



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على أربع كريات بيضاء وثلاث كريات سوداء وكريتين حمراوين. الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق.

[1] احسب احتمال الحادثتين: E : "سحب ثلاث كريات من نفس اللون"

F : "سحب كرية بيضاء واحدة على الأقل".

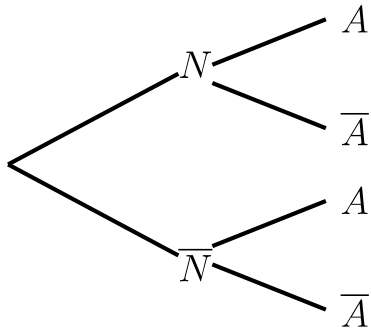
[2] نقترح اللعبة التالية: يدفع اللاعب m دينار (m عدد طبيعي غير معدوم)، ثم يسحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق ويكسب 100 دينار عن كل لون محصل عليه. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل قيم الربح أو الخسارة الممكنة.

أ- برر أن قيم X الممكنة هي $\{100 - m; 200 - m; 300 - m\}$ ، ثم عرف قانون احتمالته.

ب- عين أكبر قيمة ممكنة للعدد الطبيعي m حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

[3] صندوق آخر يحتوي على كريتين بيضاوين وكرية سوداء. نرمي زهرة نرد متوازنة ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6. إذا ظهر رقم مضاعف للعدد 3 نسحب كريتين في آن واحد من الصندوق U_1 ، وإذا ظهر غير ذلك نسحب كريتين على التوالي مع الإرجاع من الصندوق U_2 . نعتبر الحادثتين:

A : "الكريتين المسحوبتين من نفس اللون". N : "ظهر رقم مضاعف للعدد 3".



أ- اكمل شجرة الاحتمالات المرفقة.

ب - بين أن $P(\bar{A}) = \frac{29}{54}$

ج- علماً أن الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون، ما هو

احتمال أن تكونا من الصندوق U_2 ؟

[4] نضع محتويات الصندوقين U_1 و U_2 في وعاء ثالث U_3 ثم نسحب منه ثلاث كريات على التوالي بدون إرجاع.

- احسب احتمال سحب كريتين من نفس اللون؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1 حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية : $(\bar{Z} + 4)(Z^2 - 4Z + 16) = 0$.

2 في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب :

$$Z_C = \bar{Z}_B, \quad Z_B = 2 + 2\sqrt{3}i, \quad Z_A = -4$$

أ- اكتب كل من Z_A ، Z_B و Z_C على الشكل المثلثي.

ب- بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ج- بين أن العدد : $\left(\frac{Z_B}{|Z_B|}\right)^{2026} \times \left(\frac{Z_C}{|Z_C|}\right)^{1447}$ حقيقي سالب.

3 أ- اكتب العدد المركب $L = \frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد L^n تخيلياً صرفاً.

4 عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z والتي تحقق : $|iZ - 2i - 2\sqrt{3}| = |Z + 4|$

5 لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = e^{-3+n \ln(|Z_B|)}$

- بين أن : $u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n = \left(\frac{2^n}{e^3}\right)^{n+1}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1 نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $28x - 5y = 54 \dots (E)$

أ- برّر أن المعادلة (E) تقبل حلولاً

ب- عين حلاً خاصاً $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) والذي يحقق: $y_0 = 2x_0$ ، ثم حل المعادلة (E) .

ج- عين كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق: $|y - 4x - 20| \leq 6$

2 أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 5^n على 7.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $4^n \equiv 4 \pmod{6}$

ج- جد باقي قسمة العدد: $1447^{2026} \times 2026$ على 7.

د- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد: $[(33^{7y-8x+33})^{2n} \times (2n-3) + 1447 \times 2026]$

قابلاً للقسمة على 7 حيث $(x; y)$ حلاً للمعادلة (E) .

3 N عدد طبيعي يكتب $102\alpha 4\alpha$ في النظام ذي الأساس 5

أ- جد قيمة العدد الطبيعي α بحيث يكون: $N + 6 \equiv 0 \pmod{7}$

ب- تحقق أن : $N - 1447 = 2026$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - \ln(x^2)$

1] بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

2] ادرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3] بين أنه من أجل x من المجال $]0, +\infty[$ فإن: $g(x) \leq 0$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1] أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

ب- برهن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2] أ- بين أنه من أجل كل $x \in]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{(\ln x)^2 - g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب- احسب $f'(1)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

ج- استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثيها ثم جد معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) عندها.

3] أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

ب- ادرس الوضعية النسبية بين المنحني (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ) .

4] أ- بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث: $0.41 \leq \alpha \leq 0.42$.

ب- أنشئ (Δ) ، (T) والمنحني (C_f) . (يعطى: $f(5) \approx 3.7$)

5] عين بياناً قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $x^2 - (\ln x)^2 = e^m x - 1$ حلاً على الأقل في المجال:

$$\left[\frac{1}{e}; e\right].$$

6] S_n هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها: $y = x - 1$ ، $x = e$ و $x = e^n$

حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

أ- جد عبارة S_n بدلالة n .

ب- بين أن المتتالية (S_n) متزايدة تماماً. هل (S_n) متقاربة؟

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.
[1] إذا كانت طويلة العدد المركب غير المعدوم Z هي $2\sqrt{2}$ فإن مرافق العدد Z هو:

أ- $\frac{\sqrt{2}}{Z}$ ب- $\frac{8}{Z}$ ج- $\frac{2}{Z}$

[2] المعادلة ذات المتغير المركب Z غير المعدوم: $Z = \frac{1}{2} - \frac{1}{8Z}$ تقبل في $\mathbb{C}$:

أ- حلين مترافقين ب- حلين حقيقيين ج- حلين متناظرين

[3] الشكل المثلثي للعدد المركب: $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ هو:

أ- $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$ ب- $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$ ج- $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$

[4] A ، B و C ثلاث نقط ذات اللاواحق Z_A ، Z_B و Z_C على الترتيب: حيث $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$

فالمثلث ABC يكون:

أ- قائم في A ب- متقايس الأضلاع ج- متساوي الساقين

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الدالة f معرفة على المجال $[2, 3]$ ب: $f(x) = \frac{4x-2}{x+1}$

I- [1] ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[2, 3]$.

[2] اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[2, 3]$ فإن: $f(x) \in [2, 3]$

II- المتتالية العددية (U_n) معرفة بمجدها $U_0 = \alpha$ حيث $(\alpha \in \mathbb{R})$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

[1] عين قيم α حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة.

[2] نضع في بقية التمرين $U_0 = 3$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \leq U_n \leq 3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) واستنتج أنها متقاربة.

III- المتتالية العددية (V_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n - 1}$

أ- برهن أن المتتالية (V_n) هندسية، أساسها $\frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول V_0 .

ب- عبر عن الحد العام V_n بدلالة n .

ج- بين أن: $U_n = \frac{4 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{2 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}$ ، ثم استنتج نهاية U_n .

د- احسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث:

$$S'_n = u_0(v_0 - 1) + u_1(v_1 - 1) + \dots + u_n(v_n - 1) \quad , \quad S_n = \frac{V_0}{2^n} + \frac{V_1}{2^{n-1}} + \frac{V_2}{2^{n-2}} + \dots + V_n$$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $4x - 5y = 1 \dots (E)$
 1- أ- اثبت أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلاً للمعادلة (E) فإن: $x \equiv 4[5]$
 ب- استنتج حلول المعادلة (E) .

ج- عين الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E) والتي من أجلها يكون: $|x - y - 1| < 2$
 2- ليكن n عدد طبيعي غير معدوم، نضع: $a = 4n + 3$ ، $b = 3n + 1$ ونرمز بـ $d \mid PGCD(a, b)$.
 أ- عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .
 ب- ما هي قيم العدد الطبيعي غير المعدوم n بحيث يكون $d = 5$.
 3- أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5.
 ب- تحقق أن: $2^a + 3^b \equiv 3(1 + 2^n)[5]$
 ج- حل في $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ الجملة:

$$\begin{cases} 2^a + 3^b \equiv 0[5] \\ d = 5 \end{cases}$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2e^{-x} - 2x - 1$
 1- ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2- أ- بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0.26 < \alpha < 0.27$
 ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x + 2x + 4}{e^x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ مفسراً النتيجة الثانية هندسياً.

2- أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x]$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.

ب- حدد الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x + 4$ والمنحنى (C_f) .
 ج- ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (D) ذي المعادلة: $y = 1$.

3- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)e^x}{(e^x + 1)^2}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .
 ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- انشئ كل من (D) ، (Δ) والمنحنى (C_f) . (خذ: $f(\alpha) = 2.6$ ، $f(-2.2) = 0$)

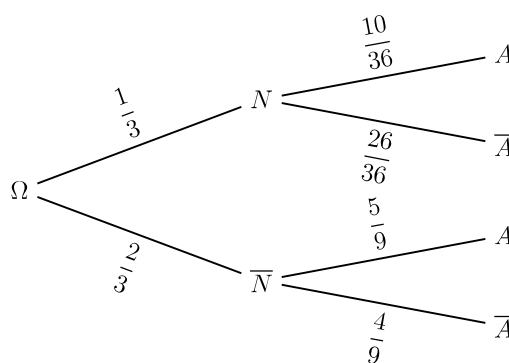
4- S مساحة الحيز المحدد بـ: (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y = 2x + 4$ ، $x = 0$ و $x = \ln(2)$.
 أ- بين أنه من أجل كل $x \in [0; \ln(2)]$: $\frac{e^x}{e^x + 1} \leq f(x) \leq 2x + 4$

ب- بين أن: $\ln\left(\frac{3}{2}\right) \leq S \leq (4 + \ln 2) \ln 2$

III- الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x) = f(x^2)$

1- دون حساب عبارة $k(x)$ ادرس إتجاه تغير الدالة k .

2- شكل جدول تغيرات الدالة k .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)									
العلامة	مجرأة										
التمرين الأول (04 نقاط)											
0.5	0.25×2	$P(E) = \frac{C_4^3 + C_5^3}{C_9^3} = \frac{5}{84} \quad , \quad P(F) = \frac{C_4^1 \times C_5^2 + C_4^2 \times C_5^1 + C_4^3 \times C_5^0}{84} = \frac{74}{84}$	1								
0.25	0.25	التبرير أن قيم X هي $\{100 - m ; 200 - m ; 300 - m\}$	2-أ								
0.75	0.75	قانون احتمال X <table><tr><td>$X = x_i$</td><td>$100 - m$</td><td>$200 - m$</td><td>$300 - m$</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{5}{84}$</td><td>$\frac{55}{84}$</td><td>$\frac{24}{84}$</td></tr></table>	$X = x_i$	$100 - m$	$200 - m$	$300 - m$	$P(X = x_i)$	$\frac{5}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{24}{84}$	ب-
$X = x_i$	$100 - m$	$200 - m$	$300 - m$								
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{24}{84}$								
0.5	0.5	تعيين أكبر قيمة لـ m : اللعبة في صالح اللاعب يعني أن : $E(x) = \frac{18700 - 84m}{84} > 0$ ومنه : $m = 222$	ج-								
1.5	0.5 0.5	شجرة الاحتمالات : $P_{\bar{N}}(A) = \frac{2^2 + 1^2}{3^2} = \frac{5}{9} \quad P_N(A) = \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_9^2} = \frac{10}{36}$ 	3-أ								
	0.25	$P(\bar{A}) = \frac{1}{3} \times \frac{26}{36} + \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{58}{108} = \frac{29}{54}$	ب.								
	0.25	$P_{\bar{A}}(\bar{N}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{N})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{9}}{\frac{29}{54}} = \frac{16}{29}$	ج.								
0.5	0.5	$P(D) = \frac{3A_6^2 \cdot A_6^1 + 3A_2^2 \cdot A_{10}^1 + 3A_4^2 \cdot A_8^1}{A_{12}^3} = \frac{888}{1320}$	4								
التمرين الثاني (04 نقاط)											
0.75	3×0.25	$S = \{-4 ; 2 + 2\sqrt{3}i ; 2 - 2\sqrt{3}i\} \quad , \quad \Delta = -48 = (8\sqrt{3}i)^2$	1								
1.5	3×0.25	الشكل المثلثي : $Z_B = 4(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ ، $Z_A = 4(\cos \pi + i \sin \pi)$ ، $Z_C = 4(\cos(-\frac{\pi}{3}) + i \sin(-\frac{\pi}{3}))$	2-أ								
	0.25	$OA = OB = OC = 4$: يعني أن $ Z_A = Z_B = Z_C = 4$ إذن النقط A, B, C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $R = 4$	ب-								

	0.5	$\left(\frac{Z_B}{ Z_B }\right)^{2026} \times \left(\frac{Z_C}{ Z_C }\right)^{1447} = e^{(675\pi + \frac{\pi}{3})i} \times e^{-(482\pi + \frac{\pi}{3})i} = e^{-\frac{2\pi}{3}i} \times e^{-\frac{\pi}{3}i} = -1$	ج -																
1	0.5	$L = \frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} = \frac{3 + \sqrt{3}i}{3 - \sqrt{3}i} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{\frac{\pi}{3}i}$ الشكل الأسي :	3 - أ																
	0.25	طبيعة المثلث : متقايس الأضلاع لأن : $AB = AC$ و $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$																	
	0.25	$\cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) = 0$ تخيلي صرف يعني أن : $(L)^n = e^{\frac{n\pi}{3}i} = \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right)$ يكافئ : $\frac{n\pi}{3} = (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ ومنه : $n = \frac{3(2k + 1)}{2} \notin \mathbb{N}$ إذاً لا توجد قيمة لـ n	ب -																
0.5	0.5	$ i Z - (2 - 2\sqrt{3}i) = Z - (-4) $ تكافئ : $ iZ - 2i - 2\sqrt{3} = Z + 4 $ تكافئ : $ Z - Z_C = Z - Z_A $ أي : $CM = AM$ إذاً (Γ) هي محور القطعة $[AC]$	4																
0.25	0.25	$u_n = e^{-3} \cdot (4)^n$ وبالتالي $u_n = e^{-3+n \ln(z_B)}$ $u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n = e^{-3-3-\dots-3} \times (2^2)^{0+1+2+\dots+n} = e^{-3(n+1)} \times (2^2)^{\frac{n(n+1)}{2}}$ $= \frac{(2)^{n(n+1)}}{e^{3(n+1)}} = \left(\frac{2^n}{e^3}\right)^{n+1}$	5																
التمرين الثالث (05 نقاط)																			
1.75	0.25	المعادلة (E) تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$ لأن 5 و 28 أوليان فيما بينهما.	1-أ -																
	0.25 0.75+	$28x_0 - 5(2x_0) = 54$ نجد : $x_0 = 3$ بالتعويض نجد $y_0 = 6$ إذاً : $(x_0; y_0) = (3; 6)$ حلول المعادلة : $(x; y) = (5k + 3; 28k + 6), k \in \mathbb{Z}$	ب -																
	0.5	$ y - 4x - 20 \leq 6$ بالتعويض : $2.5 \leq k \leq 4$ إذاً : $k \in \{3; 4\}$ ومنه : $(x; y) \in \{(18; 90); (23; 118)\}$	ج -																
2.5	0.75	<table><tr><td>$n =$</td><td>$6k$</td><td>$6k + 1$</td><td>$6k + 2$</td><td>$6k + 3$</td><td>$6k + 4$</td><td>$6k + 5$</td><td></td></tr><tr><td>$5^n \equiv [7]$</td><td>1</td><td>5</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td><td>7</td></tr></table>	$n =$	$6k$	$6k + 1$	$6k + 2$	$6k + 3$	$6k + 4$	$6k + 5$		$5^n \equiv [7]$	1	5	4	6	2	3	7	2 - أ
	$n =$	$6k$	$6k + 1$	$6k + 2$	$6k + 3$	$6k + 4$	$6k + 5$												
	$5^n \equiv [7]$	1	5	4	6	2	3	7											
	0.5	البرهان بالتراجع: من أجل $n = 1$: $4^1 \equiv 4[6]$ محققة بفرض : $4^n \equiv 4[6]$ تكافئ : $4^n \times 4 \equiv 4[6] \times 4$ ومنه : $4^{n+1} \equiv 4[6]$	ب -																
0.5	$2026^{2026} \equiv 4[6]$ ومنه : $2026 \equiv 4[6]$ و $1447 \equiv 5[7]$ أي : $2026^{2026} = 6k + 4$ وبالتالي : $1447^{2026^{2026}} \equiv 2[7]$ ومنه الباقي هو 2	ج -																	
	0.75	لدينا : $7y - 8x + 33 = 6(26k + 8) + 3 = 6k' + 3$ ومنه : $33^{7y-8x+33} \equiv 6[7]$ وبالتالي : $33^{7y-8x+33} \equiv 1[7]$ إذاً : $(33^{7y-8x+33})^{2n} \times (2n - 3) + 1447 \times 2026 \equiv 0[7]$ تكافئ : $n = 7k + 1, k \in \mathbb{N}$ ومنه : $1 \times (2n - 3) + 1 \equiv 0[7]$	د																
0.75	0.5	$N = 1(5)^5 + 0(5)^4 + 2(5)^3 + \alpha(5)^2 + 4(5)^1 + \alpha(5)^0 = 26\alpha + 3395$ تكافئ : $N + 6 \equiv 0[7]$ أي : $\alpha \equiv 3[7]$ أي : $\alpha = 7k + 3$ وبالتالي : $\alpha = 3$	3-أ -																
	0.25	$N - 1447 = 2026$ أي : $N = 26(3) + 3395 = 3473$	ب -																

التمرين الرابع (07 نقاط)

0.5	0.25×2	$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$	I-1															
0.75	$0.25 + 0.25 + 0.25 +$	$g'(x) = \frac{-2(x-1)(x+1)}{x^3}$ ، ومنه: g متزايدة تماماً على المجال $]0, 1[$ ومتناقصة تماماً على المجال $]1, +\infty[$ جدول التغيرات: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0 -</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td></td><td>$-\infty$</td><td>0 $-\infty$</td></tr></table>	x	0	1	$+\infty$	$g'(x)$		+	0 -	$g(x)$		$-\infty$	0 $-\infty$	2			
x	0	1	$+\infty$															
$g'(x)$		+	0 -															
$g(x)$		$-\infty$	0 $-\infty$															
0.25	0.25	بما أن 0 قيمة حدية عظمى للدالة g فإنه من أجل كل x من المجال $]0, +\infty[$: $g(x) \leq 0$	3															
1	0.25×2	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ التفسير : $x = 0$ معادلة للمستقيم المقارب العمودي لـ (C_f)	II-أ															
	0.25×2	بوضع : $y = \ln x$ نجد : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y^2}{e^y} = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	ب-															
	0.5	$f'(x) = \frac{(\ln x)^2 - g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$ إثبات أن :	2-أ-															
	$0.25 + 0.25 + 0.25$	$f'(1) = 0$ ، f متزايدة تماماً على المجال $]0, +\infty[$ لأن : $f'(x) \geq 0$ جدول التغيرات : <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0 +</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$		+	0 +	$f(x)$		$-\infty$	$+\infty$	ب-			
x	0	1	$+\infty$															
$f'(x)$		+	0 +															
$f(x)$		$-\infty$	$+\infty$															
1.75	$0.25 + 0.25 +$	جـ) بما أن f' تنعدم ولا تغير إشارتها عند 1 فإن $\Omega(1; 1)$ نقطة انعطاف. معادلة المماس $(T) : y = 1$	جـ-															
	0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$ إذا $y = x - 1$: (Δ) مقارب مائل لـ C_f بجوار $+\infty$	3-أ-															
0.75	0.5	الوضعية : <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{1}{e}$</td><td>e</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x) - (x - 1)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>الوضعية</td><td></td><td>(C_f) تحت (Δ)</td><td>(C_f) يقطع (Δ)</td><td>(C_f) فوق (Δ)</td></tr></table>	x	0	$\frac{1}{e}$	e	$+\infty$	$f(x) - (x - 1)$		-	0	+	الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	ب
x	0	$\frac{1}{e}$	e	$+\infty$														
$f(x) - (x - 1)$		-	0	+														
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)														

1	0.25	f مستمرة ومتزايدة تماماً و: $f(0,42) \approx 0,009 > 0$ و $f(0,41) \approx -0,09 < 0$ إذا حسب مبرهنة القيم المتوسطة المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث: $0.41 \leq \alpha \leq 0.42$	أ-4
	0.75	الرسم	ب
0.25	0.25	$f(x) = e^m - 1$ تكافئ: $x^2 - (\ln x)^2 = e^m x - 1$ تكافئ: $f\left(\frac{1}{e}\right) \leq e^m - 1 \leq f(e)$ ومنه: $-1 \leq m \leq 1$	5
0.75	0.25	$S_n = \int_e^{e^n} [(x-1) - f(x)]dx = - \left[\ln x - \frac{(\ln x)^3}{3} \right]_e^{e^n} = \frac{n^3 - 3n + 2}{3}$	أ-6
	0.25 0.25	نضع: $h(x) = \frac{x^3 - 3x + 2}{3}$ حيث h هي الدالة المرفقة بعبارة الحد العام للمتتالية (S_n) على المجال $[1; +\infty[$. لدينا: $h'(x) = x^2 - 1 \geq 0$ على المجال $[1; +\infty[$. بما أن الدالة h متزايدة تماماً على المجال $[1; +\infty[$ فإن المتتالية (S_n) متزايدة تماماً. لدينا: $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = +\infty$ إذن (S_n) ليست متقاربة.	ب-
		