

التمرين الأول:

لتكن  $f$  دالة معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$ .

2- ادرس حسب قيم  $x$  إشارة  $f(x) - x$ .

- لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $N$  كما يلي:  $u_0 = e+1$   $u_{n+1} = f(u_n)$

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n > e$

4- استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة

- احسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

5- لتكن  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = \frac{1}{u_n - e}$

أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها  $r$  وحدها الأول  $v_0$ .

ب- اكتب  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$ .

6- احسب  $S_n$  و  $S'_n$ :  $S_n = v_0 u_0 + v_1 u_1 + \dots + v_n u_n$   $S' = e^{\frac{u_0}{u_0 - e}} \times e^{\frac{u_1}{u_1 - e}} \times \dots \times e^{\frac{u_n}{u_n - e}}$

التمرين الثاني:

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1}$  ، نسمي  $(C_f)$  المنحني البياني الممثل للدالة  $f$

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(\vec{i}, \vec{j}; O)$

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .

2- عين اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3- عين معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = -1$

4- أنشئ كلا من المماس  $(T)$  والمنحني  $(C_f)$ .

5- ناقش بيانها و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = mx + m$

6-  $\lambda$  عدد حقيقي حيث  $\lambda > 0$ . احسب  $S(\lambda)$  المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  و المستقيمت التي معادلتها  $y = 0$

و  $x = -1$  و  $x = \lambda$  ثم عين  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$

I. نعرف الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = f(x) + e^{-x-1}$

نسمي  $g'$  ،  $g''$  ، ..... ،  $g^{(n)}$  الدوال المشتقة النونية للدالة  $g$  حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم:  $g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{\frac{x+1}{2}}$

## التمرين الثالث:

(I) الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  ما يلي:  $g(x) = 2x - 1 + 2x \ln(2x)$

1- ادرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

2- احسب  $g\left(\frac{1}{2}\right)$ . استنتج إشارة  $g(x)$ .

(II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x - 1 - \ln(2x)}{2x + 1}$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$   $\|\vec{i}\| = 2cm$ .

1- احسب النهايات الدالة  $f$  واستنتج المستقيمين المقاربين.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

4- عين نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل.

5- ادرس الوضع النسبي بين المنحنى (C) والمستقيم  $y = 1$ .

6- أنشئ المستقيم المقارب و المنحنى (C)

- الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $R^*$  بحيث:  $h(x) = f(|x|)$

1- بين أن  $h$  دالة زوجية.

ب- أنشئ المنحنى  $(\Gamma)$  للدالة  $h$  انطلاقا من المنحنى (C).

- الدالة العددية  $k$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $k(x) = \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$ . تمثيلها البياني  $(\gamma)$ .

7- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C) و  $(\gamma)$ .

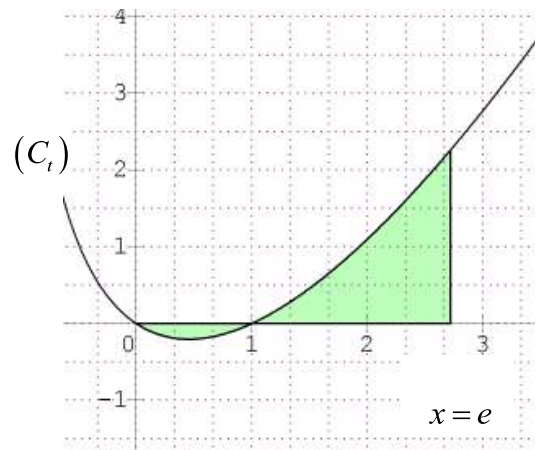
8- احسب  $S(\lambda)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) و  $(\gamma)$

والمستقيمين اللذين معادلتاهما:  $x = \lambda$ ,  $x = 1$  ( $\lambda$  عدد حقيقي و  $\lambda > 1$ ).

ثم احسب  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$

سؤال إضافي: باستعمال التكامل بالتجزئة احسب  $\int_0^e t(x) dx = \int_0^e (x-1) \ln(x+1) dx$

حيث  $(C_t)$  منحنى الدالة  $t$  أنظر الشكل



انتهى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صلي

ننوق عن المحاولة ننوق عن الابداع

## الحل النموذجي للاختبار التجريبي رقم 4 للفصل الثاني

سنوات الثالثة الشعب العلمية



الأستاذ: قشار صلي

### التمرين الأول:

$$f(x) = \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1} \text{ دالة معرفة على } ]-1; +\infty[ \text{ بـ:}$$

1- دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$

حساب المشتقة:

$$f'(x) = \frac{(1+2e)(x+1) - (1+2e)x + e^2}{(x+1)^2} = \frac{1+2e+e^2}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(1+e)^2}{(x+1)^2} \text{ ومنه}$$

بما أن  $f'(x) > 0$  فإن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]-1; +\infty[$

- دراسة إشارة  $f(x) - x$

$$f(x) - x = \frac{(1+2e)x - e^2}{x+1} - x = \frac{(1+2e)x - e^2 - x^2 - x}{x+1} \\ = \frac{-x^2 - e^2 + 2ex}{x+1} = -\frac{(x-e)^2}{x+1}$$

ومنه  $f(x) - x < 0$

-  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $N$  كما يلي:  $\begin{cases} u_0 = e+1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

2- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n > e$

الخاصية  $P(n) \dots u_n > e$

التحقق من صحة  $P(0)$  لدينا  $u_0 = e+1$  ومنه  $u_0 > e$

ومنه  $P(0)$  محققة.

نفرض صحة  $P(n)$  و نبهن صحة  $P(n+1)$

لدينا من الفرضية  $u_n > e$

ولدينا الدالة  $f$  المرفقة متزايدة تماما ومنه  $f(u_n) > f(e)$

ومنه  $u_{n+1} > e$  ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع

فإنه من أجل كل عدد طبيعي  $u_n > e$

3- استنتاج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتاج أنها متقاربة

لدينا  $f(x) - x < 0$  يكافئ  $u_{n+1} - u_n < 0$

المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما.

بما أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فإنها

متقاربة

- حساب النهاية: لدينا  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = l$

$$l^2 + l = (1+2e)l - e^2 \text{ ومنه } l = \frac{(1+2e)l - e^2}{l+1}$$

$$\text{ومنه } l^2 + l - (1+2e)l + e^2 = 0$$

$$\text{ومنه } l^2 - 2el + e^2 = 0 \text{ ومنه } (l-e)^2 = 0 \text{ ومنه } l = e$$

$$\text{ومنه } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = e$$

$$-4 (v_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } N \text{ بـ: } v_n = \frac{1}{u_n - e}$$

أ- تبيان أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية حسابية مع تعيين أساسها و  $v_0$

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1} - e} = \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2}{u_n + 1} - e}$$

$$= \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2 - eu_n - e}{u_n + 1}} = \frac{1}{\frac{(1+2e)u_n - e^2 - eu_n - e}{u_n + 1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(1+e)u_n - (1+e)e}{u_n + 1}} = \frac{u_n + 1}{(1+e)u_n - (1+e)e}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{u_n + 1}{(1+e)u_n - (1+e)e} - \frac{1+e}{(1+e)(u_n - e)}$$

$$= \frac{u_n - e}{(1+e)(u_n - e)} = \frac{1}{1+e}$$

ومنه  $(v_n)$  متتالية حسابية أساسها  $r = \frac{1}{1+e}$  وحدها

الأول  $v_0 = 1$

ب- كتابة  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$ .

$$v_n = v_0 + nr = 1 + \frac{n}{1+e}$$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } u_n - e = \frac{1}{v_n} \text{ ومنه}$$

$$u_n = \frac{1}{v_n} + e$$

$$\text{ومنه } u_n = \frac{1}{1 + \frac{n}{1+e}} + e = \frac{1+e}{1+e+n} + e$$

$$\text{حساب } S_n \text{ و } S'_n: S_n = v_0 u_0 + v_1 u_1 + \dots + v_n u_n$$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } v_n (u_n - e) = 1 \text{ ومنه } u_n v_n = e v_n$$

ومنه

$$S_n = e v_0 + e v_1 + \dots + e v_n = e (v_0 + v_1 + \dots + v_n)$$

$$\text{ومنه } S_n = e \left[ \frac{n+1}{2} \left( 2 + \frac{n}{1+e} \right) \right]$$

$$\text{حساب } S' = e^{\frac{u_0}{u_0 - e}} \times e^{\frac{u_1}{u_1 - e}} \times \dots \times e^{\frac{u_n}{u_n - e}}$$

$$\text{لدينا } v_n = \frac{1}{u_n - e} \text{ ومنه } u_n v_n = \frac{u_n}{u_n - e}$$

$$S' = e^{u_0 v_0} \times e^{u_1 v_1} \times \dots \times e^{u_n v_n} = e^{u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n}$$

ومنه  $S' = e^{S_n}$  ومنه  $S'_n = e^{\left[ \frac{n+1}{2} \left( 2 + \frac{n}{1+e} \right) \right]}$

## التمرين الثاني:

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1}$  ،

نسمي  $(C_f)$  المنحنى البياني الممثل للدالة  $f$

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O ; \vec{i} , \vec{j})$

1- حساب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و تبيان أن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x+1}{2}} - e^{-x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left( \frac{e^{\frac{x+1}{2}}}{e^{-x-1}} - 1 \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left( e^{\frac{x+1}{2} + x+1} - 1 \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x-1} \left( e^{\frac{3x+3}{2}} - 1 \right) = -\infty$$

2- تعيين اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها:

-حساب المشتقة:

$$f'(x) = -\frac{1}{2} e^{\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} = \frac{1}{2} e^{-x-1} \left( -e^{\frac{x+1}{2}} + 2 \right)$$

$$\ln 2 = \frac{x+1}{2} \text{ ومنه } -e^{\frac{x+1}{2}} + 2 = 0 \text{ ومنه } \frac{1}{2} e^{-x-1} > 0 \text{ لدينا}$$

$$\ln 4 - 1 = x \text{ ومنه}$$

|         |           |            |           |
|---------|-----------|------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $\ln(4)-1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0          | -         |

ومنه الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[-\infty; \ln 4 - 1]$  ومتناقصة تماما على

$$[\ln 4 - 1; +\infty[$$

جدول التغيرات:

|         |           |               |           |
|---------|-----------|---------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $\ln(4)-1$    | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0             | -         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $\frac{1}{4}$ | 0         |

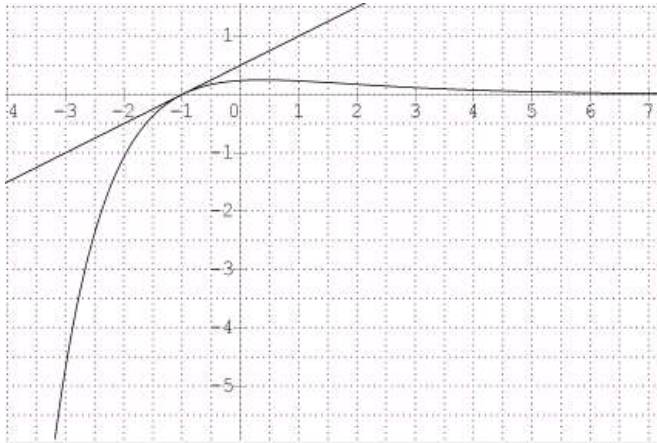
3- تعيين معادلة  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات

$$x_0 = -1 \text{ الفاصلة}$$

$$y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = \frac{1}{2}(x+1) + 0$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \text{ هي } (T) \text{ ومنه معادلة المماس}$$

4- إنشاء  $(T)$  و  $(C_f)$



5- المناقشة بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول

$$f(x) = mx + m \text{ المعادلة}$$

المستقيم  $y = mx + m$  يشمل نقطة ثابتة هي

$$0 = m(x+1) - y \text{ ومنه } 0 = mx + m - y$$

$$y = 0 \text{ و } x = -1 \text{ ومنه}$$

ومنه المستقيمت  $y = mx + m$  تشمل  $(-1; 0)$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع المستقيمت

$$y = mx + m$$

$$m \in ]-\infty; 0] \text{ للمعادلة حل وحيد.}$$

$$m \in \left] 0; \frac{1}{2} \right[ \text{ للمعادلة حلين متمايزين.}$$

$$m = \frac{1}{2} \text{ من أجل للمعادلة حل مضاعف.}$$

$$m \in \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[ \text{ من أجل للمعادلة حلين متمايزين.}$$

6-  $\lambda$  عدد حقيقي حيث  $\lambda > 0$ .

حساب  $S(\lambda)$  المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى

$(C_f)$  و المستقيمت التي معادلتها  $y = 0$  و  $x = -1$  و

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) \text{ ثم تعيين } x = \lambda$$

$$S(\lambda) = \int_{-1}^{\lambda} f(x) dx = [F(x)]_{-1}^{\lambda}$$

$$= \left[ -2e^{\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} \right]_{-1}^{\lambda} = -2e^{\frac{\lambda+1}{2}} + e^{-\lambda-1} + 1 \text{ ua}$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = 1 \text{ ومنه}$$

1. نعرف الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = f(x) + e^{-x-1}$

نسمي  $g'$  ،  $g''$  ، ..... ،  $g^{(n)}$  الدوال المشتقة النونية

للدالة  $g$  حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم

جدول التغيرات:

|         |    |                  |           |
|---------|----|------------------|-----------|
| $x$     | 0  | $\frac{1}{2e^2}$ | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | -  | 0                | +         |
| $g(x)$  | -1 | $-1-e^{-2}$      | $+\infty$ |

2- حساب  $g\left(\frac{1}{2}\right)$ . استنتج إشارة  $g(x)$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ ومنه}$$

استنتاج إشارة الدالة  $g$

|        |   |               |           |
|--------|---|---------------|-----------|
| $x$    | 0 | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
| $g(x)$ | - | 0             | +         |

(II) الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  كما يلي :

$$f(x) = \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

(C) تمثيلها البياني الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$   $\|i\| = 2cm$ .

1- حساب النهايات الدالة  $f$  واستنتاج المستقيمين المقاربين.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x \left(1 - \frac{1}{2x} - \frac{\ln(2x)}{2x}\right)}{2x \left(1 + \frac{1}{2x}\right)} = 1$$

للمنحني مستقيمين مقاربين  $x=0$  و  $y=1$

$$2- \text{بين أنه: } f'(x) = \frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\left(2 - \frac{1}{x}\right)(2x+1) - 2(2x-1-\ln(2x))}{(2x+1)^2}$$

$$= \frac{-\frac{1}{x} + 2 + 2\ln(2x)}{(2x+1)^2} = \frac{-1 + 2x + 2x\ln(2x)}{x(2x+1)^2}$$

$$= \frac{g(x)}{x(2x+1)^2}$$

3- استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$

لدينا  $x(2x+1)^2 > 0$  ومنه إشارة الدالة  $f$  من إشارة  $g(x)$

|         |   |               |           |
|---------|---|---------------|-----------|
| $x$     | 0 | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | 0             | +         |

- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم :

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}} \dots P(n) \text{ الخاصية}$$

التحقق من أجل  $P(1)$  أي

$$g^{(1)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-\frac{x+1}{2}} \dots P(1)$$

$$\text{لدينا } f'(x) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1}$$

$$g'(x) = f'(x) - e^{-x-1} = f'(x)$$

$$= -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}} + e^{-x-1} - e^{-x-1} = -\frac{1}{2} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه  $P(1)$  محققة

نفرض صحة  $P(n)$  ونبرهن صحة  $P(n+1)$  أي

$$g^{(n+1)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

$$(g^{(n)}(x))' = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \times \left(-\frac{1}{2}\right) e^{-\frac{x+1}{2}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} e^{-\frac{x+1}{2}}$$

ومنه حسب مبدأ البرهان بالتراجع فإنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$

$$g^{(n)}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n e^{-\frac{x+1}{2}}$$

### التمرين الثالث:

(I) الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  ما يلي:

$$g(x) = 2x - 1 + 2x \ln(2x)$$

1- دراسة تغيرات الدالة  $g$ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x - 1 + 2x \ln(2x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x - 1 + \underbrace{2x \ln(2x)}_0 = -1$$

حساب المشتقة:  $g'(x) = 2 + 2 \ln(2x) + 2 = 4 + 2 \ln(2x)$

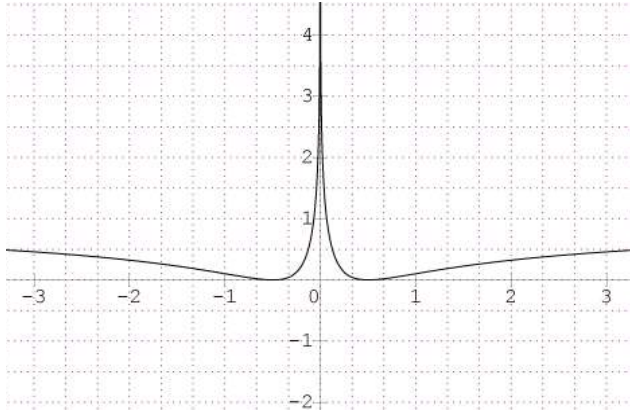
$$x = \frac{e^{-2}}{2} \text{ ومنه } \ln(2x) = -2 \text{ ومنه } 4 + 2 \ln(2x) = 0$$

|         |   |                  |           |
|---------|---|------------------|-----------|
| $x$     | 0 | $\frac{1}{2e^2}$ | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | - | 0                | +         |

ومنه الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $\left[\frac{1}{2e^2}; +\infty\right[$

ومتناقصة تماما على  $\left]-\infty; \frac{1}{2e^2}\right]$

ت- انشاء المنحنى  $(\Gamma)$  للدالة  $h$  انطلاقا من المنحنى  $(C)$   
من أجل  $x > 0$  المنحنى  $(\Gamma)$  و  $(C)$  متطابقان.  
وبما أن الدالة  $h$  زوجية فإن المنحنى  $(\Gamma)$  متناظر بالنسبة لمحور الترتيب



الدالة العددية  $k$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $k(x) = \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$

( $\gamma$ ) تمثيلها البياني.

7- دراسة الوضع النسبي للمنحنيين  $(C)$  و  $(\gamma)$

$$f(x) - k(x) = \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} - \frac{-\ln(2x)}{2x+1}$$

$$f(x) - k(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$$

ومن أجل  $x \in ]0; \frac{1}{2}[$  المنحنى  $(C)$  تحت المنحنى  $(\gamma)$ .

من أجل  $x = \frac{1}{2}$  المنحنى  $(C)$  يقطع المنحنى  $(\gamma)$  عند  $(\frac{1}{2}; 0)$ .

ومن أجل  $x \in [\frac{1}{2}; +\infty[$  المنحنى  $(C)$  فوق المنحنى  $(\gamma)$ .

8- حساب  $S(\lambda)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين  $(C)$  و  $(\gamma)$  والمستقيمين اللذين معادلتاهما:  $x = \lambda$  ،  $x = 1$

$$S(\lambda) = \int_1^\lambda f(x) - k(x) dx = \int_1^\lambda \frac{2x-1}{2x+1} dx$$

$$= \int_1^\lambda \frac{2x+1-2}{2x+1} dx = \int_1^\lambda 1 - \frac{2}{2x+1} dx$$

$$= [x - \ln(2x+1)]_1^\lambda = \lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3)$$

$$S(\lambda) = [\lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3)] \times 4 \text{ cm}^2$$

حساب

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} 4[\lambda - \ln(2\lambda+1) - 1 + \ln(3)]$$

$$= \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} 4(2\lambda+1) \left[ \frac{\lambda}{2\lambda+1} - \underbrace{\frac{\ln(2\lambda+1)}{2\lambda+1}}_0 + \underbrace{\frac{\ln(3)}{2\lambda+1}}_0 \right]$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = +\infty$$

ومنه الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[\frac{1}{2}; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $]-\infty; \frac{1}{2}]$

تشكل جدول تغيرات الدالة  $f$

|         |           |               |           |
|---------|-----------|---------------|-----------|
| $x$     | 0         | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0             | +         |
| $f(x)$  | $+\infty$ | 0             | 1         |

4- تعيين نقطة تقاطع  $(C)$  مع محور الفواصل:

نحل المعادلة  $f(x) = 0$  ومنه  $2x-1-\ln(2x) = 0$

ومنه  $2x-1=0$  و  $\ln(2x)=0$

$$\text{ومنه } s = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

5- دراسة الوضع النسبي بين المنحنى  $(C)$  والمستقيم  $y=1$

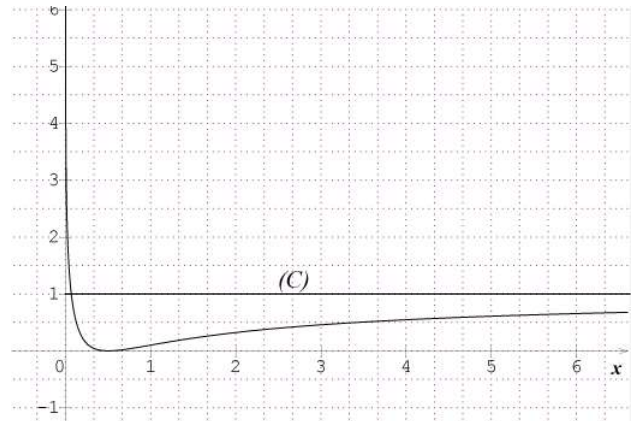
$$f(x) - 1 = \frac{2x-1-\ln(2x)}{2x+1} - 1 = \frac{-2+\ln(2x)}{2x+1}$$

ومنه  $-2-\ln(2x)=0$  ومنه  $\ln(2x)=-2$  ومنه  $2x=e^{-2}$

$$\text{ومنه } x = \frac{e^{-2}}{2}$$

|              |   |                    |           |
|--------------|---|--------------------|-----------|
| $x$          | 0 | $\frac{e^{-2}}{2}$ | $+\infty$ |
| $2x+1$       | + | +                  | +         |
| $-2+\ln(2x)$ | - | 0                  | +         |
| $f(x)-1$     | - | 0                  | +         |

6- انشاء المستقيم المقارب و المنحنى  $(C)$ :



- الدالة العددية  $h$  بحيث:  $h(x) = f(|x|)$

1- تبين أن  $h$  دالة زوجية:

لدينا  $D_h = \mathbb{R}^*$  ومنه متناظرة بالنسبة للمبدأ.

$$h(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = h(x)$$

$$\begin{aligned}
s_2 &= \left[ \ln(x+1) \left( \frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_1^e \\
&\quad - \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2}x^2 - 3x + 3 \ln(x+1) \right]_1^e \\
&= \ln(e+1) \left( \frac{1}{2}e^2 - e \right) + \frac{\ln 2}{2} \\
&\quad - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}e^2 - 3e + 3 \ln(e+1) \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{-5}{2} + 3 \ln 2 \right) \\
s_2 &= \ln(e+1) \left( \frac{1}{2}e^2 - e \right) + \\
&\quad \frac{8 \ln 2 - e^2 + 6e - 6 \ln(e+1) - 5}{4}
\end{aligned}$$

ومنه

$$\int_0^e t(x) dx = s_1 + s_2 = 0,136 + 1,679 = 1,815 \text{ ua}$$

اتحى بالتوفيق للجميع

الأستاذ: قشار صلي

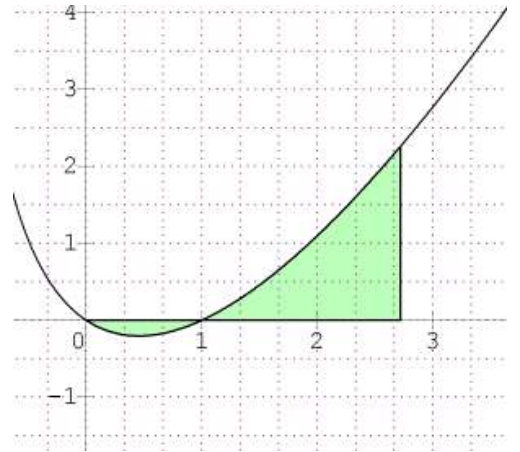
ننوفس عن المحاولة ننوفس عن الابداع



بالك 2022

السؤال الإضافي: باستعمال التكامل بالتجزئة حساب

$$\int_0^e t(x) dx = \int_0^e (x-1) \ln(x+1) dx$$



$$\begin{cases} u(x) = \ln(x+1) \\ v(x) = x-1 \end{cases} \quad \begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x+1} \\ v(x) = \frac{1}{2}x^2 - x \end{cases}$$

$$\int_0^e t(x) dx = - \underbrace{\int_0^1 t(x) dx}_{s_1} + \underbrace{\int_1^e t(x) dx}_{s_2}$$

ومنه

$$\begin{aligned}
s_1 &= - \int_0^1 t(x) dx = - \left[ \ln(x+1) \left( \frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_0^1 \\
&\quad + \int_0^1 \frac{1}{x+1} \left( \frac{1}{2}x^2 - x \right) dx \\
&= - \left[ \ln(x+1) \left( \frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 - 2x}{x+1} dx \\
&= - \left[ \ln(x+1) \left( \frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 x - 3 + \frac{3}{x+1} dx \\
&= - \left[ \ln(x+1) \left( \frac{1}{2}x^2 - x \right) \right]_0^1 + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2}x^2 - 3x + 3 \ln(x+1) \right]_0^1 \\
&= \frac{\ln 2}{2} - \frac{5}{4} + \frac{3 \ln 2}{2} \\
s_1 &= \frac{8 \ln(2) - 5}{4}
\end{aligned}$$