

الموضوع الثاني(20ن)

التمرين الأول: (06ن)

لتكن الاعداد الطبيعية a, b و c حيث : $a = 1446$ ، $b = 2972$ ، $c = 2025$

1. عين باقي القسمة الاقليدية للأعداد a ، b و c على 8.
2. تحقق أن العددين a و $(2c+b)$ متوافقان بترديد 8.
3. عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $b^2 + (2a) - c$ على 8.
4. أ- تحقق أن: $a+c \equiv -1[8]$
ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^n + (a+c)^{2n+1} \equiv 0[8]$

التمرين الثاني: (06ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 3u_n + 4$

1. أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .
2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n + 2$
أ- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .
ب- عبر عن v_n و u_n بدلالة n .
3. أحسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
4. أحسب المجموع: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث: (08ن)

f دالة عددية معرفة على $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ ب: $f(x) = 3 + \frac{2}{x-2}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$: $f(x) = \frac{3x-4}{x-2}$
2. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا.
3. أ- عين الدالة المشتقة للدالة f ثم ادرس اشارتها .
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 3$.
5. أ- اوجد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.
ب- أرسم (C_f) والمماس (T)

انتهى الموضوع الثاني

تصحيح الاختبار التجريبي "الموضوع الأول"

التمرين الأول (06ن):

1. دراسة بواقي قسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 حسب قيم

العدد الطبيعي (01.5ن)

$2^0 \equiv 1[7]$ ، $2^1 \equiv 2[7]$ ، $2^2 \equiv 4[7]$ ، $2^3 \equiv 1[7]$ ، الدور هو 3.

$n =$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$
$2^n \equiv$	1	2	4

2. أ- تبين أن العددين 2024^{2025} و 2025^{1446} متوافقان

بترديد 7 (2×0.75ن)

- لدينا: $2024 \equiv 1[7]$ ومنه: $2024^{2025} \equiv 1^{2025}[7] \equiv 1[7]$

$2024^{2025} \equiv 1[7]$ ومنه: $2024^{2025} \equiv 1[7]$

إذا: باقي قسمة 2024^{2025} على 7 هو 1.

- لدينا: $2025 \equiv 2[7]$ ومنه: $2025^{1446} \equiv 2^{1446}[7]$

ومنه: $2025^{1446} \equiv 2^{3 \times 482}[7] \equiv 2^{1446}[7]$

إذا: $2025^{1446} \equiv 1[7]$

ومنه العددين 2024^{2025} و 2025^{1446} متوافقان بترديد 7

ب- تبين أن: $1448 \equiv -1[7]$ (0.75ن)

لدينا: $1448 \equiv 6[7]$ ومنه: $1448 \equiv 6[7]$

$1448 \equiv 6[7]$ ومنه: $1448 \equiv 6[7]$

استنتاج باقي قسمة العدد 1448^{2025} على 7 (0.75ن)

لدينا: $1448 \equiv -1[7]$ إذا: $1448^{2025} \equiv (-1)^{2025}[7] \equiv -1[7]$

$1448^{2025} \equiv -1[7]$ وعليه: $1448^{2025} \equiv -1[7]$

إذا باقي قسمة العدد 1448^{2025} على 7 هو 6.

3. تبين أن $5 \times 2^{3n+1} - 4 \times 2025^{1446} + 25^{3n} \equiv 0[7]$

لدينا: $5 \times 2^{3n+1} \equiv 5 \times 2[7]$ ومنه: $5 \times 2^{3n+1} \equiv 3[7]$

$-4 \times 2025^{1446} \equiv -4[7]$ ومنه: $-4 \times 2025^{1446} \equiv -4[7]$

$25^{3n} \equiv 4^{3n}[7]$ أي $25^{3n} \equiv 2^{3n} \times 2^{3n}[7]$ ومنه: $25^{3n} \equiv 1[7]$

ومنه: $5 \times 2^{3n+1} - 4 \times 2025^{1446} + 25^{3n} \equiv 3 - 4 + 1[7] \equiv 0[7]$

ومنه: $5 \times 2^{3n+1} - 4 \times 2025^{1446} + 25^{3n} \equiv 0[7]$

4. عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون: (01ن)

$2024^{2025} + 2n - 1 \equiv 0[7]$

لدينا: $2024^{2025} + 2n - 1 \equiv 0[7]$

ومنه: $2n \equiv 0[7]$ ومنه: $1 + 2n - 1 \equiv 0[7]$

ومنه: $n \equiv 0[7]$

إذا: $n = 7k$ حيث k عدد طبيعي.

التمرين الثاني (06ن):

لدينا: $u_0 + u_2 = 8$
 $u_2 + u_3 + u_4 = 24$

1- حساب الحدين u_1 و u_3 (2×0.5ن)

لدينا حسب خاصية الوسط الحسابي:

$u_0 + u_2 = 2u_1$ ، $u_2 + u_4 = 2u_3$ ومنه:

$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_3 = 8 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} 2u_1 = 8 \\ 2u_3 + u_3 = 24 \end{cases}$$

2- تعيين الأساس r والحد الأول u_0 للمتتالية (u_n) .

$$r = \frac{u_3 - u_1}{3 - 1} = \frac{8 - 4}{2} = 2 \quad (0.75ن)$$

$$U_0 = U_3 - 3r = 8 - 3 \times 2 = 2 \quad \text{ومنه: } u_3 = u_0 + 3r$$

(0.75ن)

3- التحقق انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 82$

لدينا: $u_n = u_0 + nr$ ومنه: $u_n = 2 + 2n$ (0.75ن)

4- هل العدد 82 هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟ ماهي

رتبته؟ (0.25+0.75ن)

$$u_n = 82 \quad \text{تكافئ: } 2 + 2n = 82 \quad \text{ومنه: } n = \frac{82-2}{2} = 40$$

إذا العدد 82 هو حد من حدود المتتالية (u_n) رتبته 41

5- حساب المجموع: (0.75ن)

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{40} = \frac{40-0+1}{2} (u_0 + u_{40})$$

$$u_{40} = 82, \quad u_0 = 2$$

$$S = 20.5(2 + 82) = 1722 \quad \text{إذا:}$$

التمرين الثالث (08ن):

$$D_f = \mathbb{R}, \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + x$$

1. حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (2×0.5ن)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

2. أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: (0.75ن)

$$f'(x) = (x-1)(3x-1)$$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

ولدينا:

$$(x-1)(3x-1) = 3x^2 - x - 3x + 1 = 3x^2 - 4x + 1 = f'(x)$$

- دراسة اتجاه تغير الدالة f (ن0.75)

$f'(x)=0$ تكافئ: $(x-1)(3x-1)=0$ ومنه:

$$\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} x-1=0 \\ 3x-1=0 \end{cases} \text{ أو}$$

ومنه:

x	$-\infty$	$1/3$	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

إذا: الدالة f متزايدة على المجالين $]-\infty; \frac{1}{3}[$ و $]1; +\infty[$

ومتناقصية على المجال $[\frac{1}{3}; 1]$ (ن0.5)

شكل جدول تغيرات الدالة f (ن0.5)

x	$-\infty$	$1/3$		1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(1/3)$		$f(1)$	$+\infty$

ج- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة

التي فاصلتها 0 (ن0.75)

لدينا: $(T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

ومنه: $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

إذا: $y = x$ (T)

3. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين

إحداثياتها.

الدالة f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و: $f''(x) = 6x - 4$

$f''(x) = 0$ تكافئ $6x - 4 = 0$ ومنه: $x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

x	$-\infty$	$2/3$	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

$$(ن0.75) \quad f\left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} = \frac{2}{27}$$

ومنه (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي $A\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{27}\right)$

4. أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : (ن0.75)

$$f(x) = x(x^2 - 2x + 1)$$

$$x(x^2 - 2x + 1) = x \times x^2 - 2x \times x + 1 \times x$$

$$= x^3 - 2x^2 + x = f(x)$$

ب- حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج نقط تقاطع

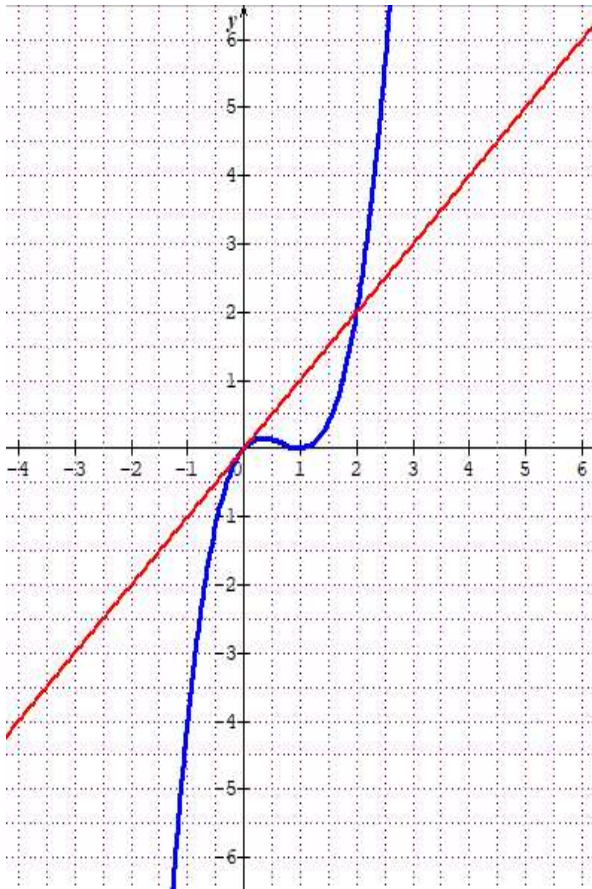
المنحنى (C_f) مع محور الفواصل (ن01)

$f(x) = 0$ تكافئ: $x(x^2 - 2x + 1) = 0$ ومنه:

$$\begin{cases} \Delta = 0; x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \\ x = 0 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

إذا: $(C_f) \cap (xx') = \{(0;0)(1;0)\}$

5. أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f) (ن0.5+ن0.75)



الموضوع الثاني

التمرين الثاني (06):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0 = 2$ و

$$u_{n+1} = 3u_n + 4$$

1. أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

$$(0.5) \quad u_1 = 3u_0 + 4 = 3 \times 2 + 4 = 10$$

$$(0.5) \quad u_2 = 3u_1 + 4 = 3 \times 10 + 4 = 34$$

$$(0.5) \quad u_3 = 3u_2 + 4 = 3 \times 34 + 4 = 106$$

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n + 2$

أ- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .

$$v_{n+1} = u_{n+1} + 2 = 3u_n + 4 + 2 = 3u_n + 6$$

$$v_{n+1} = 3(u_n + 2) = 3v_n$$

ومنه: (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول

$$v_0 = u_0 + 2 = 4$$

(01)

ب- عبر عن v_n و u_n بدلالة n .

$$(0.75) \quad v_n = v_0 q^n = 4 \times 3^n$$

لدينا: $v_n = u_n + 2$ أي $u_n = v_n - 2$ ومنه $u_n = 4 \times 3^n - 2$

(0.75)

3. أحسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$(01) \quad S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$S_n = 4 \frac{1 - 3^{n+1}}{1 - 3} = -2(1 - 3^{n+1})$$

4. أحسب المجموع:

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$S'_n = (v_0 - 2) + (v_1 - 2) + \dots + (v_n - 2)$$

$$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n - \underbrace{2 - 2 - \dots - 2}_{n+1}$$

$$S'_n = -2(1 - 3^{n+1}) - 2(n+1)$$

$$S'_n = -2 + 2 \times 3^{n+1} - 2n - 2 = 2 \times 3^{n+1} - 2n - 4$$

(01)

التمرين الأول (06):

لتكن الأعداد الطبيعية a, b و c حيث: $a = 1446$ ،

$$c = 2025, \quad b = 2972$$

أ- عين باقي القسمة الاقليدية للأعداد a, b و c

$$\text{على } 0.5 + 0.5 + 0.5 = 1.5$$

$$a = 1446 = 8 \times 180 + 6 \text{ باقي قسمة العدد } 1446 \text{ على } 8 \text{ هو } 6$$

$$b = 2972 = 8 \times 371 + 4 \text{ باقي قسمة العدد } 2972 \text{ على } 8 \text{ هو } 4$$

$$c = 2025 = 8 \times 253 + 1 \text{ باقي قسمة العدد } 2025 \text{ على } 8 \text{ هو } 1$$

ب) تحقق أن العددين a و $(2c+b)$ متوافقان بترديد 8.

(01)

$$\text{لدينا: } a \equiv 6[8] \text{ و } b \equiv 4[8] \text{ و } c \equiv 1[8]$$

$$(2c+b) \equiv 2 \times 1 + 4[8] \equiv 6[8] \text{ ومنه: } (2c+b) \equiv 6[8]$$

إذا a و $(2c+b)$ متوافقان بترديد 8.

ج) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $b^2 + (2a) - c$ على 8.

(01.5)

$$\text{لدينا: } a \equiv 6[8] \text{ و } b \equiv 4[8] \text{ و } c \equiv 1[8]$$

$$b^2 + (2a) - c \equiv 4^2 + 2 \times 6 - 1[8] \equiv 16 + 12 - 1[8] \equiv 27[8]$$

$$b^2 + (2a) - c \equiv 27[8]$$

$$\text{لدينا: } 27 \equiv 3[8] \text{ إذا } b^2 + (2a) - c \equiv 3[8]$$

ومنه باقي قسمة العدد $b^2 + (2a) - c$ على 8 هو 3

2.أ) تحقق ان: $a + c \equiv -1[8]$ (01)

لدينا: $a \equiv 6[8]$ و $c \equiv 1[8]$ ومنه: $a + c \equiv 1 + 6[8] \equiv 7[8]$ إذا:

$$a + c \equiv 7[8] \text{ وعليه } a + c \equiv 7 - 8[8] \equiv -1[8] \text{ ومنه } a + c \equiv -1[8]$$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$(01) \quad c^n + (a+c)^{2n+1} \equiv 0[8]$$

لدينا: $a \equiv 6[8]$ و $c \equiv 1[8]$ ومنه:

$$c^n + (a+c)^{2n+1} \equiv 1^n + (-1)^{2n+1}[8]$$

$$\text{إذا } c^n + (a+c)^{2n+1} \equiv 0[8]$$

التمرين الثالث (08):

$$D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[, f(x) = 3 + \frac{2}{x-2}$$

1. التحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$:

$$(0.75) f(x) = \frac{3x-4}{x-2}$$

$$f(x) = 3 + \frac{2}{x-2} = \frac{3(x-2)+2}{x-2} = \frac{3x-6+2}{x-2} = \frac{3x-4}{x-2}$$

2. حساب النهايات ثم تفسير النتائج بياناً. (0.25×4)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} = 3 , \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty , \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$$

المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلة كل منهما

$$(2 \times 0.5) y = 3 , x = 2$$

3. أ. تعيين الدالة المشتقة للدالة f ثم استنتج اتجاه تغير

$$f. (0.75 + 0.75)$$

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و:

$$f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2} < 0 \text{ ومنه الدالة } f \text{ متناقصة تماما على}$$

مجالي تعريفها

ت. تشكيل جدول تغيرات الدالة f . (0.75)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	—	—	—
$f(x)$	$3 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 3$	

4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة

$$(0.75) x_0 = 3 \text{ ذات الفاصلة}$$

$$\text{لدينا: } (T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$\text{ومنه: } y = f'(3)(x - 3) + f(3)$$

$$(T): y = -6x + 11 \text{ إذا: } y = -2(x - 3) + 5 = -2x + 6 + 5$$

5. أ. اوجد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

$$\text{مع محور الترتيب: } f(0) = 3 + \frac{2}{0-2} = 2$$

$$\text{ومنه: } (C_f) \cap (yy') = \{(0; 2)\} \quad (0.75)$$

مع محور الفواصل:

$$f(x) = 0 \text{ تكافئ: } 3x - 4 = 0 \text{ ومنه: } x = \frac{4}{3}$$

$$\text{إذا: } (C_f) \cap (xx') = \left\{ \left(\frac{4}{3}; 0 \right) \right\} \quad (0.75)$$

ب. أرسم (C_f) والمماس (T) (0.25+0.5)

