الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الأغواط — وزارة التربية الوطنية
دورة : ماي 2026 — امتحان بكالوريا التجريبي التعليم الثانوي
الشعبة : تسيير و اقتصاد

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل نسبة تطور الناجحين بتقدير في البكالوريا، شعبة تسيير و اقتصاد بين السنوات 2018 و 2025.

السنة	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة $y_i\%$	25.5	28.6	30	33.1	36.8	41	41.1	44.1

1. احسب نسبة تطور الناجحين بتقدير بين سنتي 2018 و 2025 ثم مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

2. اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) لـ $(y$ بدلالة $x)$ (المعاملان مدوران إلى 10^{-2}) ثم أنشئه في نفس المعلم.

- قدر نسبة الناجحين بتقدير في سنة 2030 (باعتبار أن نسبة تطور الناجحين بتقدير تبقى بنفس الوتيرة في السنوات القادمة).

3. بوضع $Z_i = \ln(y_i)$ أنقل الجدول التالي على ورقة الاجابة ثم أتممه

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$Z_i = \ln(y_i)$								

أ) عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار $(Z$ بدلالة $x)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}). ثم عبر عن y بدلالة x.

ب) إذا إعتبرنا أن نسبة الناجحين بتقدير سنة 2030 كانت 78% ، أي التعديلين أدق ؟ علل.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$$

1. احسب u_1 ، u_2 ، u_3 ، وضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 1$.

ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً، هل المتتالية (u_n) متقاربة؟

3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 1$

- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

4. أحسب بدلالة n كل من : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

التمرين الثالث : (04 نقاط) كل سؤال له اجابة واحدة صحيحة فقط من بين الاقتراحات الثلاثة عينها مع التعليل :

1. حلول المعادلة $e^{2x} - 2e^x - 8 = 0$ هي:

أ) $S = \{\ln(4)\}$ ب) $S = \{-2; 4\}$ ج) $S = \{-2\}$

2. حلول المتراجحة : $ln(x-2) > ln(3-x)$ في المجال $]2;3[$ هي :

أ) $]\frac{5}{2}; +\infty[$ ب) $]\frac{5}{2}; 3[$ ج) ϕ

3. لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $h(x) = 2x + ln\left(\frac{x+1}{2x}\right)$ ، منحناها البياني يقبل مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ معادلته :

أ) $y = 2x$ ب) $2x - ln2$ ج) 0

4. f دالة مستمرة على المجال $[1;4]$. إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة f على المجال هي $m = 2$ ، فإن $I = \int_1^4 f(x)dx$ يساوي :

أ) $I = 6$ ب) $I = 3$ ج) $I = 5$

التمرين الرابع : (08 نقاط)

I) ليكن جدول تغيرات الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖		$+$		
$g(x)$	‖	$-\infty$	$\nearrow$ 0	$\nearrow$	$+\infty$

باستعمال جدول التغيرات حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ - عين $\lim_{x \geq 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسياً ثم عين $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

ب - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

ج - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

د - أنشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f).

و - احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمات $x = 1$ ، $x = e$ و $y = x - 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

أجب ب (صح) أو (خطأ) مع التعليل في كل سؤال مما يلي :

1. القيمة المتوسطة للدالة f حيث : $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ على المجال $[0;1]$ هي : $m = -4$
2. الدالة المشتقة $g'(x)$ للدالة $g(x) = ln\,(e^x + 1)$ هي $g'(x) = \frac{e^x+1}{e^x}$
3. حلول المعادلة $(lnx)^2 + 2lnx - 3 = 0$ في المجال $]0;+\infty[$: $S = \{e^{-3}; e\}$
4. المتتالية (U_n) المعرفة على N ب: $U_n = n^2 + 2n + 1$ هي متتالية متناقصة تماماً .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماماً بحيث: $\begin{cases} \ln u_1 + \ln u_5 = -12 \\ \ln u_2 - \ln u_4 = 4 \end{cases}$

1. أ - بين أن q أساس المتتالية (u_n) يساوي e^{-2}.

   ب - احسب الحد الأول u_0 ثم اكتب u_n بدلالة n.

   ج - احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \ln u_n$.

   أ - بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

   ب - عبر عن v_n بدلالة n.

   ج - احسب بدلالة n الجداء : $P_n = u_0 \times u_1 \times \cdots \times u_n$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي وزن شخص بالكيلوغرام (kg) بدلالة طوله بالسنتيمتر (cm).

الطول x_i cm	145	150	155	160	165	170
الوزن y_i kg	50	53	57	62	65	67

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس.
2. احسب احداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ و مثلها في المعلم السابق (نأخذ $1cm$ لكل $10cm$ على محور الفواصل و يبدأ التدريج من 140، و $1cm$ لكل $2kg$ على محور التراتيب و يبدأ التدريج من 50).
3. أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة x ثم مثله في المعلم السابق.
4. نسمي مؤشر كتلة الجسم BMI حاصل قسمة الوزن بالكيلوغرام على مربع الطول بالمتر و نقول ان وزن الشخص مثالي اذا كان مؤشر كتلة الجسم ينتمي الى المجال $[19;24]$.

   أ - باستعمال التعديل الخطي السابق عين وزن هذا الشخص عندما يصبح طوله $185cm$.

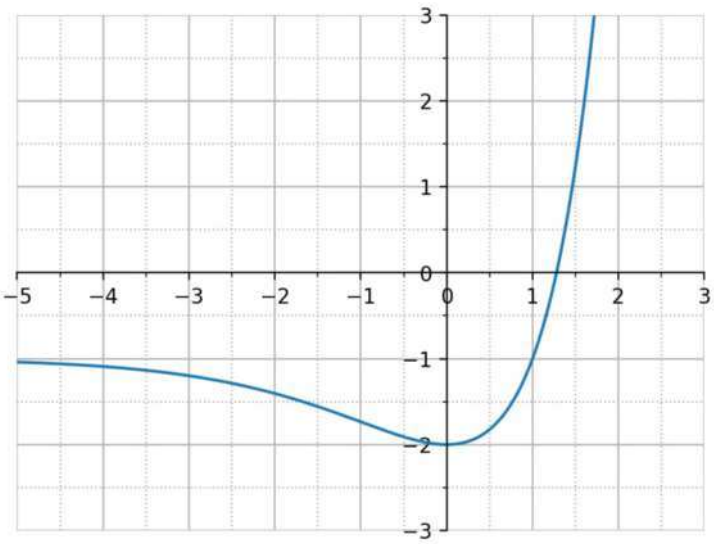
   ب - احسب مؤشر كتلة هذا الجسم، هل وزن هذا الشخص مثالي؟

التمرين الرابع : (08 نقاط)

I) g الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x) = -1 + (x-1)e^x$$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الرسم المقابل).



1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g.

2) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1,2 < \alpha < 1,3$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{2x}{e^x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$f(x) = \frac{2}{\dfrac{e^x}{x} + \dfrac{1}{x}}$$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسرها بيانياً.

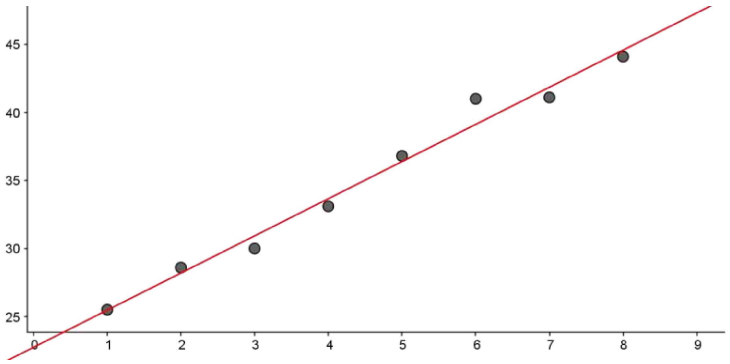
2) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-2x]$ ، فسر بيانياً النتيجة.

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x$.

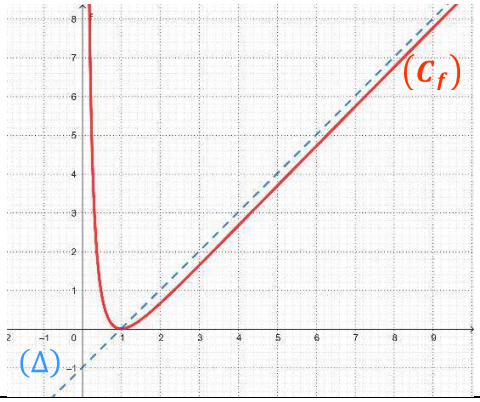
4) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $f'(x) = \dfrac{-2g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

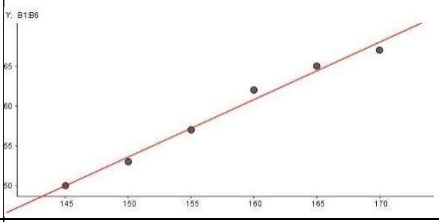
5) أنشئ (Δ) و (C_f).

6) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) - m = 0$.

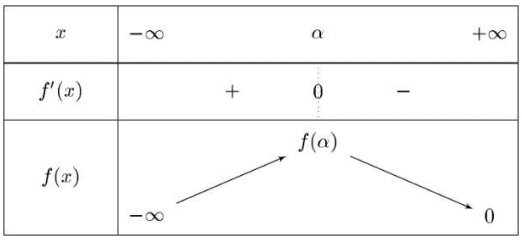
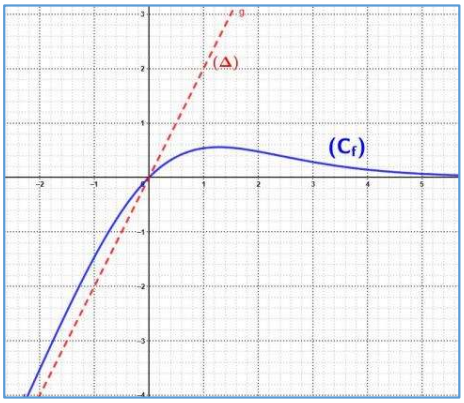
	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
(1	**نسبة تطور الناجحين بتقدير هي :** $a=\frac{44.1-25.5}{25.5}\times 100=72.94\%$	0.5	1.5
	سحابة النقط ومستقيم الانحدار: 	0.5+0.5	
(2	**- المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار :** $y=2.73x+22.73$	0.75	01
	- نسبة الناجحين بتقدير سنة 2030 هو : $y=58.22$	0.25	
(3	**إتمام الجدول :** x_i: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 $Z_i=\ln(y_i)$: 3.24 | 3.35 | 3.4 | 3.5 | 3.61 | 3.71 | 3.72 | 3.79	0.5	1.5
	أ) المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار : $z=0.08x+3.18$ **- التعبير عن y بدلالة x :** $y=e^{0.08x+3.18}$	0.5 0.25	
	ب)بعد حل المعادلات نجد $x_1=20.24$ و $x_2=14.70$ و وبالتالي التعديل الثاني أدق.	0.25	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
(1	**حساب الحدود :** $u_1=\frac{1}{3}$ ، $u_2=\frac{5}{9}$ ، $u_3=\frac{19}{27}$ **التخمين :** المتتالية متزايدة تماماً.	0.25×4	01
(2	**أ) البرهان بالتراجع أن $0\le u_n\le 1$:** التأكد $u_0=0$ إذن $p(0)$ محققة نفرض أن الخاصية $p(n)$ صحيحة ونبرهن صحة $p(n+1)$	0.5	01
	ب) برهان أن (u_n) متزايدة تماماً : $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(1-u_n)>0$	0.25	
	- هل المتتالية متقاربة : (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى $(u_n\le 1)$ إذن هي متقاربة.	0.25	
(3	**- بيان أن المتتالية (v_n) هندسية :**	0.25 0.25	01.5

		$\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{2}{3}$ إذن المتتالية هندسية وأساسها $q=\frac{2}{3}$ وحدها الأول $v_0=-1$	
	0.25	- v_n بدلالة n : $v_n=-\left(\frac{2}{3}\right)^n$	
	0.25	- u_n بدلالة n : $u_n=-\left(\frac{2}{3}\right)^n+1$	
	0.25 0.25	- **حساب النهايتين :** $\lim_{n\to+\infty}v_n=0$ و $\lim_{n\to+\infty}u_n=1$ - **الاستنتاج :** نستنتج أنهما متقاربتين.	
0.5	0.5	**المجموع :** $S_n=-3\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$ ، $S_n'=-3\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)+n+1$	4)
		التمرين الثالث (04 نقاط)	
01	0.5 0.5	الإجابة (أ) : لأن المعادلة تقبل حل مرفوض و آخر مقبول هو : $\ln 4$	1)
01	0.5 0.5	الإجابة (ب) : حل المتراجحة هو $x>\frac{5}{2}$ اذن $x\in\left[\frac{5}{2};3\right[$	2)
01	0.5 + 0.5	الإجابة (ب) : لأن $\lim_{x\to+\infty}2x+\ln\left(\frac{x+1}{2x}\right)-2x+\ln 2=\ln\left(\frac{1}{2}\right)+\ln 2=0$	3)
01	0.5 0.5	الإجابة (أ) : $\frac{1}{4-1}\int_1^4 f(x)dx=2$ يكافئ : $\int_1^4 f(x)dx=6$	4)
		التمرين الرابع (08 نقاط)	
01	01	**I. جدول إشارة $g(x)$:** x : 0 ‖ 1 : $+\infty$ $g(x)$: ‖ $-$ 0 $+$	
01.5	0.5 0.5 0.5	**II. حساب النهايات :** $\lim_{x\to0^+}f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ $x=0$ مستقيم مقارب ل (C_f)	أ
01	0.5	- **المستقيم المقارب المائل (Δ) :** $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left[-\frac{\ln x}{x}\right]=0$ - **وضعية (C_f) بانسبة إلى (Δ) :** ندرس إشارة $-\frac{\ln x}{x}$	ب

	0.5	x | 0 | 1 | $+\infty$ $-\frac{lnx}{x}$ | $+$ | 0 | $-$ الوضع النسبي | (C_f) فوق (Δ) | تقاطع | (C_f) تحت (Δ)	
02	01 01	- المشتقة $f'(x)$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ - جدول التغيرات : x | 0 | 1.0 | $+\infty$ $f'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ $f(x)$ | $+\infty$ ↘ 0 ↗ $+\infty$	ج
01.5	01.5	التمثيل البياني : 	د
01	01	حساب مساحة A : $A=\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}dx=-\frac{1}{2}u.a$	و

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	الإجابة (**خطأ**) ، التعليل : $m=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx=\frac{1}{1}\int_0^1 f(x)dx=4$	0.5 0.5	01
2)	الإجابة (**خطأ**) ، التعليل : $g'(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$	0.5 0.5	01
3)	الإجابة (**صح**) ، التعليل : بحساب المميز نجد $\Delta=16$ والحلول $x_1=e$ و $x_2=e^{-3}$	0.5 0.5	01
4)	الإجابة (**صح**) ، التعليل : لدينا $U_{n+1}-U_n=-2n-1<0$ إذن المتتالية متناقصة تماماً.	0.5 0.5	01
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1)	**أ) حساب الأساس q :** $q=e^{-2}$ **ب) حساب الحد الأول u_0 :** $u_0=1$ **- عبارة u_n بدلالة n :** $u_n=e^{-2n}$ **ج) المجموع :** $S_n=u_0+u_1+...+u_n=\frac{1-e^{-2n-2}}{1-e^{-2}}$	01 0.25 0.25 0.5	02
2)	**أ) تبيين أن (v_n) حسابية وحساب أساسها :** $r=-2$ **- حدها الأول :** $v_0=0$ **ب) عبارة v_n بدلالة n :** $v_n=-2n$ **ج) الجداء :** $P_n=u_0\times u_1\times...\times u_n=e^{v_0+v_1+...+v_n}=e^{\frac{n+1}{2}(-2n)}=e^{-n^2-n}$	0.5 0.5 0.5 0.5	02
	التمرين الثالث (04 نقاط)		
1)	**سحابة النقط** $M_i(x_i;y_i)$ 	0.75	0.75
2)	احداثي النقطة المتوسطة $G(157.5;59)$	0.5	0.5
3)	**معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا :** $a=\frac{\text{cov}(X,Y)}{V(X)}=\frac{52.5}{72.92}=0.72$ $b=\overline{Y}-a\overline{X}=-54.4$ $y=0.72x-54.40$	0.5 0.5 0.25	01.25
4)	**أ- تعيين وزن الشخص الذي طوله** $185cm$ بالتعويض نجد : $y=78.8$ **ب- حساب مؤشر كتلة الجسم :** $T=\frac{78.8}{(1.85)^2}=23.02$ نعم الوزن مثالي لأن $19\le 23.02\le 24$	0.5 0.5 0.5	01.5

		التمرين الرابع (08 نقاط)	
02.5	01 01 0.5	**I. 1) جدول تغيرات الدالة g :** 	x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-1 ↘	-2	↗ $+\infty$ | **2) اثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $1.2<\alpha<1.3$:** مبرهنة القيم المتوسطة - إشارة g : | x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$		
0.75	0.25 0.25 0.25	**1) بيان عبارة الدالة f :** $f(x)=\dfrac{2}{\frac{e^x}{x}+\frac{1}{x}}=\dfrac{2}{\frac{e^x+1}{x}}=\dfrac{2x}{e^x+1}$ **- استنتاج النهاية :** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ **- التفسير الهندسي :** $y=0$ مستقيم مقارب أفقي .	
01.25	0.25 0.5 0.5	**2)- حساب النهاية :** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ **- حساب** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]$ **:** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x(e^x)}{e^x+1}=0$ **- التفسير البياني :** $y=2x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $-\infty$	
0.5	0.5	**3)- الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) :** $f(x)-2x=\dfrac{2x}{e^x+1}-2x=\dfrac{-2x(e^x)}{e^x+1}$ 	x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-2x$	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(Δ) فوق (C_f)	تقاطع	(Δ) تحت (C_f) | |		
01.5	0.5 0.5	**4) بيان عبارة المشتقة :** $f'(x)=\dfrac{-2g(x)}{(e^x+1)^2}$ - استنتاج اتجاه التغير وجدول التغيرات : الدالة f متزايدة على المجال $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة على المجال $]-\infty;\alpha]$	

	0.5	- جدول التغيرات :  	
01.5	01 0.5	5) التمثيل البياني :  6) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط m : المعادلة تؤول إلى : $f(x)=m$ وهي مناقشة أفقية - على المجال $]-\infty;0]$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب. - على المجال $[0;f(\alpha)[$ المعادلة تقبل حلين موجبين. - على المجال $]f(\alpha);+\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول. -	