الجمهورية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية سيدي بلعباس

امتحان التعليم الثانوي | ثانوية العقيد سي الحواس

الشعبة: اداب وفلسفة/لغات أجنبية | يوم :2024/02/04

اختبار الفصل الثاني :في مادة الرياضيات ∫ Σ √ | المدة:2ساو30د

على المترشح حل الموضوع :

التمرين الأول: (06نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $\begin{cases} a=2024 \\ b=1445 \end{cases}$.

1)أ-هل العددان a و b متوافقان بتردید 3 ؟ $(1p)$

ب-عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين الطبيعيين a و b على 3. $(1p)$

2)أ-بين أن: $\begin{cases} a\equiv -1[3] \\ b\equiv -1[3] \end{cases}$. $(1p)$

ب-إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2+b^2-2 على 3. $(1p)$

3)أ-إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $b^{2n}\equiv 1[3]$. $(1p)$

ب-عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $a^2+b^{2n}+a\times n\equiv 0[3]$. $(1p)$

التمرين الثاني: (06نقاط)

I) لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=3n-4$.

1)أحسب كلا من u_0 و u_1, u_2. $(1p)$

2)أ-بين أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r. $(0.5p)$

ب-إستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n). $(0.5p)$

ج-أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n من أجل كل عدد طبيعي يختلف عن 1. $(1p)$

3)بين أن العدد 2024 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم إستنتج رتبته. $(1p)$

4)أ-أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$. $(1p)$

ب-إستنتج قيم المجموع S_{676}. $(0.5p)$

ج-عين باقي القسمة الإقليدية للعدد S_{676} على 3. $(0.5p)$

التمرين الثالث: (08نقاط)

I)لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3-3x^2$.

و (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

(الوحدة: $\|\vec{i}\|=1cm$, $\|\vec{j}\|=1cm$)

1)أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. $(1p)$

2)أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=3x(x-2)$. $(1p)$

ب-استنتج أن الدالة fمتزايدة تماما على $]-\infty;0[$ و $]2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;2[$. $(1p)$

ج-أحسب كلا من $f(0)$ و $f(2)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f. $(1p)$

4)عين معادلة المماس (T) عند النقطة $I(3;0)$. $(1p)$

5)أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=x^2(x-3)$. $(1p)$

ب-إستنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) و محور الفواصل. $(1p)$

6) أرسم المماس (T)والمنحنى (C_f). $(1p)$

التمرين الأول: (06نقاط)

1)أ-العددان a و b متوافقان بترديد 3 ؟

$a-b=579$ ونعلم أن $579\equiv 0[3]$ ومنه $a-b\equiv 0[3]$. $(1p)$

ب-عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين الطبيعيين a و b على 3.

$a\equiv 2[3]$ $(0.5p)$ و $b\equiv 2[3]$ $(0.5p)$.

2)أ-

$a\equiv 2-3[3]$ $(0.5p)$ و $b\equiv 2-3[3]$

$a\equiv -1[3]$ $b\equiv -1[3]$ $(0.5p)$.

ب-إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2+b^2-2 على 3.

$$a^2+b^2-2\equiv (-1)^2+(-1)^2-2[3]$$

$$a^2+b^2-2\equiv 1+1-2[3] \quad (1p)$$

$$a^2+b^2-2\equiv 0[3]$$

3)أ-إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $b^{2n}\equiv 1[3]$.

$$b\equiv -1[3]\Rightarrow b^2\equiv (-1)^2[3]$$

$$\Rightarrow b^2\equiv 1[3]\Rightarrow (b^2)^n\equiv (1)^n[3] \quad (1p)$$

$$\Rightarrow (b^2)^n\equiv 1[3]\Rightarrow b^{2n}\equiv 1[3]$$

ب-عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $a^2+b^{2n}+a\times n\equiv 0[3]$.

$$a^2+b^{2n}+a\times n\equiv 0[3]\Rightarrow (-1)^2+1+2\times n\equiv 0[3]$$

$$\Rightarrow 1+1+2\times n\equiv 0[3]\Rightarrow 2+2\times n\equiv 0[3] \quad (1p)$$

$$\Rightarrow 2\times n\equiv -2[3]\Rightarrow n\equiv -1[3]$$

$$\Rightarrow n\equiv -1+3[3]\Rightarrow n\equiv 2[3]$$

التمرين الثاني: (06نقاط)

I) 1)أحسب كلا من u_0 و u_1, u_2.

$u_0=-4; u_1=-1; u_2=2$ $(1p)$

2)أ-بين أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r.

$u_{n+1}-u_n=3(n+1)-4-(3n-4)=3n+3-4-3n+4=3$ $(0.5p)$

ب-إستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n).

بما أن $r=3\succ 0$ فإن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. $(0.5p)$

ج-أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n من أجل كل عدد طبيعي يختلف عن 1.

$$u_n=u_1+(n-1)\times r$$

$$u_n=-1+(n-1)\times 3 \quad (1p)$$

$$u_n=-1+3(n-1)$$

3)بين أن العدد 2024 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم إستنتج رتبته. $(1p)$

$$u_n=2024$$

$$3n-4=2024 \quad (0.5p)$$

$$3n=2028$$

$$n=676$$

ومنه العدد 2024 حد من حدود المتتالية (u_n).

رتبة الحد 2024 هي p : $(0.5p)$

حالة n من $\mathbb{N}$: $p=676-0+1=677$.

حالة n من $\mathbb{N}^*$: $p=676-1+1=676$.

4)أ-أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

$$S_n=u_0+u_1+...+u_n$$

$$S_n=\left(\frac{n-0+1}{2}\right)(u_0+u_n)$$

$(1p)$ $$S_n=\left(\frac{n+1}{2}\right)(-4+3n-4)$$

$$S_n=\left(\frac{n+1}{2}\right)(3n-8)$$

ب-إستنتج قيم المجموع S_{676} .

$(0.5p)$ $$S_{676}=\left(\frac{676+1}{2}\right)(3\times 676-8)$$

$$S_{676}=683770$$

ج-عين باقي القسمة الإقليدية للعدد S_{676} على 3 .

$(0.5p)$ $S_{676}\equiv 1[3]$

التمرين الثالث: (08نقاط)

I)1)أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

$(0.5p)$ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $(0.5p)$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

2)أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=3x(x-2)$.

$(1p)$ $$f'(x)=3x^2-6x$$
$$f'(x)=3x(x-2)$$

ب-استنتج تغيرات:

$(0.5p)$ $$f'(x)=0$$
$$3x(x-2)=0$$
$$3x=0 \text{ أو } (x-2)=0$$
$$x=0 \quad x=2$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

بما أن $f'(x)\succ 0$ على $]-\infty;0[$ و $]2;+\infty[$ و $f'(x)\prec 0$ على $]0;2[$ فإن الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;0[$ و $]2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;2[$. $(0.5p)$

ج-أحسب كلا من $f(0)$ و $f(2)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

$(0.5p)$ $f(0)=0$ و $f(2)=-4$

$(0.5p)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

4)عين معادلة المماس (T) عند النقطة $I(3;0)$. $(1p)$

$f(3)=0$ و $f'(3)=9$ $(0.5p)$

$(T): y=f'(3)(x-3)+f(3)$

$(T): y=9(x-3)$ $(0.5p)$

5)أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x^2(x-3)$.

$f(x)=x^2(x-3)$

$f(x)=x^3-3x^2$ $(1p)$

ب-إستنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) و محور الفواصل.

$f(x)=0$

$x^2(x-3)=0$ $(0.5p)$

$x^2=0$ أو $(x-3)=0$

$x=0$ $\quad x=3$

$(C_f)\cap(xx')=\{(0;0),(3;0)\}$ $(0.5p)$

6) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f).

$(1p)$