



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

دورة: 2020

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

- لتكن الأعداد الطبيعية  $a$  ،  $b$  و  $c$  حيث :  $a = 2020$  ،  $b = 2970$  و  $c = 1441$  .
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد  $a$  ،  $b$  و  $c$  على 9 .
  - (2) تحقّق أنّ العددين  $b$  و  $(a+5)$  متوافقان بترديد 9 .
  - (3) تحقّق أنّ :  $2a \equiv -1 [9]$  ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(2a)^{31}$  على 9 .
  - (4) بيّن أنّ العدد  $(3a - 2b - 12c^2)$  يقبل القسمة على 9 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- لتكن  $(u_n)$  متتالية حسابية حدّها الأوّل  $u_0$  و أساسها  $r$  حيث :  $u_2 - u_0 = 4$  و  $u_1 + u_3 = 16$  .
- (1) احسب الحدّ  $u_2$  ، ثمّ الحدّ  $u_0$  و استنتج الأساس  $r$  للمتتالية  $(u_n)$  .
  - (2) أ . بيّن أنّ الحدّ العام للمتتالية  $(u_n)$  معرّف بـ :  $u_n = 4 + 2n$  .  
ب . حدّد مع التبرير اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$  .
  - (3) بيّن أنّ العدد 2020 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$  ، محددا رتبته .
  - (4) احسب المجموع  $S$  المعرّف بـ :  $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{1008}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- الدالة العددية  $f$  معرّفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$  ،  
و  $(C_f)$  التمثيل البياني لـ  $f$  في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كلّ من  $-\infty$  و  $+\infty$  .
  - (2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$  ، ثمّ ادرس إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  .  
ب . استنتج اتجاه تغيّر  $f$  ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
  - (3) اكتب معادلة لـ  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  التي فاصلتها 2 .
  - (4) أ . تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = (x-1)^2(x-4)$  .  
ب . حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ثمّ استنتج نقط تقاطع  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل .
  - (5) احسب  $f(0)$  ثمّ ارسم كلا من  $(T)$  و  $(C_f)$  .

انتهى الموضوع الأول

**الموضوع الثاني**

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

- لتكن  $(u_n)$  متتالية هندسية حدّها الأول  $u_1$  ، حدودها موجبة تماما حيث :  $u_3 \times u_5 = 2916$
- (1) احسب الحد  $u_4$  .
  - (2) علما أنّ  $u_3 = 18$  ، تحقق أنّ أساس المتتالية  $(u_n)$  هو 3 .
  - (3) احسب الحدّ الأول  $u_1$  ، ثمّ اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$  .
  - (4) عيّن رتبة الحدّ الذي قيمته 1458 . ( لاحظ أنّ :  $3^6 = 729$  )
  - (5) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

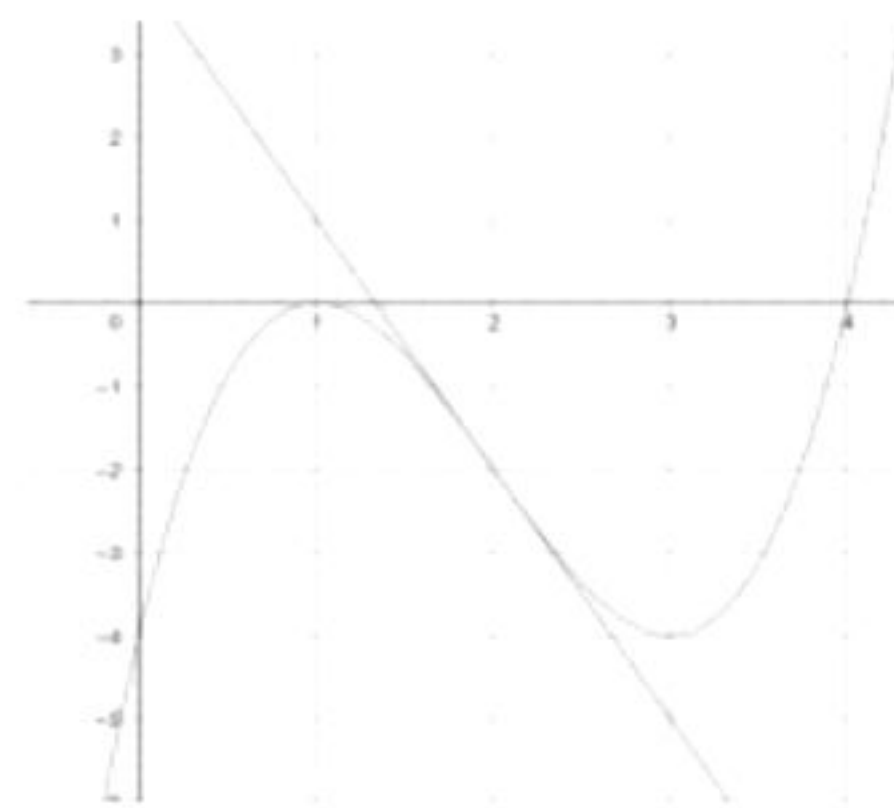
**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

- $a$  و  $b$  عدنان صحيحان حيث :  $a \equiv 2[7]$  ،  $b = 2020$  .
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد  $b$  على 7 .
  - (2) بيّن أنّ :  $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$  ثمّ استنتج أنّ العدد  $8 - (a^2 + b^2)^{1962}$  يقبل القسمة على 7 .
  - (3) أ . عيّن بواقي القسمة الإقليدية لكلّ من الأعداد 4 ،  $4^2$  و  $4^3$  على 7 .  
ب . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  :  $4^{3n} \equiv 1[7]$  ثمّ استنتج أنّ :  $4^{3n+1} \equiv 4[7]$  .  
ج . بيّن أنّ :  $b^{21} \equiv 1[7]$
  - (4) عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  بحيث يكون :  $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$  .

**التمرين الثالث: (08 نقاط)**

- نعتبر  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x$  ،
- و  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل من  $-\infty$  و  $+\infty$  .
  - (2) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = (x+3)(x+1)$  ، ثمّ ادرس إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$  .  
ب . استنتج اتجاه تغيّر  $f$  ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .
  - (3) بيّن أنّ النقطة  $A\left(-2; \frac{-2}{3}\right)$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$  .
  - (4) اكتب معادلة  $\perp (D)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  .
  - (5) احسب  $f(0)$  ثمّ ارسم كلا من  $(D)$  و  $(C_f)$  .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
<b>التمرين 01: (06 نقاط)</b>		
2.25	3x 0.75	(1) $a \equiv 4[9]$ ، $b \equiv 0[9]$ و $c \equiv 1[9]$
1	1	(2) التحقق أن العددين $b$ و $(a+5)$ متوافقان بترديد 9.
1.5	0.5 0.5X2	(3) التحقق أن : $2a \equiv -1[9]$ . استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $(2a)^{31}$ : $(2a)^{31} \equiv 8[9]$
1.25	5x0.25	(4) تبيان أن العدد $(3a - 2b - 12c^2)$ يقبل القسمة على 9
<b>التمرين 02: (06 نقاط)</b>		
1.75	0.75+2x0.5	(1) $r = 2$ ، $u_0 = 4$ ، $u_2 = 8$
1.25	0.5	(2) أ) تبيان أن : $u_n = 4 + 2n$
	0.75	ب) لدينا $r > 0$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما
1.5	0.75 0.75	(3) $u_n = 2020$ يكافئ $n = 1008$ الرتبة هي 1009
1.5	1.25	(4) نجد : $s = 1021108$
<b>التمرين 03: (08 نقاط)</b>		
1	0.5+0.5	(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
3	2x0.5 1	(2) أ) $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$ دراسة إشارة $f'(x)$
	0.5+0.5	ب) اتجاه التغير وجدول التغيرات
1	1	(3) معادلة المماس : $y = -3x + 4$
1.5	0.5	(4) أ) التحقق أن : $f(x) = (x-1)^2(x-4)$
	0.5+0.5	ب) حل المعادلة $f(x) = 0$ واستنتاج نقط التقاطع
1.5	0.25	(5) حساب $f(0)$
	0.75+0.5	ورسم $(T)$ و $(C_f)$ .



العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
<b>التمرين 01: (06 نقاط)</b>		
1	1	(1) $u_4 = 54$
1.25	1.25	(2) التحقق أن أساس المتتالية $(u_n)$ هو 3 .
1.25	0.75+0.5	(3) $u_n = 2(3)^{n-1}$ ، $u_1 = 2$
1.25	0.5+0.75	(4) لدينا $u_n = 1458$ يكافئ $n = 7$ و رتبته 7
1.25	1.25	(5) $S_n = 3^n - 1$
<b>التمرين 02: (06 نقاط)</b>		
1	1	(1) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد $b$ على 7 .
1	0.5 0.5	(2) تبيان أن : $a^2 + b^2 \equiv -1[7]$ . استنتاج أن : $(a^2 + b^2)^{1962} - 8$ يقبل القسمة على 7 .
3	0.75	(3) أ) تعيين بواقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 4 ، $4^2$ و $4^3$ على 7
	0.75 0.5	ب) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $4^{3n} \equiv 1[7]$ . استنتاج أن : $4^{3n+1} \equiv 4[7]$ .
	1	ج) بيان أن : $b^{21} \equiv 1[7]$
1	1	(4) تعيين الأعداد الطبيعية $n$ بحيث يكون : $4^n + a + b^{21} \equiv 0[7]$ .
<b>التمرين 03: (08 نقاط)</b>		
1	0.5+0.5	(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
3	0.5x2	(2) أ) $f'(x) = (x+3)(x+1)$ وإشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ .
	1	ب) $f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -3]$ و $[-1; +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $[-3; -1]$
	1	جدول التغيرات
1.5	0.5x3	(3) $A$ هي نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$ : حساب $f''(x)$ ، حل المعادلة $f''(x) = 0$ و هو $(x = -2)$ ، إشارة $f''(x)$ .
1	1	(4) $(D) : y = -x - \frac{8}{3}$
1.5	0.25 0.25 1	(5) $f(0) = 0$ ورسم كلا من $(D)$ و $(C_f)$ .