ثانوية مليكة قايد 2023++2024	اختبار الفصل الثاني في الرياضيات	السنة الثالثة علوم تجريبية المدة : 02 ساعة

التمرين الأول (3 ن):

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2e^{\frac{1}{2}x+1}-x-2$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-2$ مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$

2) ادرس إشارة $f(x)-(-x-2)$ على $\mathbb{R}$ و فسر النتيجة

3) احسب المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) الممثل للدالة و المستقيمات التي معادلاتها:

$y=-x-2$ ، $x=-2$ و $x=\alpha$ حيث $\alpha<-2$

4) أحسب $\lim\limits_{\alpha\to-\infty} A(\alpha)$

التمرين الثاني (6 ن):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :

1) الحد العاد للمتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3$ هو :

$$u_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n+6$$

2) X متغير عشوائي قانون احتماله معرف بالجدول التالي

x_i	-2	β	2	5
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	α	$\frac{7}{15}$

قيمتا كل من α و β حتى يكون $E(193X+1444)=2023$ هما : $\alpha=\frac{1}{3}$ و $\beta=5$

3) في $\mathbb{R}$ الحل الخاص للمعادلة التفاضلية : $y''=e^{-2x}$ الذي يحقق : $y'(0)=1$ و $y(0)=\frac{1}{4}$ هو الدالة f

حيث : $f(x)=\frac{1}{4}e^{-2x}+\frac{1}{2}x$

4) فريق عمل يتكون من 4 نساء و 7 رجال . نريد تشكيل لجنة عمل تضم رئيسا و نائبا له و أمينا

عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث تضم اللجنة رجلين و امرأة و يكون الرئيس رجلا يساوي 336

التمرين الثالث (4,5 ن):

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء مرقمة : 1 ، 1 ، 2 ، 2 و ثلاث كرات صفراء مرقمة : 1 ، 2 ، 3 و كرتين خضراوين مرقمتين : 2 ، 2 .

1) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع . أحسب احتمال كلا من الأحداث التالية :

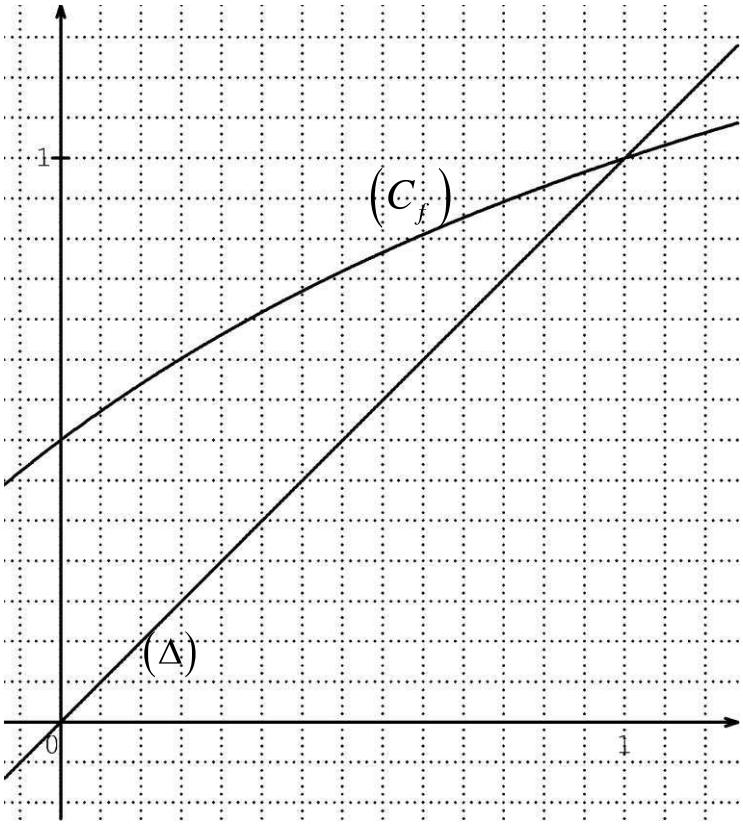
A : الحصول على الألوان الثلاثة
B : الحصول على الأكثر على لونين
C : الحصول على ثلاث كرات تحمل أعدادا مجموعها يساوي 4

2) نعيد الكرات كلها إلى الصندوق و نسحب ثلاث كرات في آن واحد

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات أكبر الأرقام المحصل عليها

أ) برر أن قيم X هي $\{1;2;3\}$
ب) عرف قانون احتمال X و احسب أمله الرياضياتي

التمرين الرابع(6,5 ن) :



f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$
(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (الشكل المقابل)

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

2) (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=0$
و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) أعد رسم الشكل على ورقة إجابتك ثم مثل الحدود $u_0;u_1;u_2;u_3$ على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها
ج) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$
د) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة . ماذا تستنتج ؟

3) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) بالعبارة : $v_n=\dfrac{1+u_n}{1-u_n}$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ، ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n
ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\dfrac{1}{1-u_0}+\dfrac{1}{1-u_1}+.....+\dfrac{1}{1-u_n}$

$V_n = V_0 q^n = 1 \times 3^n = 3^n$

$U_n = \frac{V_n - 1}{V_n + 1}$ مع $V_n = \frac{1+U_n}{1-U_n}$

$U_n = \frac{3^n - 1}{3^n + 1}$

$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{3^n\left(1 - \frac{1}{3^n}\right)}{3^n\left(1 + \frac{1}{3^n}\right)}$ ($\frac{1}{3^n} \to 0$)

$= 1$

$S_n = \frac{1}{1-U_0} + \frac{1}{1-U_1} + \dots + \frac{1}{1-U_n}$

$V_n = \frac{1+U_n}{1-U_n} = -1 + \frac{2}{1-U_n}$

$V_n + 1 = \frac{2}{1-U_n}$

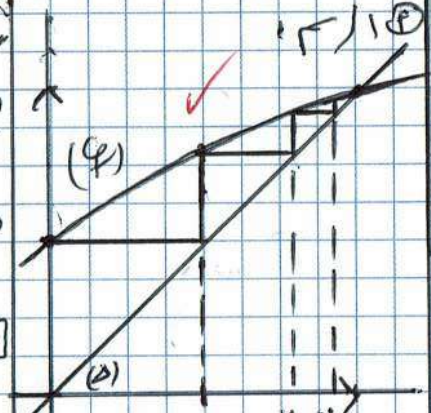
$\frac{1}{1-U_n} = \frac{1}{2}(V_n + 1)$

$S_n = \frac{1}{2}(V_0+1) + \frac{1}{2}(V_1+1) + \dots + \frac{1}{2}(V_n+1)$

$= \frac{1}{2}\left[(V_0 + V_1 + \dots + V_n) + (1 + 1 + \dots + 1)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[1\left(\frac{3^{n+1}-1}{3-1}\right) + n + 1\right]$

$S_n = \frac{\frac{3^{n+1}}{2} + \frac{2n}{2} + 1}{4}$



1) أ) تمثيل U_0, U_1, U_2, U_3 على (C) و (Δ)

ب) $0 \le U_n \le 1$: N من أجل n

$P(0)$ صحيحة $0 \le U_0 \le 1$

نفرض $P(n)$ صحيحة $0 \le U_n \le 1$

$P(n+1)$ صحيحة $0 \le U_{n+1} \le 1$

$[0;+\infty[$ على f متزايدة تماما، $0 \le U_n \le 1$

$0 \le \frac{1}{2}$، $\frac{1}{2} \le U_{n+1} \le 1$ ولدينا $f(0) \le f(U_n) \le f(1)$

$0 \le U_n \le 1$ ، N من أجل

ج) اتجاه تغير (U_n)

$U_{n+1} - U_n = \frac{(1-U_n)(1+U_n)}{U_n + 2}$

$0 \le 1 - U_n \le 1$ لأن $0 \le U_n \le 1$

$1 \le 1 + U_n \le 2$

$2 \le U_n + 2 \le 3$

$U_{n+1} - U_n \ge 0$ ، N من أجل (U_n) متزايدة

د) (U_n) متقاربة لأنها متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد 1

3) $V_n = \frac{1+U_n}{1-U_n}$

N من أجل

$V_{n+1} = \frac{1+U_{n+1}}{1-U_{n+1}} = \frac{3(1+U_n)}{1-U_n} = 3V_n$

$V_0 = 1$ ، $q = 3$ إذن (V_n) هندسية

$P(C) = \frac{A_5^1 \times A_3^2 \times 3}{504} = \frac{5}{28}$ 1+1+2=4

2) $C_9^3 = 84$ عدد التأليفات الممكنة

X يأخذ القيم 1، 2، 3

$X=1 \leftarrow 1,1,1$

$X=2 \leftarrow 2,1,1$ ، 1,2,1 ، 2,2,1 ، 2,2,2

$X=3 \leftarrow$ 3 أو 3,1 أو 3,2 أو 3,3

X يأخذ القيم 1، 2، 3

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	1/84	55/84	7/21

$P(X=1) = \frac{C_3^3}{84} = \frac{1}{84}$

$P(X=2) = \frac{C_5^2 \times C_3^1 + C_5^2 \times C_3^2}{84} = \frac{55}{84}$

$P(X=3) = \frac{C_1^1 \times C_8^2}{84} = \frac{28}{84} = \frac{7}{21}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{3} p_i x_i = \frac{195}{84}$

التمرين 4 (6,5 ن) — $D_f = [0;+\infty[$ — 0,5=ن

$f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$

$f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ 1)

$[0;+\infty[$ على f متزايدة تماما، $f'(x) > 0$

$U_{n+1} = f(U_n)$ ، $U_0 = 0$ 2)

$= \frac{2U_n + 1}{U_n + 2}$

$B = 4$ ، $193\beta = 772$ مع $\beta \in \mathbb{N}$

3) $y' = -\frac{1}{2}e^{-2x} + C_1$ ومنه $y'' = e^{-2x}$

$C_1 = \frac{3}{2}$ ومنه $y'(0) = \frac{1}{4}$

ومنه $y(0) = \frac{1}{4}$ ، $y = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{3}{2}x + C_2$

$f(x) = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{3}{2}x$ مع $C_2 = 0$

(التعليل بالحساب أو بالشجرة)

4) لكي تكون اللجنة تضم رجلا أو امرأة

إما رجل وإما امرأة

$2 \times A_7^2 \times A_4^1 = 336$

التمرين 3 (5 ن) — $\nu = 0,5$

1) $f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x+1} - x - 2$

$D_f =]-\infty;+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) - (-x-2) = 0$

$y = -x-2$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $-\infty$

$f(x) - (-x-2) = 2e^{\frac{1}{2}x+1} > 0$

(C) فوق (Δ) على $\mathbb{R}$

3) $A(\alpha) = \int_{\alpha}^{-2} f(x) - (-x-2)\,dx$

$= \int_{\alpha}^{-2} 2e^{\frac{1}{2}x+1}\,dx$

$= 4\left[e^{\frac{1}{2}x+1}\right]_{\alpha}^{-2} = 4 - 4e^{\frac{1}{2}\alpha+1}$ ua

4) $\lim_{\alpha\to-\infty} A(\alpha) = 4$

التمرين 4 (6,5 ن) — $\nu = 0,5$

3) أ) 4 كرات

2,2,1,1 ← 4 أرقام

3,2,1 ← 3 أرقام

2,2 ← 2 أرقام

ب) عدد الأعداد الزوجية المكونة من 4 أرقام

$A_6^3 = 504$ عدد الأعداد الممكنة

عدد الحالات الملائمة لـ A: $A_4^3 \times A_2^1 \times 6$

$P(A) = \frac{4 \times A_4^3 \times A_2^1 \times 6}{504} = \frac{2}{7}$

B: الحصول على عدد فردي

$\overline{B}$: الحصول على عدد زوجي

$\overline{B} = A$

$P(B) = 1 - P(A) = \frac{5}{7}$

4) لكي يكون العدد المكون زوجيا يجب أن يكون آحاده زوجيا

التمرين 2 (4 ن) — $\nu = 0,5$

1) $U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n = -3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 6 - \left(-3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 3\right)$

$= 3$

ومنه (U_n) حسابية

2) $r = \frac{1}{3}$ ، $\frac{2}{15} + \frac{1}{15} + q + \frac{7}{15} = 1$

ومنه $E(X) = \frac{3+4+5}{15}$

ثم $E(193X + 1444) = 2023$

$193E(X) + 1444 = 2023$