الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2017

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر الأعداد الطبيعية b, a و c حيث $a = 2016$ ، $b = 1437$ و $c = 1954$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 5.

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد : $a+b+c$ ، $a\times b\times c$ و b^4 على 5.

3) أ) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{4n} \equiv 1[5]$.

ب) استنتج أنّ العدد $b^{2016} - 1$ يقبل القسمة على 5.

4) أ) تحقّق أنّ: $c \equiv -1[5]$.

ب) بيّن أنّ: $c^{1438} + c^{2017} \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n)متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، معرّفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_1 = 20$ و $u_3 = 320$.

1) بيّن أنّ أساس المتتالية (u_n) هو 4 وحدها الأول هو 5.

2) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم استنتج قيمة حدها السابع.

3) أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث $S = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$.

ب) استنتج قيمة المجموع S' حيث $S' = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_6$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{4x-3}{2x-2}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 ، $f(x)=2+\dfrac{1}{2x-2}$

2) أ) احسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$.

ب) استنتج معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f).

3) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1، $f'(x)=\dfrac{-2}{(2x-2)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

5) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

6) ارسم (Δ) و (C_f) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل $u_0=-5$ و $u_3+u_7=50$.

1) عيّن الأساس r للمتتالية (u_n).

2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=6n-5$.

3) اثبت أنّ العدد 2017 حد من حدود المتتالية (u_n)، ماهي رتبته ؟

4) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث $S=u_0+u_1+\cdots\cdots+u_n$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a ، b و c ثلاثة أعداد طبيعية حيث $a\equiv-5[7]$ ، $b=1966$ و $c=2017$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الاعداد a ، b و c على 7.

2) تحقّق أنّ: $b\equiv-1[7]$.

3) اثبت أنّ العدد: $b^{2017}+3\times c^{1438}-2$ يقبل القسمة على 7.

4) تحقّق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k، $2^{3k}\equiv1[7]$ ثم استنتج أن : $2^{3k+1}\equiv2[7]$ و $2^{3k+2}\equiv4[7]$.

5) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون 2^n+3 قابلا للقسمة على 7.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايتين التاليتين: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بيّن أنّ: من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=(x-2)(x+2)$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$ ، استنتج احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات.

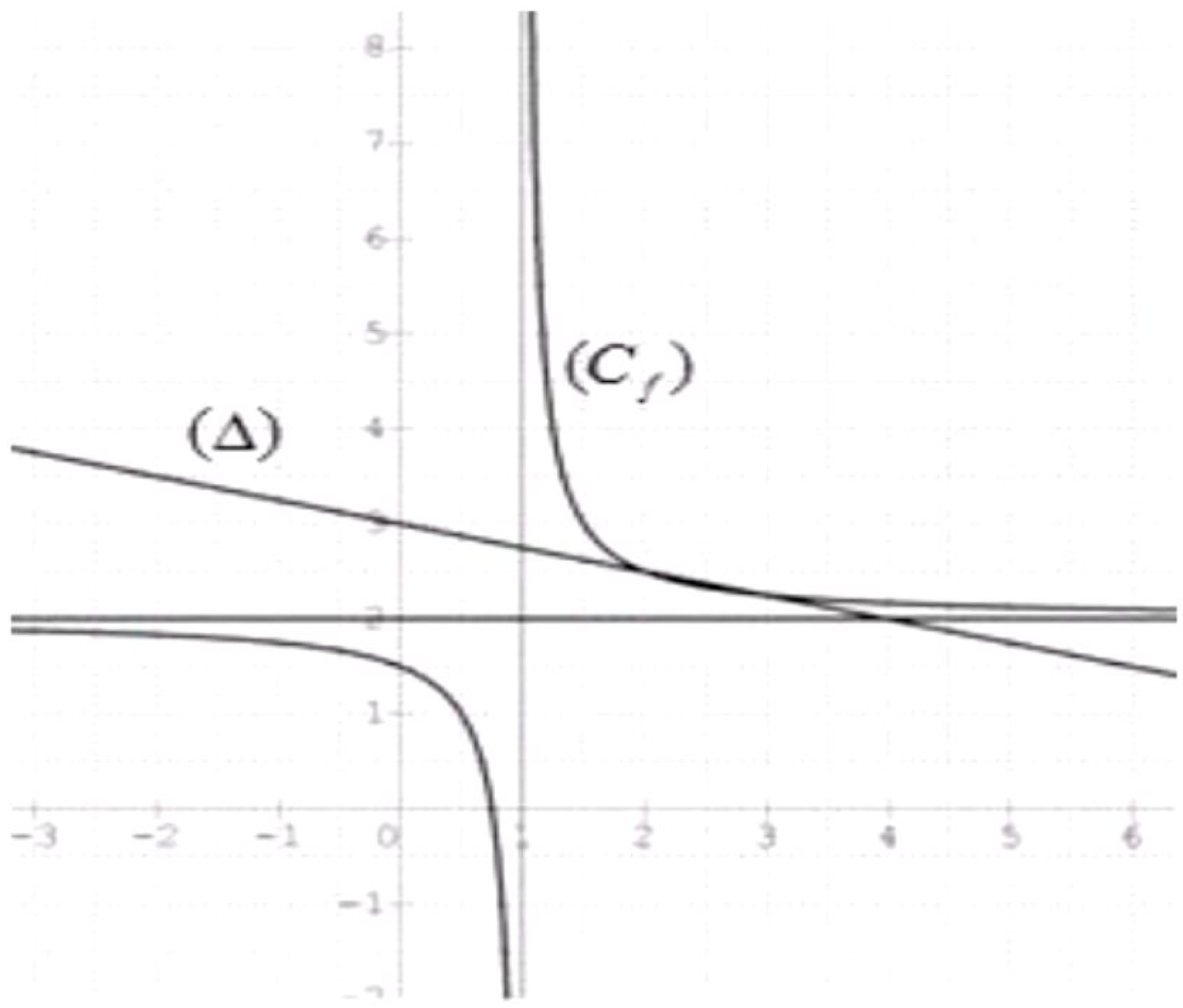
5) بيّن أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.

6) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

7) ارسم (T) و المنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني

الموضـــــــــــــــــــــــوع الأول		
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1) $a\equiv 1[5]$ ، $b\equiv 2[5]$ و $c\equiv 4[5]$	**3×0.5**	**1.50**
2) $a+b+c\equiv 2[5]$ ، $a\times b\times c\equiv 3[5]$ و $b^4\equiv 1[5]$	**3×0.5**	**1.50**
3) أ) التحقق أنّ $b^{4n}\equiv 1[5]$. **ب)** الاستنتاج: لدينا $b^{2016}-1\equiv(b^{4\times 504}-1)[5]$ معناه $b^{2016}-1\equiv 0[5]$	**0.75** **0.75**	**1.50**
4) أ) التحقق أن : $c\equiv -1[5]$. **ب)** بيان أن : $c^{1438}+c^{2017}\equiv 0[5]$.	**0.50** **01**	**1.50**
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1) $\begin{cases} u_0q=20 \\ u_0q^3=320 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} u_0=5 \\ q=4 \end{cases}$	**01** **01**	**02**
2) عبارة الحد العام: $u_n=5\times 4^n$ $u_6=20480$	**01** **01**	**02**
3) أ) المجموع $S=\frac{5}{3}\left[4^{n+1}-1\right]$. **ب)** $S'=27305$	**01** **01**	**02**
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
1) التحقّق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 ، $f(x)=2+\frac{1}{2x-2}$	**0.50**	**0.50**
2) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=+\infty$. **ب)** $x=1$ ، $y=2$ معادلتي المقاربين	**4×0.5** 2×0.25	**2.50**
3) أ) بيان أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1، $f'(x)=\frac{-2}{(2x-2)^2}$ **ب)** استنتاج اتجاه تغير الدالة f **بما أن** $f'(x)<0$ فان f متناقصة تماما جدول التغيرات.	**0.50** **0.50** **0.75**	**1.75**

01	2×0.5	4) $(C_f)\bigcap(xx')=\left\{A(\frac{3}{4};0)\right\}$ ، $(C_f)\bigcap(yy')=\left\{B(0;\frac{3}{2})\right\}$,
0.75	0.75	5) معادلة المماس $(\Delta): y=-\frac{1}{4}x+3$
1.50	0.50 01	6) رسم (Δ) و (C_f). 

الموضـــــــــــــــــــوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

01	01	1) الأساس r للمتتالية (u_n): $r=6$
1.50	1.50	2) بيان أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=6n-5$.
1.50	1.50	3) $2017=u_{337}$ ، رتبته هي 338
02	02	4) المجموع $S=(n+1)(3n-5)$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1.50	3×0.5	1) $a\equiv 2[7]$ ، $b\equiv 6[7]$ و $c\equiv 1[7]$
0.50	0.50	2) التحقّق أنّ: $b\equiv -1[7]$.
01	01	3) اثبات أنّ $b^{2017}+3\times c^{1438}-2\equiv 0[7]$
02	01 2×0.5	4) التحقق أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k، $2^{3k}\equiv 1[7]$ استنتاج أن : $2^{3k+1}\equiv 2[7]$ و $2^{3k+2}\equiv 4[7]$.
01	01	5) $2^n+3\equiv 0[7]$ معناه $n=3k+2 \quad / k\in\mathbb{R}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

01	2×0.5	1) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.
1.50	01 0.50	2) أ) بيان أنّ: من اجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=(x-2)(x+2)$ ب) استنتاج اتجاه تغيّر الدالة f .

0.75	**0.75**	**3)** جدول تغيرات الدالة f .
1.50	**0.75** **0.75**	**4)** $S=\left\{0;2\sqrt{3};-2\sqrt{3}\right\}$ ، $(C_f)\bigcap(xx')=\left\{A(2\sqrt{3};0)\ ,\ O(0;0)\ ,\ B(-2\sqrt{3};0)\right\}$
1	**1**	**5)** بيان أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.
0.75	**0.75**	**6)** معادلة المماس $(T):y=-4x$
1.50	**0.5** **01**	**7)** رسم (T) والمنحنى (C_f)