CH15R29BAC2015

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2015

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

1) إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإنّ:

أ) $a \equiv 2[5]$ — ب) $a \equiv 6[5]$ — ج) $a \equiv 99[5]$

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:

أ) -1 — ب) 6 — ج) 1

3) من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:

أ) 3 — ب) 5 — ج) 2

4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:

أ) عدد زوجي — ب) مضاعف للعدد 3 — ج) مضاعف للعدد 4

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $u_0 = 2$ و $q = 3$.

1) احسب u_1 و u_2.

2) اكتب u_n بدلالة n ؛ ثمّ استنتج u_5.

3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{n-1}$.

ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + ... + 486$.

5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4.

ب) استنتج أنّه لكل k من $\mathbb{N}$؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$.

6) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{-x+3}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

2) احسب $f'(x)$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f.

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) a و b عددان حقيقيان ، (Δ) مستقيم معادلته $y=ax+b$.

عيّن العددين a و b علماً أنّ المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) أ) تحقّق أنّه لكل x من $\mathbb{R}-\{2\}$: $f(x)=-1+\dfrac{1}{x-2}$.

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

6) أنشئ (Δ) و (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأوّل u_1 وأساسها r حيث: $u_2=\frac{1}{2}$ و $u_1-u_3=5$

1) أ) بيّن أنّ: $u_1+u_3=1$.

ب) عيّن الحدّ الأوّل u_1 ؛ ثمّ استنتج أنّ $r=-\frac{5}{2}$.

2) اكتب u_n بدلالة n.

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n=-\frac{657}{2}$.

4) n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n=u_1+2u_2+3u_3+...+nu_n$.

أ) تحقّق أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n)=-5n^2-n+18$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $T_n=\frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان يحقّقان: $a\equiv 13[7]$ و $b\equiv -6[7]$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b.

2) بيّن أنّ العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7.

3) أ) تحقّق أنّ: $a\equiv 2015[7]$ و $b\equiv 1436[7]$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2015^3+1436^3.

ج) استنتج أنّ: $2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3-3x+2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ؛ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييها.

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) احسب $f(-2)$ و $f(2)$ ؛ ثمّ أنشئ (T) و (C_f).

6) أ) أنشئ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+2$.

ب) حل ، في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x)\geq x+2$.

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: **2015**

اختبار في مادة: الرياضيات الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية المدة: **02** سا و **30** د

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (05 نقاط)		05 نقاط
1. ج) $a\equiv 99[5]$ لأنّ $99\equiv -1[5]$ أو $99+1\equiv 0[5]$	1,25	
2. ب) 6 لأن $6-99$ مضاعف لـ 7 أو $-99\equiv 6[7]$	1,25	
3. أ) 3 لأن $10\equiv 1[3]$ ومنه لكل $n\in\mathbb{N}$، $10^n-1\equiv 0[3]$	1,25	
4. ب) مضاعف للعدد 3 لأن لكل $n\in\mathbb{N}$، $n+(n+1)+(n+2)=3(n+1)$	1,25	
التمرين الثاني: (07 نقاط)		07 نقاط
1. $u_1=2\times3=6$ و $u_2=6\times3=18$.	01	
2. $u_n=2\times3^n$ ؛ $u_5=2\times3^5=486$	01	
3. $u_{n+1}-u_n=4\times3^n>0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما	01	
4. أ - $S_n=3^n-1$	01	
ب - $2+6+18+...+486=u_0+u_1+...+u_5=728$	01	
5. أ - العدد: 3، 3^2، 3^3، 3^4 — الباقي: 3، 4، 2، 1	01	
ب - $3^4\equiv 1[5]$ ومنه لكل k من $\mathbb{N}$ ؛ $3^{4k}\equiv 1[5]$.	0,5	
6. $3^n-1\equiv 0[5]$ تكافئ $3^n\equiv 1[5]$ إذاً $n=4k$ مع $k\in\mathbb{N}$	0,5	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		08 نقاط
1. أ - $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-1$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}f(x)=+\infty$	01	
ب - $x=2$ و $y=-1$	01	
2. $f'(x)=\dfrac{-1}{(x-2)^2}$ ؛ $f'(x)<0$	1,25	
f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$	0,5	
3. جدول تغيرات الدالة f.	0,5	
4. $a=f'(0)=-\dfrac{1}{4}$ ؛ $b=f(0)=-\dfrac{3}{2}$	01	
5. أ - $-1+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{-x+2+1}{x-2}=f(x)$	0,5	
ب - $x\in\mathbb{Z}$ و $x-2$ من قواسم 1 أي $x\in\{1;3\}$ ومنه $A(1;-2)$ و $B(3;0)$	01	
6. إنشاء (Δ) و (C_f).	1,25	

(الموضوع الثاني) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (06 نقاط)		06 نقاط
.1 أ - $u_1+u_3=2u_2=1$	0,5	
ب - $(u_1-u_2)+(u_1+u_2)=2u_1$ ومنه $u_1=3$. $r=u_2-u_1=\frac{1}{2}-3=-\frac{5}{2}$	01	
.2 $u_n=u_1-\frac{5}{2}(n-1)=-\frac{5}{2}n+\frac{11}{2}$	01	
.3 أ - $S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)=\frac{n(17-5n)}{4}$	01	
ب - $S_n=-\frac{657}{2}$ معناه $5n^2-17n-1314=0$ ومنه $n=18$	01	
.4 أ - لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n)=-5n^2-n+18$.	0,5	
ب - الاستدلال بالتراجع	01	
التمرين الثاني: (06 نقاط)		06 نقاط
.1 $a\equiv6[7]$ و $b\equiv1[7]$.	01	
.2 $a\equiv-1[7]$ ومنه $a^3+1\equiv0[7]$ و $b\equiv1[7]$ ومنه $b^3-1\equiv0[7]$	1,5	
.3 أ - $2015\equiv6[7]$ و $a\equiv6[7]$ ؛ $1436\equiv1[7]$ و $b\equiv1[7]$.	1,5	
ب - $2015^3+1436^3\equiv1-1[7]$ أي $2015^3+1436^3\equiv0[7]$	01	
جـ - $2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv0-1+1[7]$	01	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		08 نقاط
.1 $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	01	
.2 $f'(x)=3x^2-3$ إشارته	1,25	
f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1;1]$	0,5	
جدول التغيرات	0,5	
.3 $f''(x)=6x$ تنعدم عند 0 مغيرة إشارتها ومنه $(0;2)$ إحداثيات نقطة الانعطاف	0,75	
.4 $(T): y=-3x+2$	0,75	
.5 $f(-2)=0$ و $f(2)=4$	0,5	
إنشاء (T) و (C_f).	1,25	
.6 أ - إنشاء (Δ)	0,5	
ب - $f(x)\geq x+2$ تكافئ $x\in[-2;0]\cup[2;+\infty[$	01	

84