

الفرض الثلاثي الأول في الرياضيات

نص التمرين:

(I) لتكن f_α الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي: $f_\alpha(x) = (2x^3 - 4x^2)e^{\alpha x}$. حيث α وسيط حقيقي

ليكن (C_α) التمثيل البياني للدالة f_α في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

. أحسب تبعا لقيم الوسيط α نهايتي الدالة f_α عند $-\infty$ و $+\infty$.

. بين أن كل المنحنيات (C_α) تتقاطع في نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

(II) في كل مايلي نأخذ $\alpha = -1$

. ادرس اتجاه تغير الدالة f_{-1} ثم شكل جدول تغيراتها.

. أ) عين معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_{-1}) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_{-1}) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل.

ج) أنشئ بكل عناية المماس (T) والمنحنى (C_{-1}) .

، ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x ،

$$f_{-1}(x) = f_{-1}(m)$$

$$h : [0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R} : \begin{cases} h(x) = f_{-1}(x) & x \geq 2 \\ h(x) = (2-x)e^x & 0 \leq x < 2 \end{cases}$$

أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h في 2 . فسر النتيجة بيانيا .

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_{-1}) و (C_h) .

د) أنشئ (C_h) في نفس المعلم .

بالتوفيق والسداد

$$n \geq 2 \quad \cup$$

$$h'(n) = f'_1(n)$$

$$= (-2n^3 + 10n^2 - 8n) e^{-n}$$

is sign

n	2	4	+
h'(n)	+	+	-

(2,4) is local max
(4,+) is local min

$$0 \leq n \leq 2 \quad \cup$$

$$h'(n) = -1e^n + (2-n)e^n$$

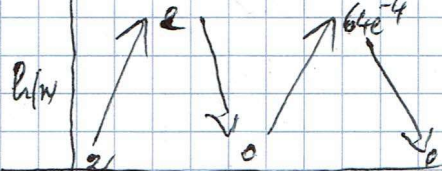
$$= (1-n)e^n$$

1-n is sign

n	0	1	2
1-n	+	+	-

(1,2) is local max
(2,2) is local min

n	0	1	2	4	+
h'(n)	+	+	-	+	-



(C_h), (C₁) is local max

$$n \geq 2 \quad \cup$$

$$h(n) = f_n(n)$$

(C₁) is local max

$$0 \leq n \leq 2 \quad \cup$$

$$f_1(n) \leq 0, h(n) \geq 0$$

(C_h) is local max

(C_h) is local max

(C_h) is local max

(C_h) is local max

$$h(n) = f_{-1}(n); n \geq 2$$

$$h(n) = (2-n)e^n; 0 \leq n < 2$$

is sign

$$h(2) = f_{-1}(2) = 0$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2+h) - h(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2-(2+h))e^{2+h} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h e^{2+h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} -e^{2+h} = -e^2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2+h) - h(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f_{-1}(2+h) - f_{-1}(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(2+h)^3 - 4(2+h)^2)e^{-(2+h)} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(8 + 12h + 6h^2 + h^3) - 4(4 + 4h + h^2))e^{-2-h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(16 + 24h + 12h^2 + 2h^3 - 16 - 16h - 4h^2)e^{-2-h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(8h^2 + 8h)e^{-2-h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(8h + 8)e^{-2-h}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (8h + 8)e^{-2-h}$$

$$= 8e^{-2}$$

$$-e^2 \neq 8e^{-2}$$

is local max

(C_h) is local max

is local max

is local max

(C_h) is local max

$$h(0) = (2-0)e^0 = 2$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} h(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(n) = 0$$