

التمرين الأول: (04 نقاط)

يراد عشوائيا تشكيل لجنة قسم تضم رئيسا ونائبا له من بين 4 أولاد و 5 بنات.
1. أحسب احتمال الأحداث التالية:

- A: "اللجنة تضم ولدا و بنتا" B: "الرئيس ولد" C: "النائب بنت" D: "الرئيس ولد و النائب بنت"
2. أ- أحسب احتمال الحادثة: F: "النائب بنت علما أن الرئيس ولد"
ب- هل الحادثتان B و C مستقلتان؟
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الأولاد المتواجدين في اللجنة
- عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله

التمرين الثاني (04ن)

- لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية: $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$
1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > e^2$
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة؟
3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \ln(u_n) - 2$.
أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .
ج- ماهي نهاية كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .
4. أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

التمرين الثالث (06ن):

- I. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالعلاقة: $g(x) = \frac{-x^2 + x + 1}{x - 1}$.
1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $-1 < \alpha < 0$ و $1 < \beta < 2$.
ب- استنتج إشارة $g(x)$ حسب كل قيم x من $\mathbb{R} - \{1\}$
II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$ كإيلي: $f(x) = x - 1 + \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$
 (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
 ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
2. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$ فإن : $f'(x) = -\frac{g(x)}{x}$
 ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أ- بين أن المستقيم $y = x - 1$: (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
 ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .
4. أنشئ (C_f) و (Δ) (نأخذ $f(\alpha) \approx -1.58$ ، $f(\beta) \approx 2.58$) .
5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x - m$

التمرين الرابع (06ن):

- I. 1. الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (2x + 1)e^x - 1$.
 1. ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها
 2. احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
- II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = x(e^x - 1)^2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$
 1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 2. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)
 3. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$
 ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 4. اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) المار من مبدأ المعلم
 5. أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f)
 6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$
 7. أ. بين أن : $H : x \mapsto 2(x - 1)e^x + \frac{1}{4}(1 - 2x)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto x - f(x)$ على $\mathbb{R}$
 ب. احسب $\int_0^{\ln 2} h(x) dx$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا
 8. k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب : $k(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$
 -دون حساب عبارة $k(x)$ حدد اتجاه تغير الدالة k على مجموعة تعريفها

تصحيح موضوع حصة الدعم

التمرين الثاني:

$$u_0 = e^3 \text{ و } u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$$

2. برهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e^2$

لدينا: $u_0 = e^3 > e^2$ ومنه الخاصية محققة من أجل

$$n=0$$

نفرض أن الخاصية صحيحة من أجل عدد طبيعي n

أي:

$$u_n > e^2$$

ونثبت صحتها من أجل العدد $(n+1)$ أي: $u_{n+1} > e^2$

لدينا: $u_n > e^2$ ومنه: $\sqrt{u_n} > \sqrt{e^2}$ ومنه: $\sqrt{u_n} > e$

ومنه: $e\sqrt{u_n} > e^2$ ومنه $u_{n+1} > e^2$

ومنه الخاصية صحيحة من أجل $(n+1)$ إذا حسب مبدأ

الاستدلال بالتراجع هي صحيحة من أجل n : $u_n > e^2$

3. دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة؟

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= e\sqrt{u_n} - u_n \\ &= \frac{(e\sqrt{u_n} - u_n)(e\sqrt{u_n} + u_n)}{e\sqrt{u_n} + u_n} \end{aligned}$$

$$= \frac{e^2 u_n - u_n^2}{e\sqrt{u_n} + u_n} = \frac{u_n(e^2 - u_n)}{e\sqrt{u_n} + u_n}$$

لدينا: $u_n > e^2$ ومنه: $e^2 - u_n < 0$

إذا: $u_{n+1} - u_n < 0$ وعليه (u_n) متناقصة

- (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد e^2 إذا

هي متقاربة نحو العدد l

III. 3. أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين

أساسها وحدها الأول.

$$v_{n+1} = \ln(u_{n+1}) - 2$$

$$= \ln(e\sqrt{u_n}) - 2$$

$$= \ln e + \ln(u_n)^{\frac{1}{2}} - 2$$

$$= -1 + \frac{1}{2} \ln u_n = \frac{1}{2}(-2 + \ln u_n) = \frac{1}{2} v_n$$

التمرين الأول:

1. حساب احتمال الأحداث:

عدد الحالات الممكنة: $A_9^2 = 72$

$$P(A) = \frac{2A_4^1 \times A_5^1}{72} = \frac{40}{72}$$

$$P(B) = \frac{A_4^1 \times A_8^1}{72} = \frac{32}{72}$$

$$P(C) = \frac{A_8^1 \times A_5^1}{72} = \frac{40}{72}$$

$$P(D) = \frac{A_4^1 \times A_5^1}{72} = \frac{20}{72}$$

$$P(F) = P_B(C) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)} \quad \text{أ- 2.}$$

$$P(B \cap C) = P(D) = \frac{20}{72}$$

$$P(F) = \frac{\frac{20}{72}}{\frac{32}{72}} = \frac{20}{32} \quad \text{ومنه:}$$

ب- الحادثان B و C غير مستقلتان لأن:

$$\left\{ \begin{aligned} P(B \cap C) &= \frac{20}{72} \\ P(B) \times P(C) &= \frac{32}{72} \times \frac{40}{72} = \frac{20}{81} \end{aligned} \right. \quad \text{لدينا: ومنه:}$$

$$P(B \cap C) \neq P(B) \times P(C)$$

3. قيم المتغير العشوائي X :

$$X = \{0, 1, 2\}$$

$$P(X = 0) = \frac{A_5^2}{72} = \frac{20}{72}$$

$$P(X = 1) = P(A) = \frac{40}{72}$$

$$P(X = 2) = \frac{A_4^2}{72} = \frac{12}{72}$$

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{72}$	$\frac{40}{72}$	$\frac{12}{72}$

ومنه: (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول:

$$v_0 = \ln u_0 - 2 = 1$$

ب- كتابة عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .

$$v_n = v_0 \times q^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

لدينا: $v_n = \ln u_n - 2$ ومنه: $v_n + 2 = \ln u_n$

$$u_n = e^{v_n+2} = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n+2}$$

ج- نهاية كل من المتالتين (u_n) و (v_n) .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n+2} = e^2$$

1. أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث:

$$\begin{aligned} P_n &= u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n \\ &= e^{v_0+2} \times e^{v_1+2} \times \dots \times e^{v_n+2} \\ &= e^{v_0} \times e^2 \times e^{v_1} \times e^2 \times \dots \times e^{v_n} \times e^2 \\ &= e^{v_0+v_1+\dots+v_n} \times (e^2)^{n+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= e^{\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}} \times e^{2(n+1)} \\ &= e^{2\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]+2(n+1)} \end{aligned}$$

التمرين الثالث:

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالعبارة:

$$g(x) = \frac{-x^2 + x + 1}{x-1}$$

1. دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = -\infty$$

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{1\}$ ودالتها المشتقة:

$$g'(x) = \frac{-x^2 + 2x - 2}{(x-1)^2}$$

$$-x^2 + 2x - 2 = 0 \text{ معناه: } g'(x) = 0$$

$\Delta = -8 < 0$ ومنه $g'(x) < 0$ إذا الدالة g متناقصة

تماما على مجالي تعريفها

جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	-	-
$g(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

2. أ- تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β

حيث: $-1 < \alpha < 0$ و $1 < \beta < 2$.

- الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $[-1, 0]$ و:

$$g(0) \times g\left(\frac{-1}{2}\right) < 0 \text{ و } g(-1) = \frac{1}{2}, \quad g(0) = -1$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حلا α حيث: $-1 < \alpha < 0$

- الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $[1, 2]$ و:

$$0 \in [-1, +\infty[\text{ و } \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty \quad g(2) = -1$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$

تقبل حلا β حيث: $1 < \beta < 2$

ب- استنتاج إشارة $g(x)$ حسب كل قيم x من $\mathbb{R} - \{1\}$

x	$-\infty$	α	1	β	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	+	-

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$

$$f(x) = x - 1 + \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \text{ كيلي:}$$

1. أ- حساب النهايتين وتفسير النتيجة هندسيا:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

ومن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين عموديين

معادلة كل منهما: $x = 0$ ، $x = 1$

ب- حساب النهايتين:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1) = -\infty \quad \text{لأن:} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{و}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \ln x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1) = +\infty \quad \text{لأن:} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{و}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \ln x = 0 \end{cases}$$

2. أ- تبين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من

$$f'(x) = -\frac{g(x)}{x} \quad \text{فإن:} \quad]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$$

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 + \frac{1(x-1) - 1 \times x}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x} \\ &= 1 - \frac{1}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x} \\ &= 1 - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x - 1}{x(x-1)} = -\frac{1}{x} \left(\frac{-x^2 + x + 1}{x-1} \right) = -\frac{g(x)}{x} \end{aligned}$$

ب- دراسة اتجاه تغير الدالة f

إشارة $f'(x)$ من إشارة $-\frac{g(x)}{x}$

x	$-\infty$	α	0	1	β	$+\infty$	
$-g(x)$	-	0	+	+	-	0	+
x	-	-	0	+	+	+	+
$f'(x)$	+	0	-		-	0	+

ومنه الدالة f متزايدة على المجالين $]-\infty, \alpha]$ و $[\beta, +\infty[$

ومتناقصة على المجالين $[\alpha, 0[$ و $]1, \beta]$

جدول التغيرات الدالة f

x	$-\infty$	a	0	1	B	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(a)$			$+\infty$	$f(B)$	$+\infty$

3. أ- تبين ان المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f)

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) - y] = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{x}{x-1} \right) = 0$$

ومنه (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

$$f(x) - y = \ln \left(\frac{x}{x-1} \right)$$

$$\frac{1}{x-1} = 0 \quad \text{ومنه:} \quad \frac{x}{x-1} = 1 \quad \text{ومنه:} \quad \ln \left(\frac{x}{x-1} \right) = 0$$

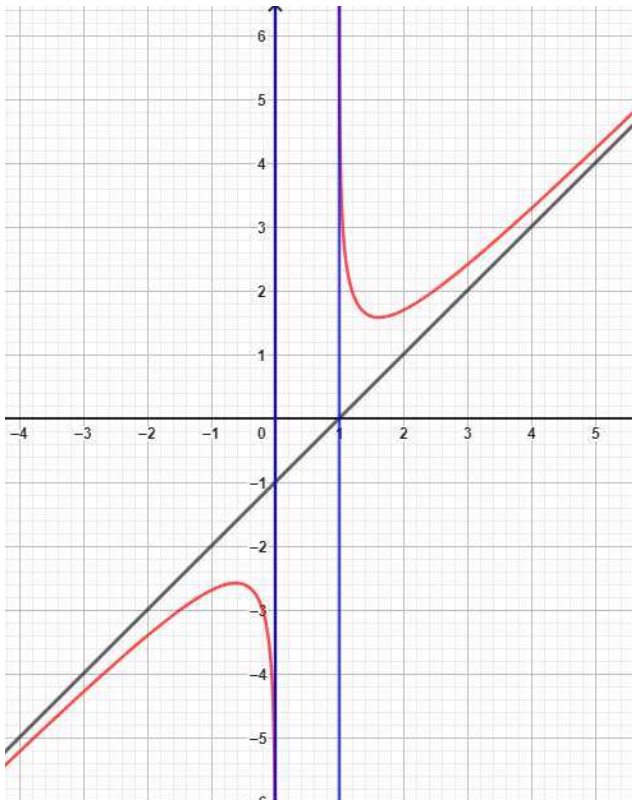
المعادلة لا تقبل حلول إذا لا توجد نقط تقاطع ومنه

إشارة الفرق من إشارة $x-1$ إذا:

(C_f) تحت (Δ) على المجال $]-\infty, 0[$

(C_f) فوق (Δ) على المجال $]1, +\infty[$

4. الانشاء



5. المناقشة البيانية (مائلة)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^x - 1)^2 = +\infty$$

ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

$$[f(x) - y] = [xe^x(e^x - 2)] = 0 \text{ تكافئ:}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\ln 2 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} x=0 \\ e^x=2 \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} xe^x=0 \\ e^x-2=0 \end{cases} \text{ أو}$$

x	$-\infty$	0	$\ln 2$	$+\infty$	
xe^x	-	0	+		
$e^x - 2$		-	0	+	
$f(x) - y$	+	0	-	0	+
الاسمي الوضع	(C_f) فوق (Δ)	تقاطع		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

3أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = (e^x - 1)g(x)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (e^x - 1)^2 + 2xe^x(e^x - 1) \\ &= (e^x - 1)(e^x - 1 + 2xe^x) \end{aligned}$$

$$f'(x) = (e^x - 1)(e^x(1 + 2x) - 1) = (e^x - 1)g(x) \text{ ومنه:}$$

ب. إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+
$e^x - 1$	-	0	+
$f'(x)$	+	0	+

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$

معادلة لـ (T) مماس (C_f) المار من مبدأ المعلم

$$\text{لدينا: } (T): y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

المماس (T) يمر من المبدأ معناه:

$$f'(x_0)(0 - x_0) + f(x_0) = 0$$

$$\text{ومنه: } -x_0(e^{x_0} - 1)g(x_0) + x_0(e^{x_0} - 1)^2 = 0$$

حلول المعادلة $f(x) = x - m$ هي فواصل نقط تقاطع

المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) ذا المعادلة $y = x - m$

ومنه:

$$[-\infty, -1[-m \in \text{أي: } m \in]1, +\infty[\text{ المعادلة تقبل حل وحيد}$$

سالب.

$$-m = -1 \text{ أي } m = 1 \text{ المعادلة ليس لها حل}$$

$$[1, +\infty[-m \in \text{أي } m \in]-\infty, -1[\text{ المعادلة لها حل وحيد}$$

موجب

التمرين الرابع:

$$D_g = \mathbb{R}, \quad g(x) = (2x + 1)e^x - 1 \quad \text{I.}$$

1. دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 1)e^x - 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2xe^x + e^x - 1 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1)e^x - 1 = +\infty$$

حساب المشتقة:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة:

$$g'(x) = 2e^x + (2x + 1)e^x = (2x + 3)e^x$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $(2x + 3)$

$$2x + 3 = 0 \text{ تكافئ: } x = -\frac{3}{2}$$

ومنه جدول تغيرات الدالة g هو:

x	$-\infty$	$-3/2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	-1	$g(-3/2)$	$+\infty$

2. احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$$g(x) = (2 \times 0 + 1)e^0 - 1 = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

$$\text{II. } D_f = \mathbb{R}, \quad f(x) = x(e^x - 1)^2$$

1. حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^x - 1)^2 = -\infty$$

تفسير النتيجة هندسيا

قيمة $\int_0^{\ln 2} h(x) dx$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد

بالمحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y=x$ و $x=0$

8. الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $k(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

- اتجاه تغير الدالة k

المشتقة: $k'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right)$

إشارة $k'(x)$

لدينا $-\frac{1}{x^2} < 0$

ولدينا: $f'(x) = 0$ لما $x=0$

و $f'(x) > 0$ لما $x > 0$ أو $x < 0$

وعليه: $f'\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ لما $\frac{1}{x} = 0$ وهذا مستحيل

و $f'\left(\frac{1}{x}\right) > 0$ لما $\frac{1}{x} < 0$ أو $\frac{1}{x} > 0$

أي لما $x > 0$ أو $x < 0$

اذن الدالة k متناقصة على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$

$$x_0(e^{x_0} - 1)[-g(x_0) + x_0(e^{x_0} - 1)] = 0$$

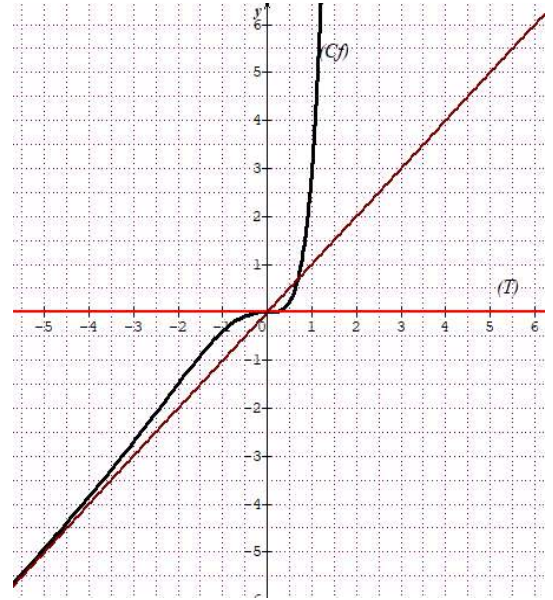
$$\text{ومنه: } -2x_0^2(e^{x_0} - 1)e^{x_0} = 0$$

$$\text{نجد } x_0 = 0$$

اذن معادلة المماس (T) هي $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

$$\text{ومنه } (T): y = 0$$

5. التمثيل البياني لـ (Δ) ، (T) ، والمحنى (C_f)



6. المناقشة البيانية

حلول المعادلة $f(x) = mx$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى

(C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m = mx$ إذا:

$m \in]-\infty; 0]$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

$m \in]0; 1[$ المعادلة تقبل ثلاث حلول

$m \in]1; +\infty[$ المعادلة تقبل حلان

7. أ. تبين أن: H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$

لدينا: $H(x) = 2(x-1)e^x + \frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$

ومنه: $H'(x) = 2e^x(x-1) + 2e^x + \frac{1}{4} \times 2e^{2x}(1-2x) - 2 \times \frac{1}{4}e^{2x}$

ومنه: $H'(x) = 2xe^x - xe^{2x} = x(e^x - e^{2x}) = x - f(x)$

ب. حساب $\int_0^{\ln 2} h(x) dx$

$$\int_0^{\ln 2} h(x) dx = \int_0^{\ln 2} [x - f(x)] dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}e^{2x}(1-2x) + 2e^x(x-1) \right]_0^{\ln 2} = \ln 4 - \frac{5}{4}$$