

نوفمبر 2019

المستوى: الثالثة ثانوي رياضيات

المدة : 2 ساعة

الفرض الأول في الرياضيات

التمرين الأول: (05 نقط)

$$f(x) = \frac{3x-2}{|x-2|-1} \quad f \text{ دالة عددية لمتغير حقيقي } x :$$

- (1) عين مجموعة تعريف الدالة f .
- (2) اكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.
- (3) ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة $x_0=2$.
- (4) ادرس قابلية الاشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=2$.

التمرين الثاني: (8 نقط)

الجزء الأول :

$$g(x) = 1 - (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} \quad g \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي :}$$

- (1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$.
- (3) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x $1 - (x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} \leq 0$

الجزء الثاني:

$$f(x) = -x + 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad f \text{ الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي :}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$). (وحدة الطول 2 cm).

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} \quad \text{اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي } x :$$

- (2) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

صفحة 1 من 2

- (3) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + f(-x) = 2$ ماذا تستنتج ؟
- (4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- (5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1 < \alpha < 2$.
- (6) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 2]$ ماذا تستنتج ؟

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$ ماذا تستنتج ؟

(7) ارسم (C_f) .

(8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m = 0$$

التمرين الثالث: (7 نقط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0; -3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$

حل للمعادلة $f(x) = 0$.

(2) نضع $a = 1, b = 0, c = -3$

ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(4) ارسم (T) و (C_f) .

(5) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي $x: e^{-x} = 2 - f(x) - 2f'(x)$

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x^2 - 3 + me^x = 0$.

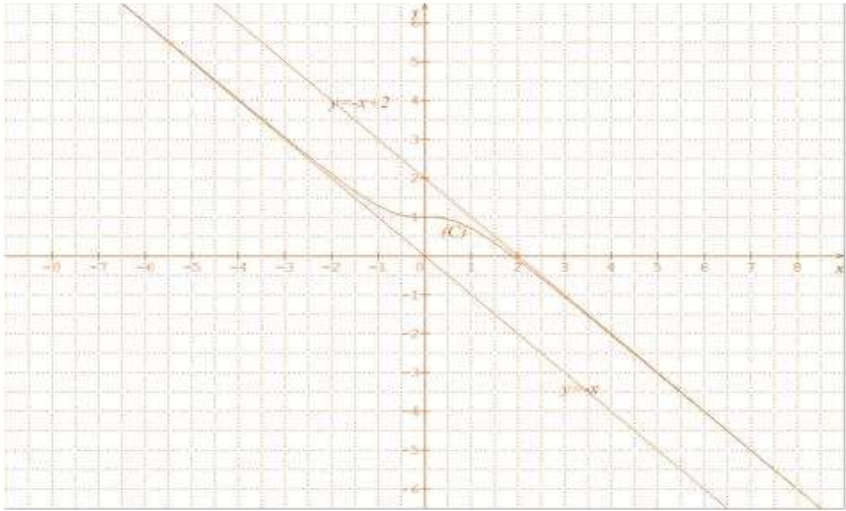
بالتوفيق

إن النجاح هو ذلك البحر الذي لا يستطيع أن يسبح فيه الفاشلون ...

التصحيح النموذجي

العلامة		الحل	رقم التمرين								
5 ن	1	(1) مجموعة تعريف الدالة f $D_f = \mathbb{R} - \{1; 3\}$	التمرين 1								
	1	(2) كتابة $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة . $f(x) = \begin{cases} \frac{3x-2}{x-3}; & x \geq 2 \text{ و } x \neq 1 \\ \frac{3x-2}{-x+1}; & x \leq 2 \text{ و } x \neq 3 \end{cases}$									
	1	(3) استمرارية الدالة f عند القيمة $x_0=2$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = -4$ و منه الدالة مستمرة عند 2									
8 ن	2	(4) قابلية الاشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=2$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = -7 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 1$ بما أن $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \neq \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ و منه الدالة غير قابلة للاشتقاق عند 2	التمرين 2								
	0.5	<u>الجزء الأول :</u> (1) تغيرات الدالة g • النهايات $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$									
	0.5	• الدالة المشتقة $g'(x) = \frac{-3x(x^2+1)}{\sqrt{x^2}}$ • اتجاه التغير									
0.25	0.25	g دالة متزايدة تماما على $]-\infty; 0]$ و متناقصة تماما على $[0; +\infty[$	• جدول التغيرات								
	0.5										
	0.5										
		<table> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$g'(x)$	$+$	0	$-$	
x	$-\infty$	0	$+\infty$								
$g'(x)$	$+$	0	$-$								

	<table><tr><td>$g(x)$</td><td> $-\infty$ 0 $-\infty$ </td></tr></table>	$g(x)$	$-\infty$ 0 $-\infty$								
$g(x)$	$-\infty$ 0 $-\infty$										
0.25	(2) المعادلة $g(x)=0$ تكافئ $x=0$										
0.25	(3) من جدول التغيرات نلاحظ أن: $g(x)\leq 0$										
0.5	الجزء الثاني : (1) الدالة المشتقة: $f'(x) = -1 + \frac{\sqrt{x^2+1} - x \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2}$ $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$										
0.5	(2) تغيرات الدالة										
0.25	• النهايات $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ • اتجاه التغير f دالة متناقصة تماما $\mathbb{R}$ جدول التغيرات										
0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$f'(x)$	-		$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$	
x	$-\infty$	$+\infty$									
$f'(x)$	-										
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$									
0.75	(3) $f(x)+f(-x)=-x+1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+x+1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}=2$										
0.5	(4) $y=1$ معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة .										

0.5	(5) دالة مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[1; 2]$ و $f(1) \times f(2) < 0$ $f(1) = 0.71$ و $f(2) = -0.11$ مبرهنة القيم المتوسطة.	
0.5	(6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x - 2] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right]$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = 0$ نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 2$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right]$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = 0$ نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$	
0.5	(7) إنشاء (C) 	

0.75

(8) المناقشة حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة الحلول :

$$-x + 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = -x + m \quad \text{منه} \quad 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m = 0$$

$$f(x) = -x + m$$

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم $y = -x + m$ الموازي للمستقيمين المقاربتين .

$m \in]-\infty; 0[$ المعادلة لا تقبل حلول .

$m \in]0; 1[$ المعادلة تقبل حل سالب .

$m = 1$ المعادلة تقبل حل معدوم .

$m \in]1; 2[$ المعادلة تقبل حل موجب .

$m \in]2; +\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول .

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$$

ن 7

1

0.75

0.5

0.5

(2) تغيرات f :

• النهايات

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0;$$

• المشتقة

$$f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)e^{-x}$$

• اتجاه التغير

و منه الدالة f متزايدة على المجال $[-1; 3]$ و متناقصة تماما على $]-\infty; -1]$ و $[3; +\infty[$

• جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$-2e$	$\frac{6}{e^3}$	0	

0.5

0.5

(3) كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

$$(T): y = 3x - 3$$

- إحداثيات نقط تقاطع المنحنى مع حامل محور الفواصل

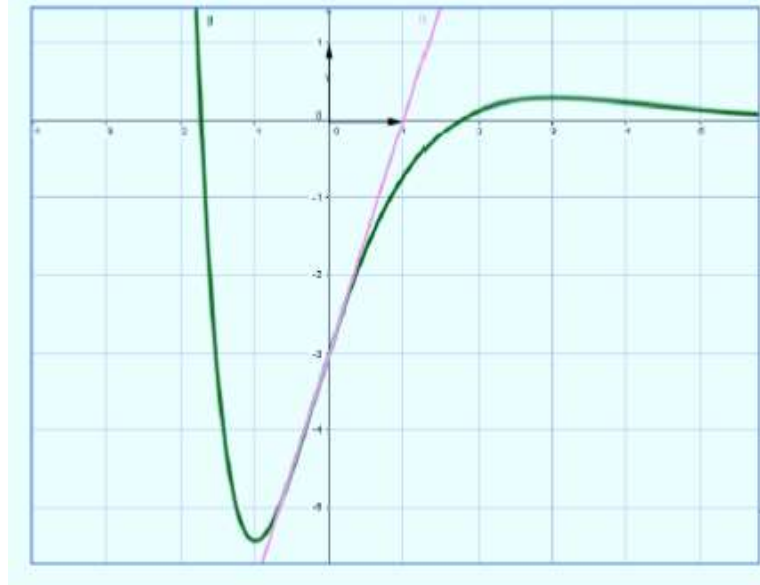
$$x = \sqrt{3} \text{ او } x = -\sqrt{3}$$

(4) رسم (C_f) و (T)

0.75

0.5

1



(5) نبين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فان

$$f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 2e^{-x}$$

$$f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$$

$$f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)e^{-x}$$

$$f''(x) = (x^2 - 4x - 1)e^{-x}$$

$$f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 2e^{-x} \text{ و منه}$$

(6) المناقشة بيانها

$$me^x = -(x^2 - 3) \text{ و منه } x^2 - 3 + me^x = 0$$

$$f(x) = -m$$

و منه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم ذو المعادلة

$$y = -m$$

لما $m < -2e$ - معناه $m > -2e$ المعادلة لا تقبل حلول .

لما $m = -2e$ - معناه $m = -2e$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب .

لما $-2e < -m < -3$ معناه $3 < m < 2e$ للمعادلة حلين سالبين .

لما $-m = -3$ معناه $m = 3$ للمعادلة حلين احدهما معدوم و الآخر سالب .

لما $-3 < -m \leq 0$ معناه $0 \leq m < 3$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة .

لما $0 < -m < \frac{6}{e^3}$ معناه $-\frac{6}{e^3} < m < 0$ للمعادلة حلين موجبان و حل سالب .

لما $-\frac{6}{e^3} = -m$ معناه $m = -\frac{6}{e^3}$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة .

لما $\frac{6}{e^3} < -m$ معناه $m < -\frac{6}{e^3}$ للمعادلة حل وحيد سالب .