الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية سطيف — ثانويات سطيف المقاطعة –02–
امتحان البكالوريا التجريبي — دورة : ماي 2025
الشعبة : آداب و فلسفة و لغات أجنبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) (ا) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5.
(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1447^{2025} على 5.

2) (ا) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $2^{4n} \equiv 1[5]$.
(ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{4004} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$.

3) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $2^{4n+3} + 2^n + 10$ مضاعف للعدد 5.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) (u_n) متتالية هندسية و حدودها موجبة، حدها الأول u_1 أساسها q حيث:
$u_3 = 8$ و $u_5 \times u_7 = 4096$.
(ا) احسب u_6 والأساس q.
(ب) احسب u_1، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) (ا) احسب المجموع S_n بدلالة n، حيث: $S_n = u_3 + u_4 + \cdots + u_n$.
(ب) علما أن: $4096 = 2^{12}$ عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 4088$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

1) نعتبر الدالة العددية f ذات المتغيّر الحقيقي x المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ ، (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$
(ا) أحسب نهاية الدّالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$
(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f

2) شكّل جدول التغيرات.

3) (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يُطلب تحديد إحداثييها.
(ب) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 1)$

4) (ا) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x = \frac{1}{2}$.
(ب) حدد إحداثيات نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

5) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f).

إنتهى الموضوع الاول

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) a و b عددان طبيعيان حيث: $a \equiv 3[4]$ و $b \equiv 2[4]$.

(ا) هل العدد $2a^3 + 5b^2$ يقبل القسمة على 4 ؟

(ب) احسب باقي قسمة العدد $a^2 - 9b^3$ على 4.

2) (ا) تحقق أن: $a \equiv -1[4]$.

(ب) استنتج باقي قسمة العدد $a^{2025} \times (b+1)^{1446}$ على 4.

3) استنتج أن: $a^{2025} + (b+1)^{1446} \equiv 0[4]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r حيث: $u_3 = 1$ و $u_{12} = 19$.

(ا) عين الأساس r والحد الأول u_0 لهذه المتتالية.

(ب) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n، ثم احسب u_{18}.

2) عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = 2025$.

3) (ا) احسب بدلالة n المجموع:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n.$$

(ب) استنتج قيمة المجموع:

$$S = 5 + 7 + 9 + \cdots + 2025.$$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

1) تعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ حيث:

$$f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2: $f(x) = 2 - \dfrac{2}{x+2}$

(ب) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-2} f(x)$, $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2} f(x)$, $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

2) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين، يطلب تعيين معادلة كل منهما.

(ا) عيّن الدالة المُشتقة f' للدالة f وأدرس أشارتها.

(ب) استنتج أتّجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها على مجموعة تعريفها.

3) (ا) عيّن احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

(ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أنشىء (T) و المستقيمات المقاربة ثمّ المنحنى (C_f)

إنتهى الموضوع الثاني

شعبة الآداب والشعبة + لغات أجنبية : Bac 2025 /

الموضوع الأول :

التمرين 1 :

① دراسة بواقي قسمة 2^n على 5 :

لدينا :

$2^0 \equiv 1 [5]$
$2^1 \equiv 2 [5]$
$2^2 \equiv 4 [5]$
$2^3 \equiv 3 [5]$
$2^4 \equiv 1 [5]$

ومنه : $T = 4$ ، $2^{4k} \equiv 1 [5]$

مثلا :

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	3	[5]

② تعيين باقي قسمة 1446^{2025} على 5 :

لدينا :

$1447 \equiv 2 [5]$

و $2025 = 4 \times 506 + 1$

ومنه : $1447^{2025} \equiv 2^{4 \times 506 + 1} [5]$

$\equiv 2 [5]$

ومنه $\boxed{r = 2}$ لأن $0 \leq 2 < 5$

③ بيان أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $2^{4n} \equiv 1 [5]$

لدينا :

$2^4 = 16$

و $16 \equiv 1 [5]$ أي

$2^4 \equiv 1 [5]$ ، ومنه $(2^4)^n \equiv 1 [5]$

أي : $2^{4n} \equiv 1 [5]$

④ بيان أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $2^{4004} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0 [5]$

لدينا :

$2^{4004} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 2^{4(1001)} + 2^{4(2n)+2} - 5 [5]$

$\equiv 1 + 4 - 5 [5]$

$\equiv 5 - 5 [5]$

$\equiv 0 [5]$

⑤ تعيين العدد الطبيعي n بحيث : $2^{4n+3} + 2^n + 10 \equiv 0 [5]$

لدينا :

$2^{4n+3} + 2^n + 10 \equiv 3 + 2^n + 10 [5]$

$\equiv 13 + 2^n [5]$

$\equiv 3 + 2^n [5]$

ومنه : $2^n + 3 \equiv 0 [5]$

تكافئ : $2^n \equiv -3 [5]$

تكافئ : $2^n \equiv 2 [5]$

أي $\boxed{k \in \mathbb{N} \; ; \; n = 4k+1}$

التمرين الثاني :

حساب u_6 و q :

من خاصية الوسط الهندسي ينتج :

$u_5 \times u_7 = u_6^2$

معناه : $u_6^2 = 4096$

اذن : $u_6 = \pm \sqrt{4096}$

وعليه : $u_6 = -64$ أو $u_6 = 64$

بما أن (u_n) حدودها موجبة فإن $\boxed{u_6 = 64}$

($u_6 = 64$ صحيح)

حساب قيمة الأساس q:

لدينا: $u_6 = u_3 \cdot q^{6-3}$

معناه: $u_6 = u_3 q^3$

أي: $u_4 = 8 q^3$

ومنه: $q^3 = 8$

أي: $\boxed{q = 2}$

(2) حساب قيمة الحد u_1:

لدينا: $u_3 = u_1 q^2$

ومنه: $u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{8}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$

أي: $\boxed{u_1 = 2}$

عبارة u_n بدلالة n:

لدينا: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

$= 2 \cdot (2)^{n-1}$

$= 2 \cdot 2^{n-1} \cdot 2^{-1} = 2^n$

(3) دراسة اتجاه تغير (u_n):

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$:

$u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n(2-1)$

$= 2^n > 0$

إذن: (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

أو: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 > 1$

(4) حساب بدلالة n: S_n

لدينا:

$S_n = u_3 + u_4 + \cdots + u_n$

$= u_3 \left(\frac{2^{n-3+1} - 1}{2-1} \right)$

$= 8 \left(2^{n-2} - 1 \right)$

$= 2^3 \cdot 2^{n-2} - 8$

$= 2^{n+1} - 8$

إيجاد n حيث: $S_n = 4088$

لدينا: $S_n = 4088$

معناه: $2^{n+1} - 8 = 4088$

تكافئ: $2^{n+1} = 4096 = 2^{12}$

إذن: $n+1 = 12$

ومنه: $\boxed{n = 11}$

4096	2
2048	2
1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

ومنه: قيمة الأساس q:

لدينا: $u_6 = u_3 \cdot q^{6-3}$

مثلا: $u_6 = u_3 q^3$

إذن: $64 = 8 q^3$

ومنه: $q^3 = 8$

إذن: $\boxed{q = 2}$

② حساب قيمة الحد u_1:

لدينا: $u_3 = u_1 q^2$

ومنه: $u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{8}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$

أي: $\boxed{u_1 = 2}$

عبارة u_n بدلالة n:

لدينا: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

$= 2 \cdot (2)^{n-1}$

$= 2 \cdot 2^n \cdot 2^{-1} = 2^n$

③ دراسة اتجاه تغير (u_n):

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$:

$u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n(2-1)$

$= 2^n > 0$

إذن: (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

أو

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 > 1$

④ حساب S_n:

لدينا:

$S_n = u_3 + u_4 + \dots + u_n$

$= u_3 \left(\frac{2^{n-3+1} - 1}{2-1} \right)$

$= 8 \left(2^{n-2} - 1 \right)$

$= 2^3 \cdot 2^{n-2} - 8$

$= 2^{n+1} - 8$

إيجاد n بحيث: $S_n = 4088$

لدينا: $S_n = 4088$

معناه: $2^{n+1} - 8 = 4088$

أي: $2^{n+1} = 4096 = 2^{12}$

إذن: $n+1 = 12$

ومنه: $\boxed{n = 11}$

4096	2
2048	2
1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

التمرين الثالث :

لدينا : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$

$D_f =]-\infty ; +\infty[$

① حساب النهايات :

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} 2x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x^3 = +\infty$$

② دراسة اتجاه تغير f :

f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$f'(x) = 0$ معناه $6x(x-1) = 0$ أي $x = 0$ أو $x = 1$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty, 0]$ و $[1; +\infty[$ لأن $f'(x) \geq 0$

f متناقصة تماما على المجال $[0,1]$.

جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1 ↘		↗ $+\infty$

③ اماتين نقطة الانعطاف :

لدينا : $f''(x)$ حساب

$f''(x) = 12x - 6$

$f''(x) = 0$ يكافئ : $12x - 6 = 0$ أي : $x = \frac{6}{12}$

$x = \frac{1}{2}$: أي

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

f'' تنعدم عند $\frac{1}{2}$ مغيرة اشارتها، إذن : $A\left(\frac{1}{2} ; f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ أي : $A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف (C_f)

④ التحقق أن : $f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 1)$ لكل $x \in \mathbb{R}$:

لدينا :

$$(x-1)(2x^2 - x - 1)$$

$$= 2x^3 - x^2 - x - 2x^2 + x + 1$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 1 = f(x)$$

① نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات :

أولا : $(C_f) \cap (xx') = ?$

نحل المعادلة $f(x) = 0$

نكافئ : $(x-1)(2x^2 - x - 1) = 0$

معناه : $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ \text{أو} \\ 2x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$

$\Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9 = 3^2$

$\sqrt{\Delta} = 3$

إذن : $\begin{cases} x_1 = 1 \\ \text{أو} \\ 2x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$

ومنه :

$$S=\{1,-\frac{1}{2}\} \leftarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{1-3}{2\times 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{1+3}{4} = 1 \end{cases}$$

ج.ب :

$(C_f) \cap (xx') = \{A(1,0), B(-\frac{1}{2},0)\}$

تبيان مع (yy') : $(C_f) \cap (yy') = ?$: لدينا

$(C_f) \cap (yy') = \{C(0,f(0))\}$

$= \{C(0,1)\}$

⑥ معادلة (T) المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{2}$:

$(T) : y = f'(\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$

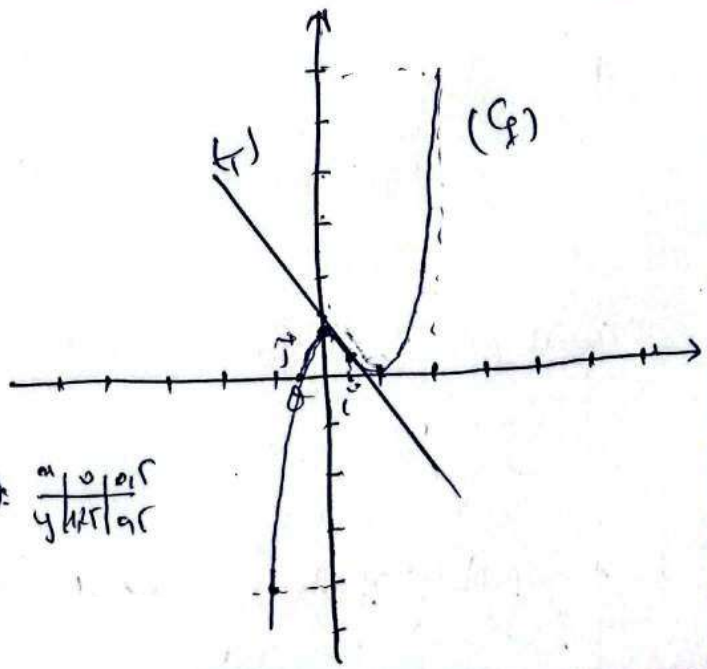
$= -\frac{3}{2}(x-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$

$= -\frac{3}{2}x + \frac{3}{4} + \frac{1}{2}\times\frac{2}{2}$

$= -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$

ومنه : $\boxed{(T) : y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}}$

الإنشاء :



x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y		+	0	+	

التمرين 2 :

ج.1 : لدينا : $b \equiv 2[4]$, $a \equiv 3[4]$

①

$2a^3 + 5b^2 \equiv ?[4]$

لدينا : $a \equiv 3[4]$: ومنه $a^3 \equiv 27[4]$

أي : $a^3 \equiv 3[4]$, ومنه : $2a^3 \equiv 6[4]$

$\boxed{(1) \dots 2a^3 \equiv 2[4]}$

إثبات أن : $b \equiv 2[4]$: ومنه $b^2 \equiv 4[4]$: أي

$\boxed{5b^2 \equiv 0[4]}$: ومنه $b^2 \equiv 0[4]$ ،

$\boxed{(2) \dots}$

جمع (1) و (2) نجد :

$2a^3 + 5b^2 \equiv 2 + 0[4]$

$\equiv 2[4]$

ومنه : باقي القسمة الإقليدية لـ $r \neq 0$ أي r على 4 هو 2 .

② باقي قسمة $a^2 - 9b^3$ على 4 :

لدينا : $a \equiv 3[4]$: ومنه $\boxed{a^2 \equiv 1[4]}$

و : $b \equiv 2[4]$: أي : $b^3 \equiv 8[4]$

ومنه : $\boxed{-9b^3 \equiv 0[4]}$: ومنه $9b^3 \equiv 0[4]$

$a^2 - 9b^3 \equiv 1 + 0[4]$

$\equiv 1[4]$

الباقي : أي : $0 \leq r < 4$: $\boxed{r = 1}$

③ التحقق أن : $a \equiv -1[4]$:

لدينا : $q \equiv 3[4]$: ومنه $a+1 \equiv 4[4]$

أي : $a+1 \equiv 0[4]$, ومنه : $a \equiv -1[4]$.

④ استنتاج باقي قسمة $a^{2025} \times (b+1)^{1446}$ على 4 :

لدينا :

$a \equiv -1 \ [4]$

ومنه : $a^{2025} \equiv (-1)^{2025} \ [4]$

$\dots \equiv -1 \ [4]$ --- (1)

من جهة أخرى : $b \equiv 2 \ [4]$

معناه : $b+1 \equiv 3 \ [4]$

$\equiv -1 \ [4]$

أي : $(b+1)^{1446} \equiv (-1)^{1446} \ [4]$

ومنه : $(b+1)^{1446} \equiv 1 \ [4]$ --- (2)

بضرب (1) في (2) نجد :

$a^{2025} \times (b+1)^{1446} \equiv (-1) \times (1) \ [4]$

$\equiv -1 \ [4]$

$\equiv 3 \ [4]$

و $\boxed{r=3}$

ومنه :

$a^{2025} + (b+1)^{1446} \equiv -1+1 \ [4]$

$\equiv 0 \ [4]$

أي : $\boxed{r=0}$

حل التمرين 2 :

(U_n) حسابية + $U_3 = 1$ ، $U_{12} = 19$

① تعيين الأساس r و U_0 :

لدينا : $U_{12} = U_3 + (12-3)r$

معناه : $19 = 1 + 9r$

ومنه : $18 = 9r$

ومنه : $\boxed{r = 2}$

الحد U_0 :

لدينا : $U_3 = 1$

معناه : $U_3 = U_0 + 3r$

أي : $U_0 = U_3 - 3r$

$= 1 - 3(2)$

$= 1 - 6 = -5$

ومنه : $\boxed{U_0 = -5}$

③ إيجاد قيمة n بحيث : $U_n = 2025$:

معناه $U_n = 2025$: $-5 + 2n = 2025$

نكافئ : $2n = 2030$

ومنه : $n = 1015$.

④ لدينا :

$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

$= \frac{(n+1)}{2}(U_0 + U_n)$

$= \frac{(n+1)}{2}(-5 + 2n - 5)$

$= \frac{(n+1)}{2}(2n - 10)$

$= (n+1)(n-5)$

$= n^2 - 5n + n - 5$

$= n^2 - 4n - 5$

قيمة S :

$S = 5 + 7 + 9 + \dots + 2025$

$= U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_{1015}$

$= \frac{1011}{2}(U_1 + U_{1012})$

$= \frac{1011}{2}(5 + 2025)$

$= 1026165$.

التمرين الثالث :

لدينا : $f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$ ،

$D_f =]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[$.

① من أجل كل $x \neq -2$ لدينا :

$2 - \frac{2}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2x+2}{x+2} = f(x)$

(+ كما تنتمي مجموعة التعريف)

② أ) حساب النهايات :

$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x+2}{x+2} = 2$ ، $\lim_{x \to +\infty} \frac{2x+2}{x+2} = 2$

"

$\lim_{x \to -2^>} \frac{2x+2}{x+2} = +\infty$

$\lim_{x \to -2^<} \frac{2x+2}{x+2} = -\infty$

	$-\infty$		-2		$+\infty$
		−	‖	+	
		0		0	

ب) المقاربات :

$x = -2$ معادلة مقارب (موازي) (C_f).

$y = 2$ معادلة مقارب (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

③ $f'(x)$: اشارة $f'(x)$ و اتجاه تغير f :

من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ ، f قابلة للاشتقاق

و لدينا :

$f'(x) = \frac{2}{(x+2)^2} > 0$

④ إذن : f متزايدة تماما على $\mathbb{R} - \{-2\}$

و جدول تغيراتها :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

⑤ أ) تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات :

$(C_f) \cap (xx') = \{A(-1, 0)\}$

$(C_f) \cap (yy') = \{B(0, 1)\}$

ب) معادلة (T) :

$(T) : y = f'(0)(x) + f(0)$

$= \frac{1}{2}x + 1$

ج) الانشاء :