

فرض الفصل الثالث

(I) $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث:

• تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، A ، B و C نقط من المستوي المركب لواحقتها

على الترتيب: $z_A = 6$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 3 - i\sqrt{3}$

① اكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي

② نعتبر العدد المركب L الذي يحقق: $z_A - z_B = L(z_A - z_C)$ ، اكتب L على الشكل الجبري، ثم الأسّي

③ استنتج طبيعة المثلث ABC

(III) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C ، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

① جد الكتابة المركبة للتشابه S

② عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S

③ بين أن النقط A ، B و A' في استقامية

فرض الفصل الثالث

(I) $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث:

• تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، A ، B و C نقط من المستوي المركب لواحقتها

على الترتيب: $z_A = 6$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 3 - i\sqrt{3}$

① اكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي

② نعتبر العدد المركب L الذي يحقق: $z_A - z_B = L(z_A - z_C)$ ، اكتب L على الشكل الجبري، ثم الأسّي

③ استنتج طبيعة المثلث ABC

(III) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C ، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

① جد الكتابة المركبة للتشابه S

② عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S

③ بين أن النقط A ، B و A' في استقامية

فرض الفصل الثالث

(I) $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث:

• تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، A ، B و C نقط من المستوي المركب لواحقتها

على الترتيب: $z_A = 6$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 3 - i\sqrt{3}$

① اكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي

② نعتبر العدد المركب L الذي يحقق: $z_A - z_B = L(z_A - z_C)$ ، اكتب L على الشكل الجبري، ثم الأسّي

③ استنتج طبيعة المثلث ABC

(III) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C ، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

① جد الكتابة المركبة للتشابه S

② عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S

③ بين أن النقط A ، B و A' في استقامية

تصحيح مقترح لفرض الفصل الثالث

الأستاذ: قويسم الخليل
الشعبة: علوم تجريبية

(I)

• التحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$:

$$P(6) = 6^3 - 12(6)^2 + 48(6) - 72 = 0$$

ومنه 6 جذر لـ $P(z)$

• حل المعادلة $P(z) = 0$

لدينا: 6 جذر لـ $P(z)$ ، ومنه:

$$P(z) = (z - 6)(az^2 + bz + c)$$

حيث: a, b, c أعداد حقيقية

	1	-12	48	-72
6	0	6	-36	72
	1	-6	12	0

$$P(z) = (z - 6)(z^2 - 6z + 12)$$

إذن:

$$P(z) = 0 \Rightarrow \begin{cases} z - 6 = 0 \\ \text{أو} \\ z^2 - 6z + 12 = 0 \end{cases}$$

لدينا: $z = 6$ أي $(z - 6 = 0)$

ولدينا: $(z^2 - 6z + 12 = 0)$ ، باستعمال Δ :

$$\Delta = -12 = (2\sqrt{3}i)^2$$

$$\begin{cases} z = \frac{6 + 2\sqrt{3}i}{2} = 3 + \sqrt{3}i \\ \text{أو} \\ z = 3 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

إذن مجموعة حلول المعادلة $P(z) = 0$ هي:

$$S = \{6; (3 + \sqrt{3}i); (3 - \sqrt{3}i)\}$$

(II)

① كتابة كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي:

$$z_A = 6e^{i2\pi}$$

• نضع θ_B طولية لـ z_B لدينا:

$$\begin{cases} |z_B| = 2\sqrt{3} \\ \cos \theta_B = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta_B = \frac{\pi}{6} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \\ \sin \theta_B = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$z_B = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$$

إذن:

$$z_C = \overline{z_B} = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

ومنه:

② كتابة L على الشكل الجبري، ثم الشكل الأسّي:

$$z_A - z_B = L(z_A - z_C) \Rightarrow L = \frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$$

ومنه:

$$L = \frac{6 - 3 - i\sqrt{3}}{6 - 3 + i\sqrt{3}} = \frac{3 - i\sqrt{3}}{3 + i\sqrt{3}} \times \frac{3 - i\sqrt{3}}{3 - i\sqrt{3}} = \frac{9 - 3 - 6\sqrt{3}i}{12} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

لدينا:

$$|L| = \left| \frac{z_A - z_B}{z_A - z_C} \right| = \left| \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right| = 1$$

بفرض θ_L عمدة لـ L لدينا:

$$\begin{cases} |L| = 1 \\ \cos \theta_L = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \\ \sin \theta_L = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$L = e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

إذن:

③ استنتاج طبيعة المثلث ABC :

لدينا:

$$L = e^{-i\frac{\pi}{3}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{BA}{CA} = 1 \\ (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{CA}) = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ومنه المثلث ABC متقايس الأضلاع

(III)

① إيجاد الكتابة المركبة للتشابه S :

$$\begin{aligned} z' - z_C &= \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_C) \\ \Rightarrow z' - z_C &= \sqrt{3}i(z - z_C) \\ \Rightarrow z' &= \sqrt{3}iz - \sqrt{3}iz_C + z_C \\ \Rightarrow z' &= \sqrt{3}iz - 3\sqrt{3}i - 3 + 3 - \sqrt{3}i \\ \Rightarrow z' &= \sqrt{3}iz - 4\sqrt{3}i \end{aligned}$$

② تعيين $z_{A'}$ لاحقة A' صورة A بالتشابه S :

$$z_{A'} = \sqrt{3}iz_A - 4\sqrt{3}i \Rightarrow z_{A'} = \sqrt{3}i \times 6 - 4\sqrt{3}i \Rightarrow z_{A'} = 2\sqrt{3}i$$

③ تبين أن النقط A, B و A' في استقامية:

$$\frac{z_A - z_{A'}}{z_A - z_B} = \frac{6 - 2\sqrt{3}i}{6 - 3 - \sqrt{3}i} = \frac{6 - 2\sqrt{3}i}{3 - \sqrt{3}i} = \frac{2(3 - \sqrt{3}i)}{3 - \sqrt{3}i} = 2 \in \mathbb{R}$$

$$\overrightarrow{A'A} = 2\overrightarrow{BA}$$

ومنه:

إذن النقط A, B و A' في استقامية.

أستاذكم قويسم الخليل يتمنى النجاح لكم في شهادة البكالوريا