(x)=1+\left(1-e^{x-2}(x-2)\right)=g(x)+1$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)+1$ و عليه :

| $x$ | $-\infty$ | $\alpha$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ ↗ | $f(\alpha)$ | ↘ $-\infty$ |

ب) لدينا $f'$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي :

$f''(x)=-(e^{x-2}+e^{x-2}(x-2))$

ومنه : $f''(x)=(-x+1)e^{x-2}$

| $x$ | $-\infty$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f''(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |

لدينا $f''(x)=0$ يكافئ: $x=1$

$f'$ تنعدم مغيرة إشارتها عند $x_0=1$ و منه النقطة $(1;2+2e^{-1})$ هي نقطة انعطاف .

3) لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-2x=\lim\limits_{x\to-\infty} 3\cancel{e^{x-2}}^{0}-\cancel{xe^{x-2}}^{0}=0$ و منه $(\Delta)$ مستقيم مقارب لـ $(Cf)$ في جوار $-\infty$ .

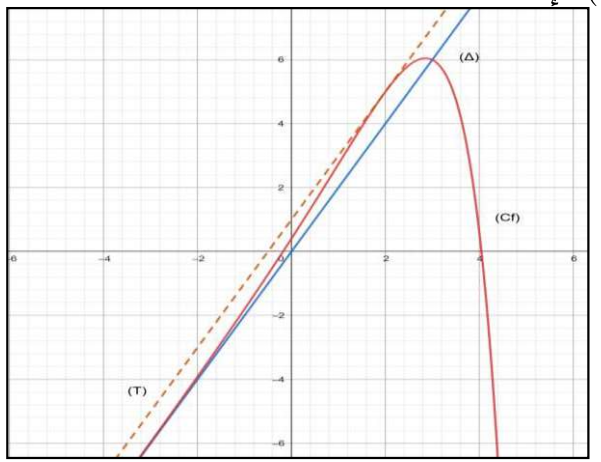
لدراسة وضعية $(Cf)$ و $(\Delta)$ ندرس إشارة الفرق $f(x)-2x=(3-x)e^{x-2}$ ، $e^{x-2}\neq 0$ معناه $3-x=0$ أي: $x=3$ و منه على المجال $]-\infty;3[$ $(Cf)$ يقع تحت $(\Delta)$ ، و على المجال $]3;+\infty[$ $(Cf)$ يقع فوق $(\Delta)$، و يتقاطعان في النقطة $(3;6)$.

| $x$ | $-\infty$ | $3$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)-y$ | $+$ | $0$ | $-$ |

4) حساب احداثيي $A$ ، لدينا $f'(x_0)=2$ أي: $2+e^{x_0-2}(x_0-2)=2$ و منه : $e^{x_0-2}(x_0-2)=0$ إذن $x_0-2=0$ لأن $e^{x_0-2}\neq 0$ و منه: $x_0=2$ و بالتالي إحداثيات $A$ هي $A(2;5)$.

5)أ) مبرهنة القيم المتوسطة ...

ب) الإنشاء :




7)أ) لدينا $me^{2-x}=-x+3$ ومنه: $m=(-x+3)e^{x-2}$ إذن $f(x)=2x+m$ : أي $(-x+3)e^{x-2}+2x=2x+m$ ، حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $(Cf)$ مع المستقيمات $y=2x+m$ لما $m\in]-\infty;0[$ المعادلة تقبل حل وحيد ، لما $m\in]0;1[$ المعادلة تقبل حلين ،و لما $m=1$ المعادلة تقبل حل وحيد ، و لما $m\in]1;+\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول .

7)أ) $\int_2^{\alpha}(x-3)e^{x-2}dx=\left[(x-3)e^{x-2}\right]_2^{\alpha}-\int_2^{\alpha}e^{x-2}dx$ و منه :

$\int_2^{\alpha}(x-3)e^{x-2}dx=\left[(x-3)e^{x-2}-e^{x-2}\right]_2^{\alpha}=\left[e^{x-2}(x-4)\right]_2^{\alpha}$

ومنه : $\int_2^{\alpha}(x-3)e^{x-2}dx=e^{\alpha-2}(\alpha-4)+2$ .

ب) $A(\alpha)=\int_2^{\alpha}(f(x)-2x)dx=\left(-\int_2^{\alpha}(x-3)e^{x-2}dx\right)\times 2\times 2$

$A(\alpha)=4\left(e^{\alpha-2}(-\alpha+4)-2\right)$ ، من جهة أخرى لدينا :

$g(\alpha)=-1$ و منه : $g(\alpha)=1-(\alpha-2)e^{\alpha-2}=-1$ و منه :

$e^{\alpha-2}=\dfrac{2}{\alpha-2}$ و منه : $A(\alpha)=4\left(\left(\dfrac{2}{\alpha-2}\right)(-\alpha+4)-2\right)$ و

منه: $A(\alpha)=4\left(\left(\dfrac{2}{\alpha-2}\right)(-\alpha+4)-2\right)=8\left(\dfrac{-\alpha+4}{\alpha-2}-1\right)$

$A(\alpha)=8\left(\dfrac{-2\alpha+6}{\alpha-2}\right)=16\left(\dfrac{-\alpha+3}{\alpha-2}\right)$ و منه :

$A(\alpha)=16\left(\dfrac{1}{\alpha-2}-1\right)cm^2$

**-انتهى تصحيح الموضوع الثاني-**

**بالتوفيـــــــــــق في شهادة البكالوريا**