



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a = 2023$ و $b = 1444$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 5

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + b^2 + 2$ على 5

(2) أ) بيّن أنّ: $b \equiv -1[5]$

ب) تحقّق أنّ العدد $b^{2024} - 1$ يقبل القسمة على 5

(3) أ) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $b^{2n} \equiv 1[5]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a + b^{2n} - bn \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $u_n = 5n - 2$

(1) احسب u_0 ، u_1 و u_2

(2) أ) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها.

ب) استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

(3) بيّن أنّ العدد 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ استنتج رتبته.

(4) تحقّق أنّ: $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = 410263$

(5) (v_n) المتتالية الحسابية المعرفة على \mathbb{N} بحدّها الأول v_0 وأساسها r حيث: $v_3 = 13$ و $v_{10} = 48$

أ) عيّن r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n



التمرين الثالث: (08 نقاط)

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 \quad \text{ب: } \mathbb{R} \text{ المعرفة على}$$

(1) (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x-2)$

ب) استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $[0; 2]$

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f

(3) (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

تحقق أن: $y = -x + \frac{1}{3}$ معادلة (T)

(4) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)x^2$

ب) حلّ في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$

ج) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(5) احسب $f(-2)$ ، $f(4)$ وارسم (T) و (C_f)



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=1945$ و $b=2024$

(1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7

ب) بيّن أنّ: $a \equiv -1[7]$

(2) استنتج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7

(3) بيّن أنّ العدد $a^2 + b^2 - 2$ يقبل القسمة على 7

(4) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $a^{2n} \equiv 1[7]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرفة على \mathbb{N} بحدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $q=2$ و $u_2 + u_3 = 60$

(1) بيّن أنّ: $u_0 = 5$

(2) عيّن قيمة الحدّ الذي رتبته 7

(3) أ) عيّن عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = 5 \times 2^n$

ج) استنتج أنّ (u_n) متزايدة تماما.

(4) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = -x^3 + 3x + 2$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أ) تحقق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x) = -3(x-1)(x+1)$

ب) استنتج أنّ الدالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال $[-1; 1]$

ج) شكّل جدول تغيّرات الدالة g



(3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = (2 - x)(x + 1)^2$

ب) حلّ في \mathbb{R} المعادلة $g(x) = 0$

ج) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حامل محوري الإحداثيات.

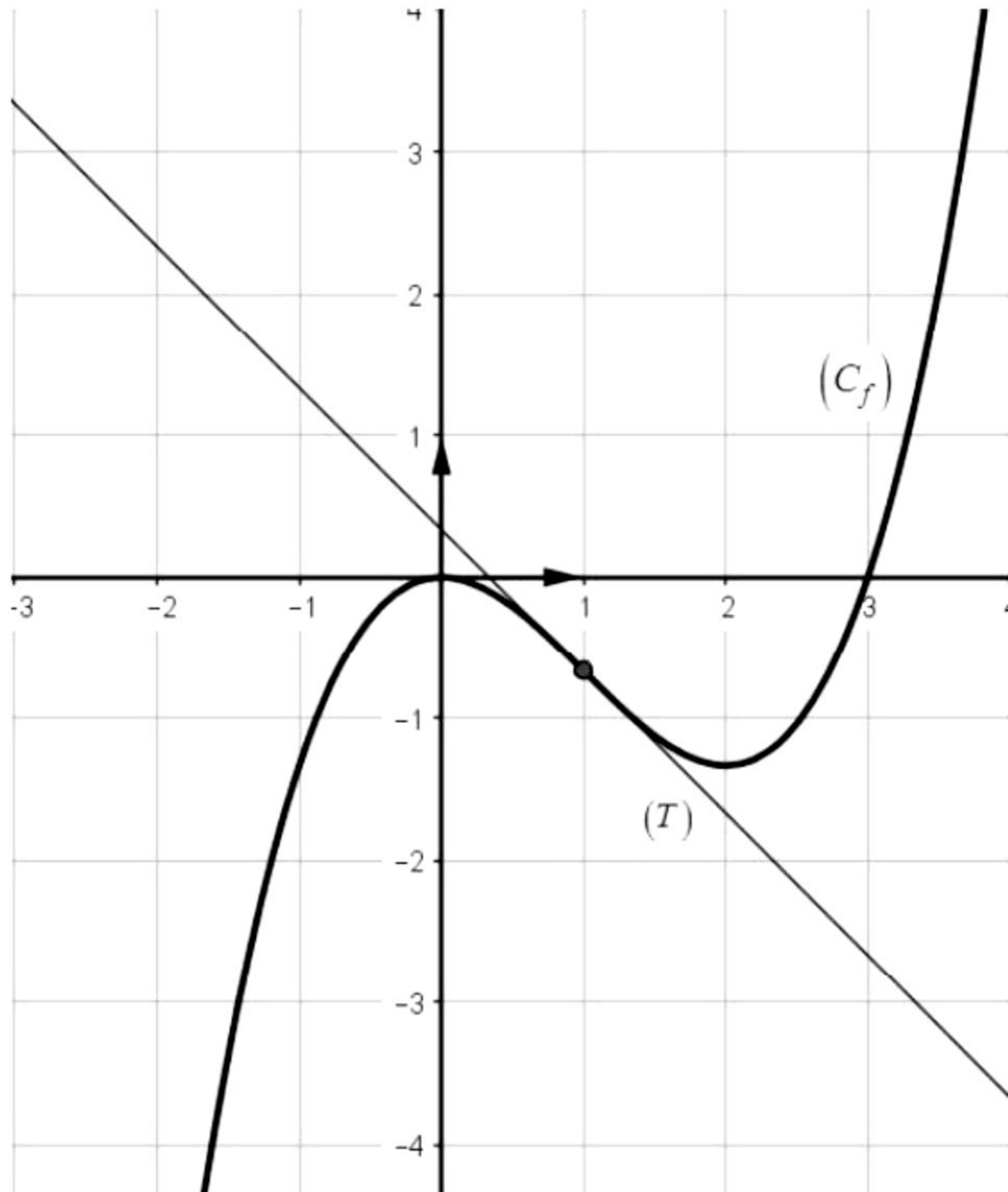
(4) (T) المماس للمنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

تحقّق أنّ: $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T)

(5) احسب $g(-2)$ ، $g(2)$ وارسم (T) و (C_g)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول (06 نقاط)		
3.5	2	1 (أ) باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 5 هو 3 باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 5 هو 4
	3x0.5	ب) باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^3 + b^2 + 2$ على 5 هو 0 $a^3 \equiv 2[5]$ و $b^2 \equiv 1[5]$ ، $a^3 + b^2 + 2 \equiv 0[5]$
1.5	0.5	2 (أ) تبيان أن $b \equiv -1[5]$ $b \equiv 4[5]$ إذن $b \equiv -1[5]$
	2x0.5	ب) التحقق أن العدد $b^{2024} - 1$ يقبل القسمة على 5 $b^{2024} - 1 \equiv 0[5]$ ، $b^{2024} \equiv (-1)^{2024}[5]$ ، $b \equiv -1[5]$
1	0.5	3 (أ) استنتاج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $b^{2n} \equiv 1[5]$ ومنه $b \equiv -1[5]$ و $b^{2n} \equiv 1[5]$
	2x0.25	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a + b^{2n} - bn \equiv 0[5]$ $n + 4 \equiv 0[5]$ ، $n = 5k + 1$ و k عدد طبيعي
التمرين الثاني (06 نقاط)		
1.5	3x0.5	1 $u_2 = 8$ ، $u_1 = 3$ ، $u_0 = -2$
1.5	2x0.5	2 (أ) تبيان أن (u_n) حسابية وتعيين أساسها r $u_{n+1} - u_n = 5$ و $r = 5$
	0.5	ب) استنتاج اتجاه تغير المتتالية (u_n) $r = 5$ إذن (u_n) متزايدة تماما

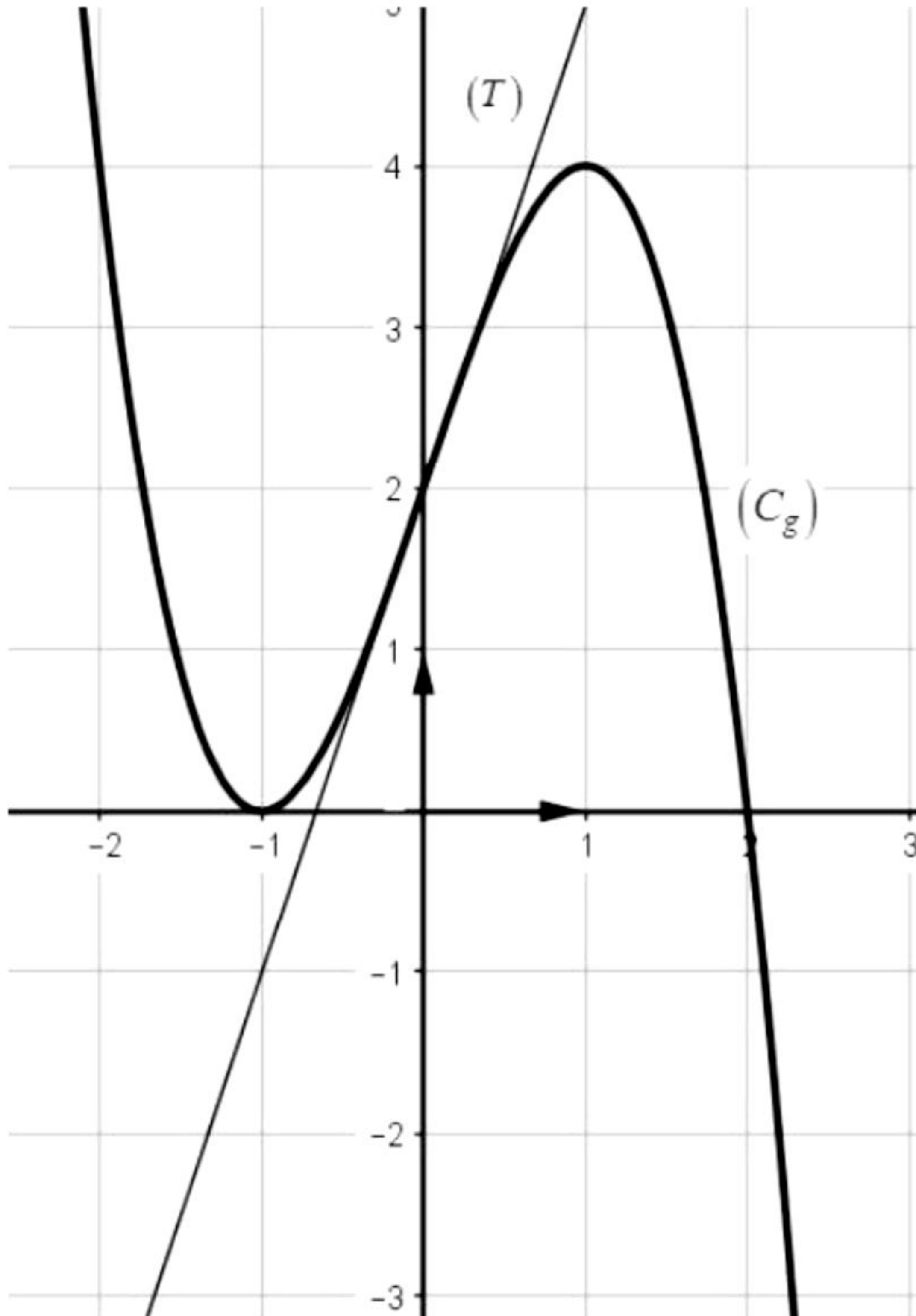
1	2x0.5	تبيان أن 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثم استنتاج رتبته $u_n = 5n - 2$ تكافئ $n = 405$ ، رتبته 406	3																
1	2x0.5	التحقّق أنّ: $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = 410263$ $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = 410263$ ، $u_0 + u_1 + \dots + u_{405} = \frac{406}{2}(-2 + 2023)$	4																
1	2x0.25	أ) تعيين r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0 $v_0 = -2$ و $r = 5$	5																
	0.5	ب) تعيين عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n : $v_n = 5n - 2$																	
التمرين الثالث (08 نقاط)																			
1	2x0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	1																
3	0.75	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = x^2 - 2x$	2																
	0.25	من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = x(x - 2)$																	
	0.5	ب) إشارة $f'(x)$ <table border="1" style="display: inline-table; margin: 5px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	0	+					
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$															
$f'(x)$		+	-	0	+														
0.5	الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[0; 2]$																		
1		ج) جدول التغيرات <table border="1" style="display: inline-table; margin: 5px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table; margin: 5px;"> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$f(0)$</td> <td>$f(2)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(2)$	$+\infty$	1
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$															
$f'(x)$		+	-	0	+														
$f(x)$	$-\infty$	$f(0)$	$f(2)$	$+\infty$															
1	2x0.5	التحقّق أنّ: $y = -x + \frac{1}{3}$ معادلة لـ (T) $y = -x + \frac{1}{3}$ منه و $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$	3																
1.5	0.5	أ) التحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}(x - 3)x^2$	4																
	0.5	ب) حلّ في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$ $f(x) = 0$ تكافئ $x = 0$ أو $x = 3$																	
	2x0.25	ج) إحداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هما $(0; 0)$ و $(3; 0)$																	

1.5	2X0.25 0.25 0.75	<p style="text-align: right;">$f(4) = \frac{16}{3}$ ، $f(-2) = -\frac{20}{3}$</p> <p style="text-align: right;">رسم (T) (C_f)</p> 	5
-----	--------------------------------	--	---

ملاحظة: تُقبل و تُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول (06 نقاط)		
2.5	1	1 (أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 7 باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 6 باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 1
	0.5	ب) تبيان أن: $a \equiv -1[7]$ لدينا $a \equiv 6[7]$ ومنه $a \equiv 6 - 7[7]$ ، ان $a \equiv -1[7]$
1.5	2X0.75	2 استنتاج أن العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7 $a^2 \equiv 1[7]$ و $b^2 \equiv 1[7]$
0.5	0.5	3 تبيان أن العدد $a^2 + b^2 - 2$ يقبل القسمة على 7 $a^2 + b^2 - 2 \equiv 0[7]$
1.5	0.5	4 (أ) تبيان أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $a^{2n} \equiv 1[7]$ لدينا $a \equiv -1[7]$ ان من أجل كل عدد طبيعي n ، $a^{2n} \equiv 1[7]$
	0.5	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$ $a^{2n} + bn + 1 \equiv 0[7]$ تكافئ $1 + n + 1 \equiv 0[7]$ تكافئ $n \equiv 5[7]$
	0.5	ومنه $n = 7k + 5$ حيث k عدد طبيعي
التمرين الثاني (06 نقاط)		
1	0.5	1 تبيان أن: $u_0 = 5$ $u_2 + u_3 = 60$ تكافئ $u_0 q^2 + u_0 q^3 = 60$
	0.5	تكافئ $12u_0 = 60$ و منه $u_0 = 5$

1	2x0.5	الحدّ الذي رتبته 7 هو $u_6 = 320$ ،	2																
3	2x0.5	(أ) تعيين عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n $u_n = 5 \times 2^n$ ، $u_n = u_0 q^n$	3																
	1	(ب) تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = 5 \times 2^n$																	
	1	(ج) استنتاج أنّ (u_n) متزايدة تماما من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $5 \times 2^n > 0$ اذن (u_n) متزايدة تماما.																	
1	2x0.5	تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$ $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 5 \times 2^{n+1} - 5$ ، $u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$	4																
التمرين الثالث (08 نقاط)																			
1	2x0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$	1																
3	2x0.5	(أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x) = -3x^2 + 3$ و $g'(x) = -3(x-1)(x+1)$	2																
	0.5	(ب) إشارة $g'(x)$																	
	0.5	الدالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[-1; 1]$																	
	1	(ج) جدول التغيرات																	
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$g(x)$	$+\infty$	0	4	$-\infty$	
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$															
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$														
$g(x)$	$+\infty$	0	4	$-\infty$															
1.75	0.5	(أ) التحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = (2-x)(x+1)^2$	3																
	0.5	(ب) حلّ في \mathbb{R} المعادلة $g(x) = 0$ $g(x) = 0$ تكافئ $x = -1$ أو $x = 2$																	
	3x0.25	(ج) تعيين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حامي محوري الإحداثيات. $(0; 2)$ ، $(-1; 0)$ ، $(2; 0)$																	

1	2x0.5	التحقق أن: $y = 3x + 2$ معادلة لـ (T) $y = g'(0)(x - 0) + g(0)$ و منه $y = 3x + 2$	4
1.25	2x0.25 0.25 0.5	<p data-bbox="1510 485 1968 573">$g(2) = 0$ ، $g(-2) = 4$</p>  <p data-bbox="1787 749 1968 823">رسم (T)</p> <p data-bbox="1830 911 1968 999">(C_g)</p>	5

ملاحظة: تُقبل و تُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط