



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

دورة: 2021

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

ليكن  $a$  و  $b$  عددين طبيعيين حيث:  $a = 2926$  و  $b = 1715$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين  $a$  و  $b$  على العدد 13

(2) أ. بيّن أنّ:  $b + 1 \equiv 0[13]$  ثمّ استنتج أنّ:  $b \equiv -1[13]$

ب. بيّن أنّ العدد  $a^{1442} + b^{2021}$  يقبل القسمة على 13

(3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ :  $A_n = 27^n + 1$

أ. تحقّق أنّ:  $27 \equiv 1[13]$  ثمّ استنتج أنّ:  $A_n \equiv 2[13]$

ب. عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يكون:  $A_n + n + 11 \equiv 0[13]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتالية العددية  $(u_n)$  هندسية حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل  $u_0$  وأساسها  $q$

حيث:  $u_0 = 3$  و  $u_1 \times u_3 = 144$

(1) احسب  $u_2$  ثمّ بيّن أنّ:  $q = 2$

(2) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 3 \times 2^n$

(3) بيّن أنّ المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما.

(4) عيّن قيمة الحدّ الخامس للمتتالية  $(u_n)$

(5) من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  نضع:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ. بيّن أنّ:  $S_n = 3(2^{n+1} - 1)$

ب. عيّن العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون:  $S_n = 381$  ( لاحظ أنّ:  $2^7 = 128$  )

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j})$

1 احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2 أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = 3x(x+2)$  ،

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $f'(x)$

ج. استنتج أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على كل من  $]-\infty; -2]$  و  $[0; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[-2; 0]$

3 شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$

4 أ. تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f(x) = (x-1)(x+2)^2$  ،

ب. استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

5 بين أن:  $y = -3x - 5$  معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة  $I(-1; -2)$

6 أ. احسب  $f(-3)$  ،  $f(-2)$  ،  $f(0)$  و  $f(1)$

ب. ارسم المماس (T) ثمّ المنحنى (C)

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية  $a$  ،  $b$  و  $c$  حيث:  $a=2021$  ،  $b=1442$  و  $c=1954$

- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعددين  $a$  و  $c$  على 3
- (2) بيّن أنّ العددين  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 3
- (3) أ . بيّن أنّ العدد  $a+b-c$  يقبل القسمة على 3  
ب. استنتج الأعداد الطبيعية  $n$  حتى يكون:  $[3]n+a+b-c \equiv 0$
- (4) عيّن باقي قسمة العدد  $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021}$  على 3

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتاليتان العدديتان  $(u_n)$  و  $(v_n)$  معرفتان على  $\mathbb{N}$  ب:  $u_n = 3 \times 4^n$  و  $v_n = 3n + 2$   
لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

(1) الحدّ الخامس للمتتالية  $(u_n)$  يساوي:

أ) 3072      ب) 768      ج) 12288

(2)  $(v_n)$  هي متتالية:

أ) حسابية.      ب) هندسية.      ج) لا حسابية ولا هندسية.

(3)  $(u_n)$  هي متتالية :

أ) متناقصة تماما.      ب) غير رتيبة.      ج) متزايدة تماما.

(4) المجموع:  $v_0 + v_1 + \dots + v_{35}$  يساوي:

أ) 3815      ب) 1962      ج) 1890

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

و  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $g'(x) = 3(x-3)(x-1)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g'(x)$

(3) استنتج أن الدالة  $g$  متزايدة تماما على كل من  $]-\infty; 1]$  و  $[3; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $[1; 3]$

(4) شكّل جدول تغيّرات الدالة  $g$

(5) أ. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $g(x) = x(x-3)^2$

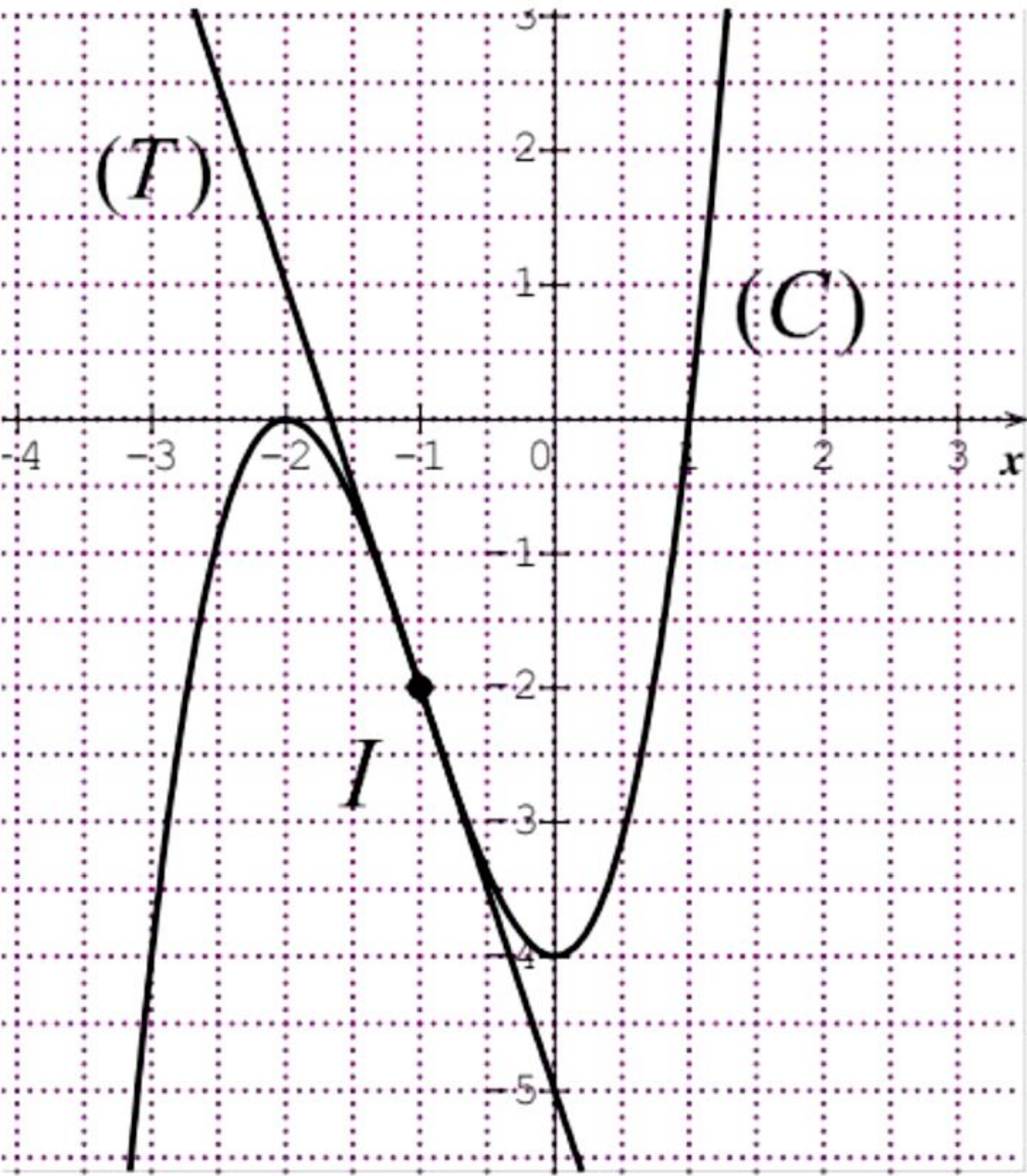
ب. استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور الفواصل.

(6) بيّن أن:  $y = -3x + 8$  معادلة لـ  $(T)$  المماس لـ  $(C)$  عند النقطة  $A(2; 2)$

(7) أ. احسب  $g(0)$  و  $g(4)$

ب. ارسم المماس  $(T)$  و المنحنى  $(C)$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
<b>التمرين الأول: (06 نقاط)</b>		
01,50	2x0,75	(1) باقي قسمة العدد $a$ على 13 هو 1 و باقي قسمة العدد $b$ على 13 هو 12
02,25	0,5	(2) أ . تبين أن: $b+1 \equiv 0[13]$
	0,25	استنتاج أن: $b \equiv -1[13]$
	3x0,5	ب. لدينا: $a^{1442} \equiv 1[13]$ و $b^{2021} \equiv -1[13]$ منه : $a^{1442} + b^{2021} \equiv 0[13]$
02,25	0,5	(3) أ . التَّحَقُّقُ أن: $27 \equiv 1[13]$
	2x0,5	لدينا: $27^n \equiv 1[13]$ منه : $27^n + 1 \equiv 2[13]$
	3x0,25	ب. لدينا: $A_n + n + 11 \equiv 0[13]$ معناه: $n \equiv 0[13]$ بالتالي: $n = 13k ; k \in \mathbb{N}$
<b>التمرين الثاني: (06 نقاط)</b>		
01,50	0,75 0,75	(1) $u_2 = 12$ تبين أن: $q = 2$
0,75	0,5+0,25	(2) لدينا: $u_n = u_0 \times q^n$ ، منه : $u_n = 3 \times 2^n$
0,50	2x0,25	(3) لدينا $u_{n+1} - u_n = 3 \times 2^n$ إذن: $u_{n+1} - u_n > 0$ بالتالي $(u_n)$ متزايدة تماما.
0,75	0,5+0,25	(4) الحد الخامس هو $u_4$ ، منه : $u_4 = 48$
02,50	0,75 0,5	(5) أ . لدينا: $S_n = u_0 \times \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ إذن: $S_n = 3 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1}$
	0,25	بالتالي: $S_n = 3(2^{n+1} - 1)$
	4x0,25	ب. تعيين العدد الطبيعي $n$ حتى يكون: $S_n = 381$ $S_n = 381$ تعني $3(2^{n+1} - 1) = 381$ نجد $n = 6$
<b>التمرين الثالث: (08 نقاط)</b>		
01,00	2x0,5	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
02,50	2x0,5	(2) أ . $f'(x) = 3x(x+2)$
	2x0,5	ب. إشارة $f'(x)$
	2x0,25	ج. $f$ متزايدة تماما على كلٍّ من $]-\infty; -2]$ و $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-2; 0]$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)															
مجموعة	مجزأة																
0,50	0,5	<p>(3) جدول تغيرات الدالة <math>f</math></p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>0</td> <td><math>-4</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	+	$f(x)$	$-\infty$	0	$-4$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$													
$f'(x)$	+	0	-	+													
$f(x)$	$-\infty$	0	$-4$	$+\infty$													
01,00	0,5	(4) أ. التَّحَقَّق: $f(x) = (x-1)(x+2)^2$															
	2x0,25	ب. احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي: $(1;0)$ و $(-2;0)$															
01,00	4x0,25	(5) لدينا: $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ و $f'(-1) = -3$ و $f(-1) = -2$ منه المعادلة: $y = -3x - 5$															
02,00	4x0,25	(6) أ. $f(1) = 0$ و $f(0) = -4$ ، $f(-2) = 0$ ، $f(-3) = -4$															
	0,25 0,75	<p>ب. رسم المماس (T) رسم المنحنى (C)</p> 															

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)																
مجموعة	مجزأة																	
<b>التمرين الأول: (06 نقاط)</b>																		
01,50	2x0,75	(1) باقي القسمة الإقليدية للعدد $a$ على 3 هو 2 باقي القسمة الإقليدية للعدد $c$ على 3 هو 1																
0,75	0,75	(2) تبيان أن العددين $a$ و $b$ متوافقان بترديد 3 : $a-b=579$																
02,50	2x0,75	(3) أ . تبيان أن العدد $[3]2+2-1$ : $a+b-c \equiv 2+2-1$ منه : $a+b-c \equiv 0$																
	2x0,50	ب . $n+a+b-c \equiv 0$ معناه : $n \equiv 0$ نجد : $n=3k ; k \in \mathbb{N}$																
01,25	4x0,25 0,25	(4) لدينا : $a \times c \equiv -1$ و $b \times c \equiv -1$ : منه : $(a \times c)^{1442} \equiv 1$ و $(b \times c)^{2021} \equiv -1$ بالتالي : $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021} \equiv 0$																
<b>التمرين الثاني: (06 نقاط)</b>																		
01,50	01+0,50	(1) الإجابة الصحيحة هي: (ب) ، التبرير.																
01,50	01+0,50	(2) الإجابة الصحيحة هي: (أ) ، التبرير.																
01,50	01+0,50	(3) الإجابة الصحيحة هي: (ج) ، التبرير.																
01,50	01+0,50	(4) الإجابة الصحيحة هي: (ب) ، التبرير.																
<b>التمرين الثالث: (08 نقاط)</b>																		
01,00	0,5x2	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$																
02,00	01	(2) أ . $g'(x) = 3(x-3)(x-1)$																
	2x0,50	ب . إشارة $g'(x)$																
00,50	2x0,25	(3) $g$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 1]$ و $[3; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1; 3]$																
00,50	0,50	(4) جدول تغيرات الدالة $g$																
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td>3</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>↗ 4</td> <td>↘ 0</td> <td>↗ <math>+\infty</math></td> </tr> </table>			$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-	0	+	$g(x)$	$-\infty$	↗ 4	↘ 0	↗ $+\infty$
$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$														
$g'(x)$	+	0	-	0	+													
$g(x)$	$-\infty$	↗ 4	↘ 0	↗ $+\infty$														

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
01,00	0,50	5 أ . $g(x) = x(x-3)^2$
	2x0,25	ب. احداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل هي: (0 ; 0) و (3 ; 0)
01,00	4x0,25	6 ( $y = g'(2)(x-2) + g(2)$ و $g'(2) = -3$ و $g(2) = 2$ ، $y = -3x + 8$ )
02,00	0,25x2	7 أ . $g(4) = 4$ و $g(0) = 0$
	0,50	ب. رسم المماس (T) رسم المنحنى (C)
	01	