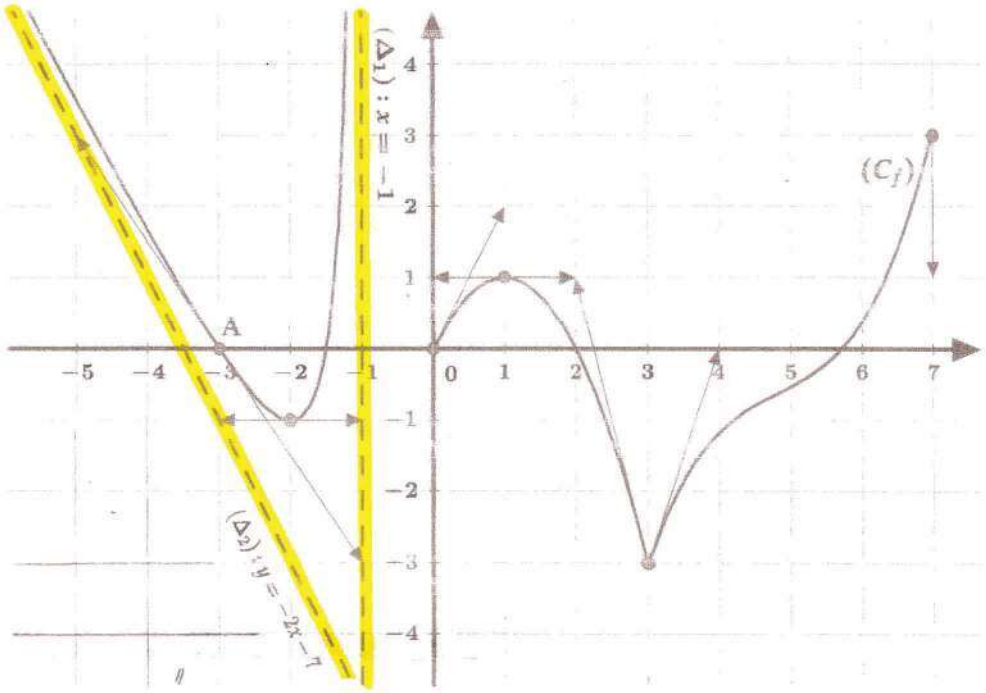
فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 3 رياضي | المدّة: 5400 ثانية | السنة الدراسية: 2024/2023

تمرين:

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty,-1[\cup[0,7]$

(C_f) تمثيلها البياني يقبل مستقيمان مقاربان (Δ_1) و (Δ_2) كما هو مبين في الشكل :



(I) بقراءة بيانية عين :

❶ $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)+2x+7$.

❷ $f'(-2)$ ، $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$ ، $\lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-1}{h}$ ، $\lim_{x\to 7} \frac{f(x)-3}{x-7}$.

❸ $\lim_{x\to 3} \left(\frac{f(x)+3}{x-3}\right)$ و $\lim_{x\to 3} \left(\frac{f(x)+3}{x-3}\right)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

❹ بين أن : $\lim_{x\to-3} \frac{f(x)}{x^2-9} = \frac{1}{4}$.

(II) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $g(x)=\frac{-2x^2-9x-9}{x+1}$

◄ بين أن : $g'(x)=\frac{-2x(x+2)}{(x+1)^2}$ ثم ادرس تغيرات الدالة g.

(III) لتكن الدالة h المعرفة كما يلي : $h(x)=\begin{cases} g\left(\frac{1}{x}\right); x\in]-\infty,-1[\cup]-1,0[\\ \sqrt{x^2+4x}-2; x\geq 0 \end{cases}$ و ليكن (C_h) تمثيلها البياني.

❶ من أجل كل x من $]-\infty,-1[\cup]-1,0[$ و باستعمال مشتقة دالة مركبة استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

❷ ادرس قابلية اشتقاق الدالة h على يمين العدد 0 ثم فسر النتيجة هندسيا.

❸ من أجل كل $x\geq 0$ بين أن المستقيم $(D): y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_h).

بالتوفيق