الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

امتحان تجريبي لشهادة البكالوريا — **ثانوية العربي عبدالقادر – بوقيرات**

الشعبة: تسيير واقتصاد — **دورة: ماي 2026**

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 3 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي عدد السيارات (بالآلاف) لأحد وكالات استيراد السيارات بين سنتي 2002 إلى 2009.

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السيارات y_i (بالآلاف)	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4

1) مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i; y_j)$.في معلم متعامد
($1cm$ على محور الفواصل تمثل سنة واحدة ، $1cm$ على محور التراتيب يمثل ألف سيارة)

2) عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها.

3) بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل: $y = 0,38x + 4$.

4) باستعمال التمثيل الخطي السابق عين عدد السيارات التي تستورد سنة 2027.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{7}{9}u_n + 1$.

1) ا) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ،ثم استنتج أنها متقاربة.

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n = \frac{1}{3}u_n - \frac{3}{2}$.

ا) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ثم أحسب حدها الأول v_0.

ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n حيث: $S_n = \frac{1}{3}u_0 + \frac{1}{3}u_1 + ... + \frac{1}{3}u_n$

و $T_n = \frac{6}{2u_0 - 9} + \frac{6}{2u_1 - 9} + ... + \frac{6}{2u_n - 9}$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

ليكن في $\mathbb{R}$ كثير حدود $P(x)$ حيث: $P(x) = 2x^3 - x^2 - 4050x + 2025$.

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $P(x) = (2x-1)(x^2-2025)$ ، ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

2) استنتج حلول المعادلتين:

ا) $(2\log x)^3 - (\log x)^2 - 4050\log x + 2025 + 0$ حيث $x > 0$.

ب) $2e^{3x} - e^{2x} - 4050e^x + 2025$.

3) حل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة: $(2\ln(x)-1)((\ln x)^2 - 2025) \leqslant 0$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

ا) الجدول المقابل هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ:

$g(x) = 3x^3 - 2 + 4\ln x$.

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$

1) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.9 < \alpha < 1$.

2) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0;+\infty[$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $f(x) = 3x - 2 - \dfrac{2\ln x}{x^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(تؤخذ وحدة الطول $2cm$).

1) أحسب كلا من $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ ، يعطى: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^2} = 0$.

2) ا) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 3x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) ليكن (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0 معادلته $y = 3x - 2 - e^{-1}$ ، أحسب x_0.

4) أرسم كلا من (Δ) و (C_f). (تؤخذ $f(\alpha) = 0.9$).

5) الدالة H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $H(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$.

ا) بين أن H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto -\dfrac{\ln x}{x^2}$.

ب) أحسب بـــ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتهما $x = 1$ و $x = e$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1/- (u_n) متتالية حسابية معرفة بـــ أساسها $r = \ln 2$ و $u_1 = \ln 4$ عبارة u_n بدلالة n هي:

أ) $u_n = \ln(4) + n\ln(2)$ ب) $u_n = (n+1)\ln(2)$ ج) $u_n = \ln(4) - n\ln(2)$

2/- مجموعة حلول المعادلة $1 - 4e^{-2x} = 0$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S = \{\ln 2\}$ ب) $S = \{-\ln 2\}$ ج) $S = \left\{-\frac{1}{8}\right\}$

3/- القيمة المتوسطة m للدالة f المعرفة على $[0;\ln 2]$ بـــ: $f(x) = \frac{\ln(2)e^x}{e^x+1}$ هي :

أ) $m = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$ ب) $m = -\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ ج) $m = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$

4/- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(3x)}{1+3\ln x}$ هي:

أ) 0 ب) 1 ج) $\frac{1}{3}$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي نسبة نجاح في امتحان شهادة البكالوريا لشعبة التسيير والإقتصاد بثانوية في الفترة من سنة 2019 إلى 2023.

السنة	2019	2020	2021	2022	2023
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
النسبة المئوية y_i	33.1	36.8	41	41.1	44.1
$z_i = \ln y_i$					

1) ا) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O(0;30)$
($1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 1% على محور التراتيب).
ب) عين إحداثيات G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$.

2) لتكن $y = ax + b$ معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;y_i)$.
بين أن $a = 2.63$ ثم أحسب قيمة b.

3) ا) أكمل السطر الأخير من الجدول أعلاه. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).
ب) بين أن معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$ هي: $z = 0.07x + 3.46$.
ج) عبر عن y بدلالة x.

4) من بين التعديلين السابقين ، ماهو التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح في سنة 2026.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية الهندسية المعرفة على $\mathbb{N}$ حدودها موجبة تماما أساسها q وحدها الأول u_0 حيث: $\begin{cases} \ln u_1 + \ln u_2 = -12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 4 \end{cases}$

1) ا) بين أن: $q = e^{-2}$ و $u_0 = e^{-3}$.

ب) عبر عن u_n بدلالة n.

2) ا) أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$.

ب) عين قيمة العدد الطبيعي n حيث $S_n = e^{-5}(e^{-2} + 1)$

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln u_n$.

ا) أثبت أن المتالية (v_n) حسابية أساسها $r = -2$ يطلب حساب حدها الأول v_0.

ب) أحسب بدلالة n المجموع T_n حيث: $T_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

ج) عين قيمة العدد الطبيعي n حيث $T_n = -143$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x) = \dfrac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = \dfrac{4}{e^x + 1}$

ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) ا) جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0; -1)$

ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(-x) + f(x) = -2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر.

د) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 0$ ، $x = -\ln 3$ و $y = 0$.

5) h الدالة المعرفة على R بـــ: $h(x) = f(|x|)$ و (C_h) منحناها البياني في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

ا) بين أن h دالة زوجية.

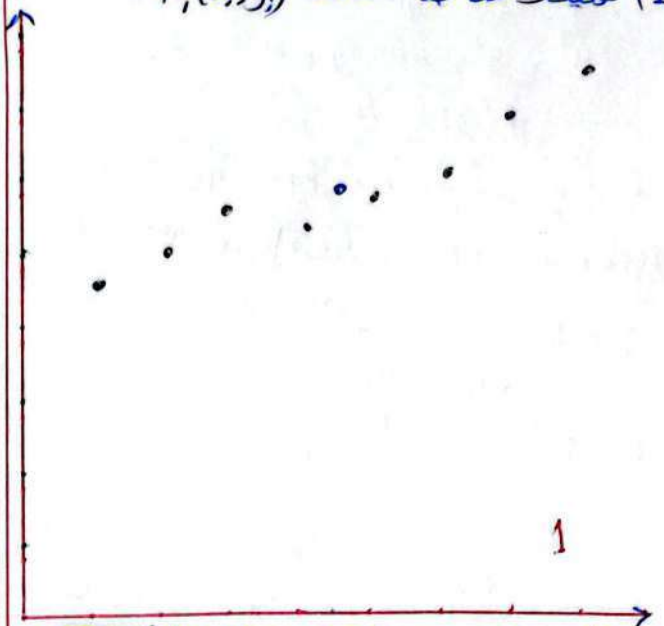
ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ،ثم ارسمه في نفس المعلم السابق

انتهى الموضوع الثاني

التصحيح النموذجي للموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$:



2) إحداثيتي $G(\bar{x};\bar{y})$ وإنشاؤها :

$$\bar{x} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{i=8} x_i = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8}$$

$$\bar{x} = 4,5$$

$$\bar{y} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{i=8} y_i = \frac{4,5+4,9+5,5+5,2+5,7+6+6,8+7,4}{8}$$

$$\bar{y} = 5,75$$

3) معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا من الشكل $y = ax + b$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{i=8} x_i y_i - 8\,\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{i=8}(x_i-\bar{x})^2}$$

$x_i y_i$	4,5	9,8	16,5	20,8	28,5	36	47,6	59,2
$(x_i-\bar{x})^2$	12,25	6,25	2,25	0,25	0,25	2,25	6,25	12,25

$$a = \frac{4,5+9,8+16,5+20,8+28,5+36+47,6+59,2-8\times4,5\times5,75}{12,25+6,25+2,25+0,25+0,25+2,25+6,25+12,25}$$

$$= \frac{15,9}{42} = 0,38$$

ولدينا : G تنتمي إليه يعني :

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 5,75 - 0,38\times4,5$$

$$\boxed{b = 4}$$

ومنه :

$$y = 0,38x + 4$$

4) نحسب رتبة السنة 2027

$$n = 2027 - 2002 + 1 = 26$$

$$y = 0,38\times26 + 4 = 13,88$$

ومنه عدد السيارات التي ستورد سنة 2027 هي 13,88 ألف سيارة .

التمرين الثاني (05 نقاط)

1) أ- من أجل كل عدد طبيعي n ; $P(n)$: $U_n < \frac{9}{2}$

• من أجل $n=0$; $3 < \frac{9}{2}$ أي $U_0 < \frac{9}{2}$ ومنه $P(0)$ صحيحة .

• نفرض أن الخاصية $P(n)$ صحيحة من أجل n عدد طبيعي كيفي وتبرهن صحتها من أجل $n+1$

لدينا : $U_n < \frac{9}{2}$ ومنه : $\frac{7}{9}U_n < \frac{9}{2}\times\frac{7}{9}$ ومنه :

$1 + \frac{7}{9}U_n < \frac{7}{2} + 1$ ومنه : $U_{n+1} < \frac{9}{2}$

ومنه $P(n+1)$ صحيحة .

من أجل كل عدد طبيعي n ; $U_n < \frac{9}{2}$.

ب- من أجل كل عدد طبيعي n ;

$$U_{n+1} - U_n = \frac{7}{9}U_n + 1 - U_n = \frac{7U_n + 9 - 9U_n}{9}$$

$$= \frac{9 - 2U_n}{9}$$

لدينا : $U_n < \frac{9}{2}$ ومنه $-2U_n > -9$ ومنه $9 - 2U_n > 9 - 9$ أي $U_{n+1} - U_n > 0$

ومنه المتتالية (U_n) متزايدة تماما .

• المتتالية (U_n) متقاربة لأنها محدودة من الأعلى ومتزايدة تماما .

2) من أجل كل عدد طبيعي n ;

$$V_{n+1} = \frac{1}{3}U_{n+1} - \frac{3}{2} = \frac{1}{3}\left(\frac{7}{9}U_n + 1\right) - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{7}{9}\times\frac{1}{3}U_n + \frac{1}{3} - \frac{3}{2} = \frac{7}{9}\times\frac{1}{3}U_n - \frac{7}{6}$$

$$= \frac{7}{9}\times\frac{1}{3}U_n - \frac{7}{9}\times\frac{9}{6} = \frac{7}{9}\left(\frac{1}{3}U_n - \frac{3}{2}\right)$$

$V_{n+1} = \frac{7}{9}V_n$

ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{7}{9}$ و

$$V_0 = \frac{1}{3}U_0 - \frac{3}{2} = \frac{1}{3}\times3 - \frac{3}{2}$$

$$V_0 = -\frac{1}{2}$$

ب- عبارة الحد العام V_n بدلالة n :

$$V_n = V_0 \times q^n = -\frac{1}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n$$

ج- من أجل كل عدد طبيعي n ;

$V_n = \frac{1}{3}U_n - \frac{3}{2}$ ومنه : $V_n + \frac{3}{2} = \frac{1}{3}U_n$

Scanne avec CamScanner

ومنه: $U_n = 3V_n + \frac{9}{2}$ ؛ ومنه

$$U_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$$

حساب $\lim_{n\to+\infty} U_n$:

$$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty}\left(-\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}\right) = \frac{9}{2}$$

لدينا: $-1 < \frac{7}{9} < 1$ يعني: $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{7}{9}\right)^n = 0$

(3

$$S_n = \frac{1}{3}U_0 + \frac{1}{3}U_1 + \cdots + \frac{1}{3}U_n$$

لدينا: $\frac{1}{3}U_n = V_n + \frac{9}{2}$ وعليه:

$$S_n = \left(V_0 + \frac{9}{2}\right) + \left(V_1 + \frac{9}{2}\right) + \cdots + \left(V_n + \frac{9}{2}\right)$$

$$= (V_0 + V_1 + \cdots + V_n) + \underbrace{\frac{9}{2} + \frac{9}{2} + \cdots + \frac{9}{2}}_{n+1 \text{ مرة}}$$

$$= V_0 \cdot \frac{1-9^{n+1}}{1-9} + \frac{9}{2}(n+1)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{1-\left(\frac{7}{9}\right)^{n+1}}{1-\frac{7}{9}}\right) + \frac{9}{2}(n+1)$$

$$S_n = -\frac{9}{4}\left(1-\left(\frac{7}{9}\right)^{n+1}\right) + \frac{9}{2}(n+1)$$

$$T_n = \frac{6}{2U_0-9} + \frac{6}{2U_1-9} + \cdots + \frac{6}{2U_n-9}$$

لدينا: $\frac{6}{2U_n-9} = \frac{1}{V_n} = -2\left(\frac{9}{7}\right)^n$

$$T_n = -2\left(\frac{\left(\frac{9}{7}\right)^{n+1}-1}{\frac{9}{7}-1}\right) = -7\left(\left(\frac{9}{7}\right)^{n+1}-1\right)$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) من أجل كل عدد حقيقي x:

$$(2x-1)(x^2-2025) = 2x^3 - 4050x - x^2 + 2025$$

$$= 2x^3 - x^3 - 4050x + 2025$$

$$= P(x)$$

- حل المعادلة $P(x)=0$.

تكافئ: $(2x-1)(x^2-2025)=0$

تكافئ: $2x-1=0$ أو $x^2-2025=0$

تكافئ: $2x=1$ أو $x^2=2025$

تكافئ: $x=\frac{1}{2}$ أو $x=45$ أو $x=-45$

تكافئ: $S = \{\frac{1}{2}; -45; 45\}$

2) $2(\log x)^3 - (\log x)^2 - 4050\log x + 2025 = 0$

نضع: $y = \log x$

تكافئ: $2y^3 - y^2 - 4050y + 2025 = 0$

تكافئ: $P(y) = 0$

تكافئ: $y = \frac{1}{2}$ أو $y = 45$ أو $y = -45$

تكافئ: $\log x = \frac{1}{2}$ أو $\log x = 45$ أو $\log(x) = -45$

تكافئ: $x = 10^{\frac{1}{2}}$ أو $x = 10^{45}$ أو $x = 10^{-45}$

"log" هي اللوغاريتم العشري.

معناه: $S' = \{\sqrt{10}; 10^{45}; 10^{-45}\}$

ب- $2e^{3x} - e^{2x} - 4050e^x + 2025 = 0$

نضع: $t = e^x$

$2t^3 - t^2 - 4050t + 2025 = 0$

تكافئ: $P(t) = 0$

تكافئ: $t = \frac{1}{2}$ أو $t = 45$ أو $t = -45$

تكافئ: $e^x = \frac{1}{2}$ أو $e^x = 45$ أو $e^x = -45$ (مستحيلة)

تكافئ: $x = \ln(\frac{1}{2})$ أو $x = \ln(45)$

تكافئ: $S'' = \{\ln(\frac{1}{2}); \ln(45)\}$

3) $(2\ln x - 1)((\ln x)^2 - 2025) \leqslant 0$

نحل المعادلة $(2\ln x - 1)((\ln x)^2 - 2025) = 0$

بوضع: $\ln(x) = z$ نجد:

$(2z-1)(z^2-2025) = 0$

تكافئ: $z = \frac{1}{2}$ أو $z = 45$ أو $z = -45$

تكافئ: $\ln x = \frac{1}{2}$ أو $\ln x = 45$ أو $\ln x = -45$

تكافئ: $x = e^{\frac{1}{2}}$ أو $x = e^{45}$ أو $x = e^{-45}$

x	0		e^{-45}		$e^{\frac{1}{2}}$		e^{45}		$+\infty$
$2\ln x - 1$	‖	−	‖	−	0	+	‖	+	
$\ln x - 45$	‖	−	‖	−	‖	−	0	+	
$\ln x + 45$	‖	−	0	+	‖	+	‖	+	
$P(\ln x)$	‖	−	0	+	0	−	0	+	

$S''' =]0; e^{-45}] \cup [e^{\frac{1}{2}}; e^{45}]$

Scanné avec CamScanner

التصحيح النموذجي للموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1/ الإجابة هي (ب)

التعليل: نستأجد كل عدد طبيعي n:

$$U_n = U_1 + (n-1)r = \ln(4) + (n-1)\ln(2)$$
$$= 2\ln 2 + \ln(2)n - \ln(2)$$
$$= \ln(2) + n\ln(2) = (n+1)\ln(2)$$

2/ الإجابة هي (أ)

التعليل: $1 - 4e^{-2x} = 0$ معناه:

$e^{-2x} = \frac{1}{4}$ معناه: $-2x = \ln\left(\frac{1}{4}\right)$ معناه:

معناه: $x = -\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{4}\right)$ معناه: $x = \frac{1}{2}\ln(4)$

معناه: $x = \ln(\sqrt{4})$ معناه: $x = \ln(2)$

3/ الإجابة هي (أ)

التعليل:

$$m = \frac{1}{\ln(2)-0}\int_0^{\ln(2)} \frac{\ln(2)\cdot e^x}{e^x+1}\,dx$$
$$= \frac{\ln(2)}{\ln(2)}\int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{e^x+1}\,dx = \left[\ln(e^x+1)\right]_0^{\ln(2)}$$
$$= \ln(e^{\ln(2)}+1) - \ln(e^0+1) = \ln(2+1) + \ln(1+1)$$
$$= \ln(3) - \ln(2) = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

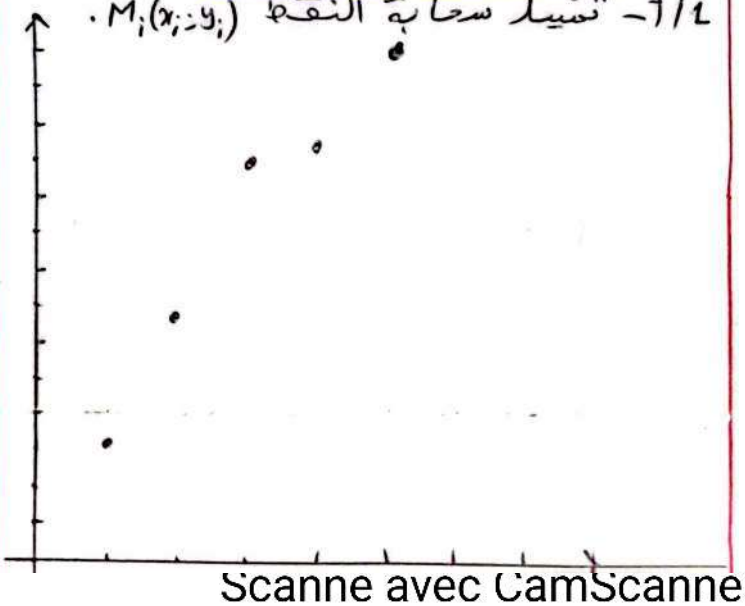
4/ الإجابة هي (ج)

التعليل:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(3x)}{1+3\ln(x)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(3)+\ln(x)}{1+3\ln x}$$
$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\frac{\ln 3}{\ln x}+1\right)\ln x}{\left(\frac{1}{\ln x}+3\right)\ln x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{\ln 3}{\ln x}+1}{\frac{1}{\ln x}+3} = \frac{1}{3}$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1/ أ- تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$.



ب) إحداثيا النقطة $G(\bar{x}; \bar{y})$:

$$\bar{x} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{i=5} x_i = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{i=5} y_i = \frac{33,1+36,8+41+41,1+44,1}{5} = 38,62$$

إذن: $G(3; 38,62)$.

2/ تبيين أن $a = 2,63$.

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{i=5} x_i y_i - n\bar{x}.\bar{y}}{\sum_{i=1}^{i=5}(x_i-\bar{x})^2}$$
$$= \frac{33,1+73,6+123+164,4+200,5-5\times3\times38,62}{4+1+0+1+4}$$
$$= \frac{26,3}{10} = 2,63$$

حساب قيمة b:

لدينا: $b = \bar{y} - a\bar{x} = 38,62 - 2,63\times3$

$b = 31,33$

إذن: $y = 2,63x + 31,33$

3/ أ) إكمال الجدول:

y_i	33,1	36,8	41	41,1	44,1
$z_i = \ln y_i$	3,50	3,61	3,71	3,72	3,79

ب) لدينا أن: $Z = 0,07x + 3,46$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{i=5} x_i z_i - 5.\bar{z}.\bar{x}}{\sum_{i=1}^{i=5}(x_i-\bar{x})^2}$$

$$\bar{z} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{i=5} z_i = \frac{3,5+3,61+3,71+3,72+3,79}{5}$$

$\bar{z} = 3,67$

$$a = \frac{3,5+7,22+11,13+14,88+18,95-5\times3\times3,67}{10}$$

$a = 0,07$

ولدينا: $b = \bar{z} - a\bar{x} = 3,67 - 0,07\times3$

$b = 3,46$

إذن معادلة المستقيم من الشكل:

$Z = 0,07x + 3,46$

ج/ لدينا: أي $Z = 0,07x + 3,46$

إذن: $\ln y = 0,07x + 3,46$

$y = e^{0,07x+3,46}$

Scanne avec CamScanner

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) الدالة g متزايدة تماما ومستمرة على المجال $[0,9;1]$ و $g(0,9) \times g(1) < 0$

$g(0,9) \simeq -0,23$; $g(1) = 1$

فإن: المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]0,9;1[$ أي $g(\alpha) = 0$.

2) إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$:

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

II - 1

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(3x - 2 - 2\frac{\ln x}{x^2}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\left(3x - 2 - \frac{2}{x^2}\cdot \ln x\right) = +\infty$$

2) أ) $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - y) = \lim_{x\to+\infty}\left[3x - 2 - \frac{2\ln x}{x^2} - 3x + 2\right]$

$$= \lim_{x\to+\infty} -\frac{2\ln x}{x^2} = 0$$

إذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 3x - 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) دراسة إشارة $f(x) - y = 0$ معناه: $-\frac{2\ln x}{x^2} = 0$ معناه: $(-\frac{2}{x^2} \neq 0)$ $\ln x = 0$ معناه: $x = 1$.

x	0		1		$+\infty$
$f(x) - y$	‖	$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $M(1;1)$		(C_f) تحت (Δ)

3) أ) من أجل كل x من $]0;+\infty[$:

$$f'(x) = 3 - \frac{\frac{2}{x}\cdot x^2 - 2x\cdot(2\ln x)}{x^4}$$

$$= 3 - \frac{2x - 4x\ln x}{x\cdot x^3} = 3 - \frac{2 - 4\ln x}{x^3}$$

$$= \frac{3x^3 - 2 + 4\ln x}{x^3} = \frac{g(x)}{x^3}.$$

ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

الدالة f متناقصة تماما على $]0;\alpha]$

الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$.

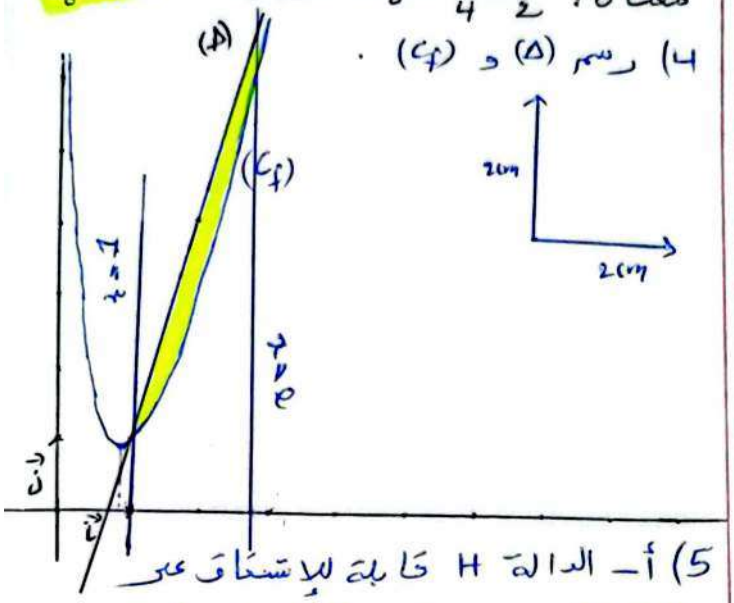
جدول التغيرات :

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

ج) $f'(x_0) = 3$ معناه: $\frac{g(x_0)}{x_0^3} = 3$ معناه: $3x_0^3 - 2 + 4\ln x_0 = 3x_0^3$

معناه: $\ln x_0 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ معناه: $x_0 = e^{\frac{1}{2}}$

4) رسم (Δ) و (C_f).



5) أ) الدالة H قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$:

$$H'(x) = \frac{\frac{1}{x}\cdot x - 1\times(\ln x + 1)}{x^2}$$

$$= \frac{1 - \ln x - 1}{x^2} = -\frac{\ln x}{x^2}.$$ و.ص.م

ب)

$$S = \int_1^e (y - f(x))\,dx = \int_1^e \frac{2\ln x}{x^2}\,dx$$

$$= \left[\frac{-2(1+\ln x)}{x}\right]_1^e = -2H(e) + 2H(1)$$

$$= \left(-\frac{4}{e} + 2\right) \times 4\,cm^2$$

$$S = \left(-\frac{16}{e} + 8\right) cm^2$$

انتهى التصحيح I

Scanne avec CamScanner

14 حسب رتبة السنة 2026 :

$n = 2026 - 2019 + 1 = 8$

نعوض في معادلة التعديل الأول :

$y = 2,63 \times 8 + 31,33 = 52,37\%$

ثم نعوض في معادلة التعديل الثاني :

$y = e^{0,07 \times 8 + 3,46} = 55,70\%$

التعديل الذي يعطي أكبر نسبة نجاح هو التعديل الثاني .

التمرين الثالث : 05 نقاط

1/أ1 تبين أن : $q = e^{-2}$ ، $U_0 = e^{-3}$

لدينا : (U_n) متتالية هندسية معناه : $U_n = U_0 \times q^n$

$U_1 = U_0 \times q^1$; $U_2 = U_0 \times q^2$; $U_4 = U_0 \times q^4$

بالتعويض في الجملة :

$$\begin{cases} \ln(U_0 \times q^1) + \ln(U_0 \times q^2) = -12 \\ \ln(U_0 \times q^2) - \ln(U_0 \times q^4) = 4 \end{cases}$$

معناه :

$$\begin{cases} \ln(U_0) + \ln q + \ln(U_0) + \ln q^2 = -12 \\ \ln U_0 + \ln q^2 - \ln U_0 - \ln q^4 = 4 \end{cases}$$

تكافئ :

$$\begin{cases} 2\ln(U_0) + \ln q + 2\ln q = -12 \\ 2\ln q - 4\ln q = 4 \end{cases}$$

معناه :

$$\begin{cases} 2\ln(U_0) + 3\ln q = -12 \quad \cdots (1) \\ -2\ln q = 4 \end{cases}$$

معناه : $\ln q = -2$ أي : $q = e^{-2}$

بالتعويض في (1) نجد :

$2\ln(U_0) + 3\ln(e^{-2}) = -12$

$2\ln(U_0) - 6 = -12$

$\ln(U_0) = -3$ معناه :

$U_0 = e^{-3}$ معناه :

ب) عبارة U_n بدلالة n :

$U_n = e^{-3} \times (e^{-2})^n = e^{-3} \times e^{-2n}$

$U_n = e^{-3-2n}$

2/أ1

$S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$

$= U_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) = e^{-5} \left(\frac{e^{-2n} - 1}{e^{-2} - 1} \right)$.

$S_n = \frac{e^{-5}}{e^{-2} - 1} (e^{-2n} - 1)$

ب) حساب S_n بدلالة n : $S_n = e^{-5}(e^{-2} + 1)$

$\frac{e^{-5}}{e^{-2} - 1} (e^{-2n} - 1) = e^{-5}(e^{-2} + 1)$

$e^{-2n} - 1 = (e^{-2} + 1)(e^{-2} - 1)$

$e^{-2n} - 1 = e^{-4} - 1$ معناه :

$-2n = -4$ معناه :

$n = 2$

3/أ1 من أجل كل عدد طبيعي n :

$V_{n+1} = \ln(U_{n+1}) = \ln(e^{-2} \cdot U_n)$

$= \ln(e^{-2}) + \ln(U_n) = -2 + V_n$

$r = -2$ حسابية أساسها (V_n) ومنه

$U_{n+1} = e^{-2} U_n$) نقول متتالية هندسية أساسها $q = e^{-2}$) .

$V_0 = \ln(U_0) = \ln(e^{-3}) = -3$

ب/ حساب قيمة المجموع T_n .

$T_n = \frac{(n+1)(V_0 + V_n)}{2}$; $V_n = -3 - 2n$; $n \in \mathbb{N}$

$= \frac{(n+1)(-3-3-2n)}{2} = \frac{(n+1)(-6-2n)}{2}$

$T_n = (n+1)(-3-n) = -n^2 - 4n - 3$

ج/ معناه : $T_n = -143$

$-n^2 - 4n - 3 = -143$

$-n^2 - 4n + 140 = 0$

$\Delta = 576 > 0$

المعادلة حلان :

$n = \frac{4 + 24}{-2} = -14$ مرفوضة

أو

$n = \frac{4 - 24}{-2} = 10$

Scanne avec CamScanner

التمرين الرابع: (07 نقاط)

1/ أ- من أجل كل عدد حقيقي x

$$f(x)=\frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}=\frac{4e^{-x}\cdot e^{x}}{(e^{-x}+1)e^{x}}=\frac{4e^{-x}\cdot e^{x}}{e^{-x}\cdot e^{x}+e^{x}}$$

$$=\frac{4}{1+e^{x}}=\frac{4}{e^{x}+1}.$$ و. ص. م

لأن: $e^{-x}\cdot e^{x}=1$

ب-

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}=0$$

$$\lim_{x\to+\infty} e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^{x}}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{4}{e^{x}+1}=4$$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ معادلته $y=0$ ومستقيم مقارب بجوار $-\infty$ معادلته $y=4$.

2/ الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$:

$$f'(x)=4\left(\frac{-e^{x}}{(e^{x}+1)^{2}}\right)=\frac{-4e^{x}}{(e^{x}+1)^{2}}<0$$

$\left(\frac{1}{u}\right)'=\frac{-u'}{u^{2}}$

ومنه الدالة f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	4	↘	0

3- أ- $(C_f)\cap(xx')$ معناه: $f(x)=0$

معناه: $\frac{4}{e^{x}+1}=0$; $S=\emptyset$

لا توجد أي نقطة تقاطع (C_f) مع (xx').

ب/ معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند $\Omega(0;-1)$:

$$y=f'(0)(x-0)+f(0)$$

$$f'(0)=\frac{-4e^{0}}{(e^{0}+1)^{2}}=\frac{-4}{4}=-1 \quad ; \quad y=-x+2$$

ج/ من أجل كل عدد حقيقي x.

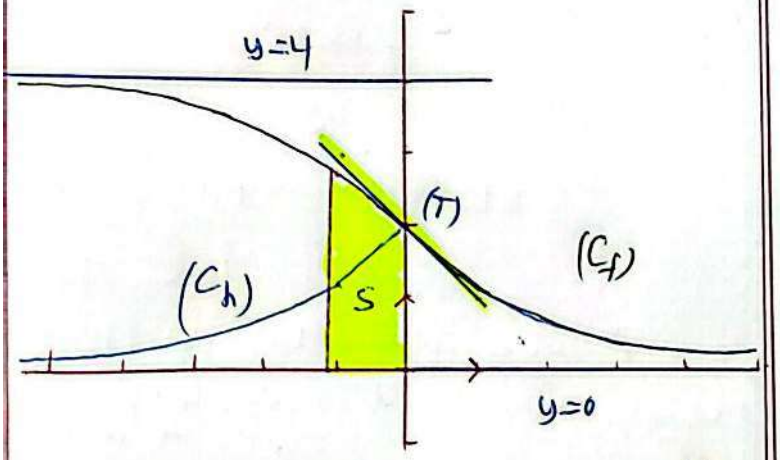
$$f(-x)+f(x)=\frac{4}{e^{-x}+1}+\frac{4}{e^{x}+1}=\frac{4e^{x}}{e^{x}+1}+\frac{4}{e^{x}+1}$$

$$f(-x)+f(x)=\frac{4e^{x}+4}{e^{x}+1}=\frac{4(e^{x}+1)}{e^{x}+1}=4$$

$f(2(0)-x)+f(0)=2\times 2$

إذن: (C_f) يقبل مركز تناظر $\Omega(0;2)$

د/ رسم (C_f) و (T).



4/

$$S=\int_{-\ln 3}^{0} f(x)\,dx=4\int_{-\ln 3}^{0}\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}\,dx=-4\int_{-\ln 3}^{0}\frac{-e^{-x}}{e^{-x}+1}\,dx$$

$$=\left[-4\ln(e^{-x}+1)\right]_{-\ln 3}^{0}=-4\ln(2)+4\ln(4)$$

$$=-4\ln 2+8\ln(2)=4\ln(2)\ \text{u.a}$$

5/ أ- من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ؛ $-x$ من $\mathbb{R}$:

$h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)$ ؛ $|-x|=|x|$

ومنه الدالة h زوجية.

ب/

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & ; x\geq 0 \\ f(-x) & ; x\leq 0 \end{cases}$$

ننطبق على (C_f) ما $x\geq 0$ ونظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب ما $x\leq 0$

انتهى التصحيح (ب)