BAC2024//SSA24//CH10R19

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: 2024

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a عدد طبيعي حيث: $a=2024$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) استنتج أنّ العدد $a+1$ يقبل القسمة على 9

2) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+5$ على 9 وبيّن أنّ: $a^4\equiv 1[9]$

ب) استنتج أنّ العدد $7a^4+3a+1445$ يقبل القسمة على 9

3) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $a^4n+3a+5\equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=3u_n-2 \end{cases}$

1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n-1$

أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_{n+1}-3v_n=0$

ب) استنتج أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 3

3) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

4) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

أ) احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّ: $S_n+u_n=5\times 3^n$

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $S_n+u_n=405$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3-3x^2+2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب كلاً من $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=3x(x-2)$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ $A(1;0)$ نقطة انعطاف لـ (C_f)

ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة A

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)-(-3x+3)=(x-1)^3$

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمماس (T)

5) احسب $f(-1)$ و $f(3)$ ثمّ ارسم (T) و (C_f)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثّلاثة مع التبرير في كلّ حالة ممّا يلي:

1) العدد 2024 يوافق بترديد 5 العدد:

أ) -1 ب) 1 جـ) 6

2) a و b عددان طبيعيان حيث: $b = 6a + 7$ ، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 6 هو:

أ) 7 ب) 1 جـ) 6

3) a و b عددان طبيعيان حيث: $a \equiv 3[7]$ و $b \equiv 5[7]$ ، العدد $3a + 2b$ يوافق بترديد 7 العدد:

أ) 3 ب) 1 جـ) 5

4) a و b عددان طبيعيان حيث: $a + b \equiv 4[5]$ و $a - b \equiv 3[5]$ ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 5 هو:

أ) 1 ب) 3 جـ) 2

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 و أساسها r حيث: $u_0 = 2$ و $u_2 + u_9 = 70$

1) بيّن أنّ: $r = 6$

2) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 6n + 2$

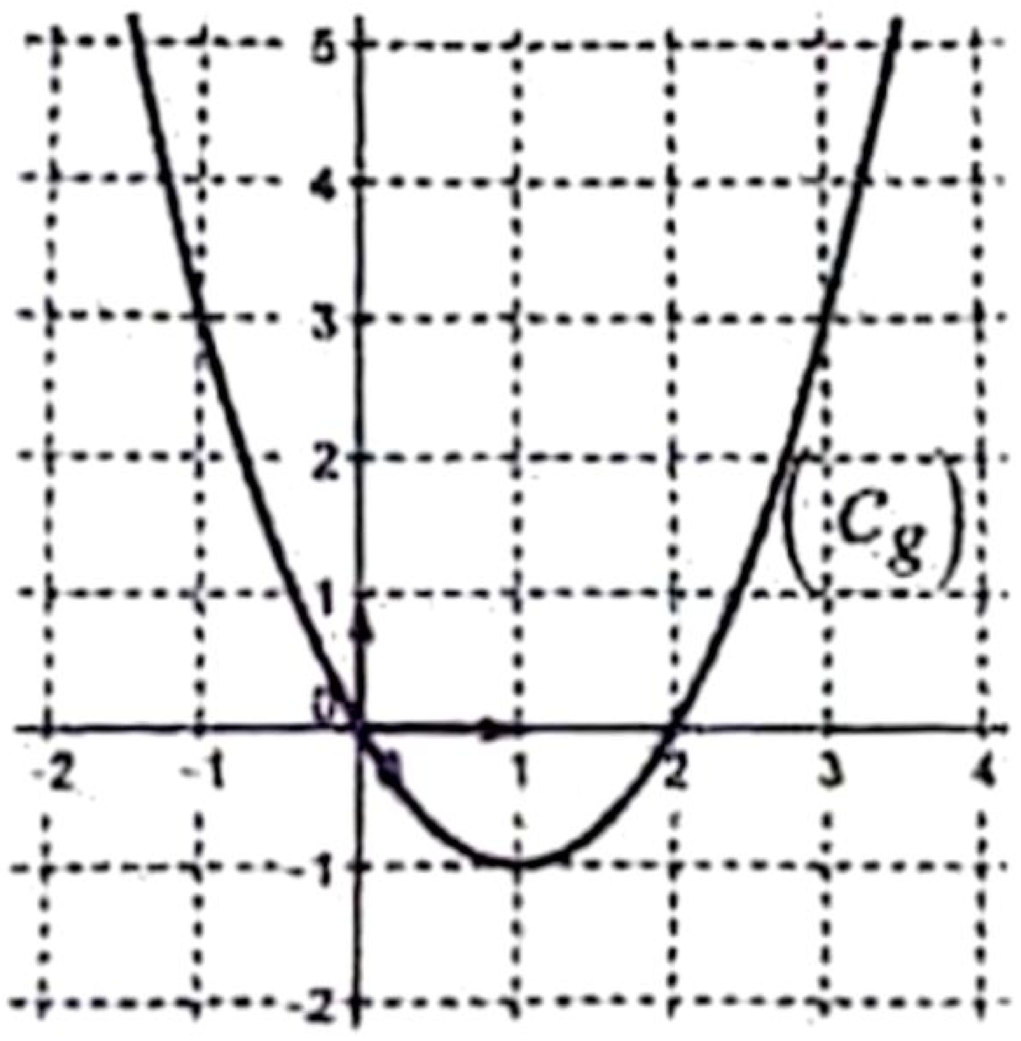
3) أثبت أنّ العدد 2024 حدّ من حدود المتتالية (u_n)

4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 352$

التمرين الثالث: (08 نقاط)



I) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x(x-2)$

(C_g) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل.

1) احسب $g(0)$ ، $g(1)$ و $g(2)$

2) بقراءة بيانية:

أ) حدّد اتجاه تغيّر الدّالة g

ب) عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب كلاً من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ $A\left(1;\frac{2}{3}\right)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة A

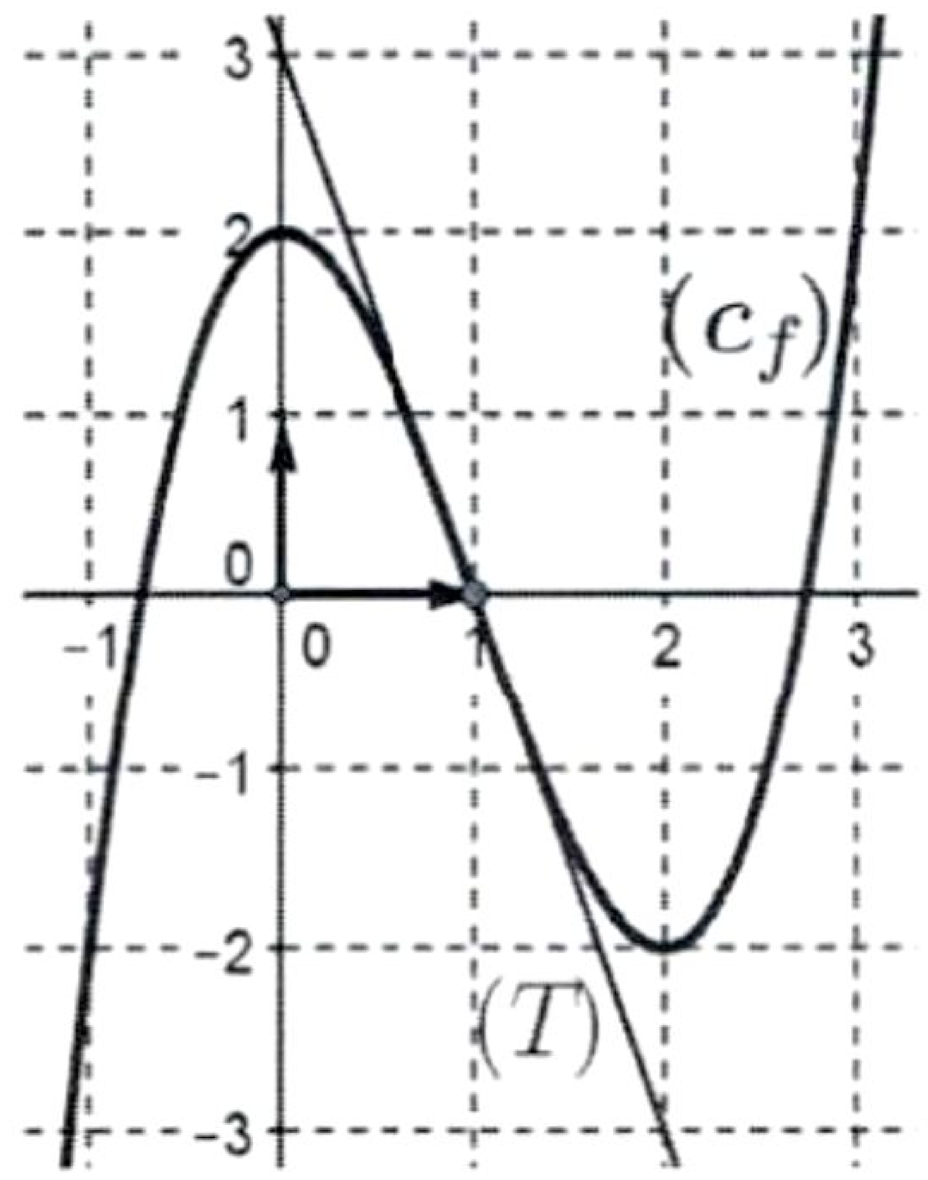
4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)=\frac{1}{3}x^2(3-x)$

ب) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5) احسب $f(-2)$ و $f(4)$ ثمّ ارسم (T) و (C_f)

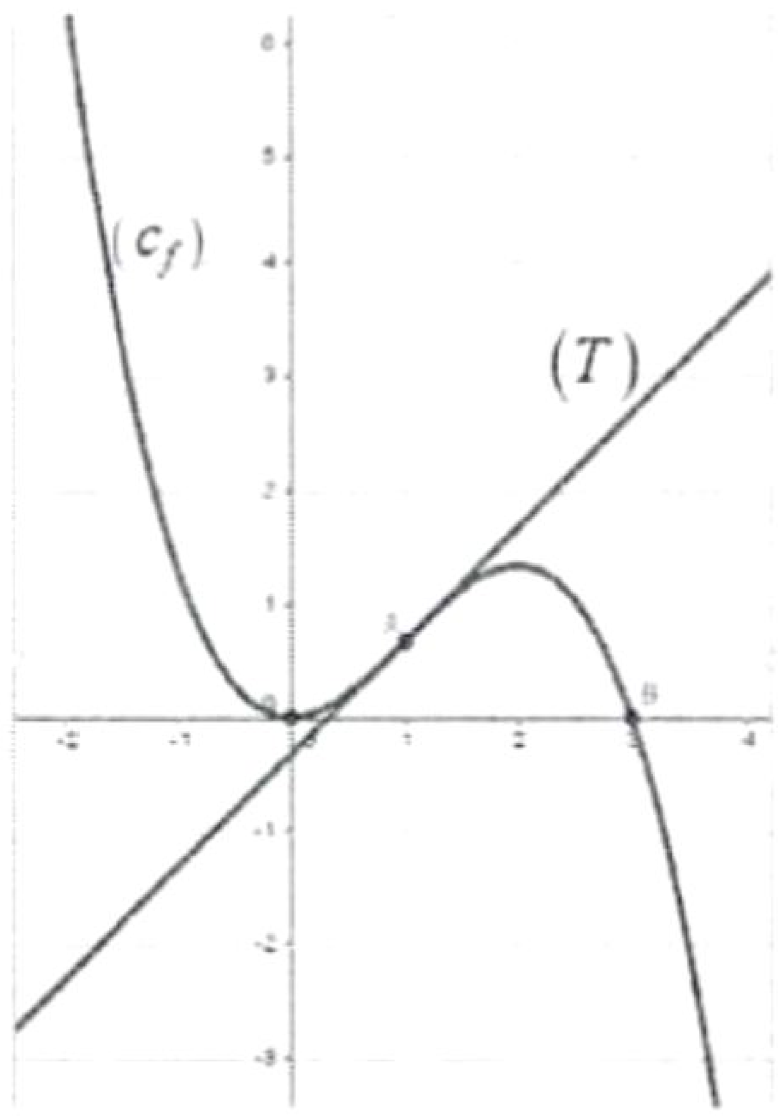
انتهى الموضوع الثاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (06 نقاط)		
1)	أ) $2024 \equiv 8[9]$	1	2
	ب) $2024 \equiv -1[9]$ ومنه $a+1 \equiv 0[9]$	1	
2)	أ) $3a+5 \equiv 2[9]$ ، من $a+1 \equiv 0[9]$ نجد: $a^4 \equiv 1[9]$	$1+1$	3
	ب) $7a^4+3a+1445 \equiv 7-3+5[9]$ ومنه $7a^4+3a+1445 \equiv 0[9]$	$0,5\times 2$	
3)	$a^4 n+3a+5 \equiv 0[9]$ تعني: $n \equiv 7[9]$ ومنه: $n=9k+7 \quad (k\in\mathbb{N})$	$0,5\times 2$	1
	التمرين الثاني (06 نقاط)		
1)	$u_1=7$ ، $u_2=19$ و $u_3=55$	$0,5\times 3$	1,5
2)	أ) $v_{n+1}-3v_n=0$	0,75	1,5
	ب) $v_{n+1}=3v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها 3	0,75	
3)	$v_n=2\times 3^n$ ، $u_n=2\times 3^n+1$	$0,5\times 2$	1
4)	أ) $S_n=3^{n+1}-1$ ، $S_n+u_n=5\times 3^n$	$0,5\times 2$	2
	ب) من $S_n+u_n=405$ نجد $3^n=81=3^4$ ومنه $n=4$	$0,5\times 2$	
	التمرين الثالث (08 نقاط)		
1)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$0,5\times 2$	1
2)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$	$0,25+0,5$	2,25
	ب) f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0;2]$	$0,5\times 2$	
	جدول التغيّرات $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & 2 & \searrow & -2 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0,5	
3)	أ) $f''(x)=6(x-1)$ ، f'' تنعدم عند 1 وتغيّر إشارتها	$0,5\times 2$	1,75
	ب) معادلة لـ (T) : $y=-3x+3$	0,75	
4)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)-(-3x+3)=(x-1)^3$	0,5	1,25
	ب) لمّا $x<1$: (c_f) أسفل (T) و لمّا $x>1$: (c_f) أعلى (T) $(T)\cap(c_f)=\{A(1;0)\}$	0,75	

5)	$f(-1)=-2$ و $f(3)=2$ الرسم: رسم (T) رسم (C_f)		$0,25\times 2$ $0,25$ 1	$1,75$

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (06 نقاط)		
1)	الإجابة: أ) $2024 = 405\times 5 - 1$	$0,75\times 2$	$1,5$
2)	الإجابة: ب) $b = 6(a+1)+1$	$0,75\times 2$	$1,5$
3)	الإجابة: جـ) $3a+2b=5[7]$	$0,75\times 2$	$1,5$
4)	الإجابة: جـ) $a^2-b^2 \equiv 2[5]$	$0,75\times 2$	$1,5$
	التمرين الثاني (06 نقاط)		
1)	$u_2+u_9=70$ تكافئ $2u_0+11r=70$ ومنه: $r=6$	$0,5+1$	$1,5$
2)	$u_n = u_0 + nr = 6n+2$	$0,75\times 2$	$1,5$
3)	$u_n = 2024$ تكافئ $n=337$	1	1
4)	أ) $S_n = \frac{n+1}{2}(u_0+u_n) = (n+1)(3n+2)$	$0,5\times 2$	2
	ب) $S_n = 352$ تكافئ $3n^2+5n-350=0$ ومنه $n=10$	$0,5\times 2$	
	التمرين الثالث (08 نقاط)		
I) 1)	$g(0)=0$ ، $g(1)=-1$ و $g(2)=0$	$0,25\times 3$	$0,75$
2)	أ) الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$	$0,5$	$1,25$
	ب) g موجبة تماما على المجالين $]-\infty;0[$ و $]2;+\infty[$ وسالبة تماما على المجال $]0;2[$ وتنعدم عند 0 وعند 2	$0,75$	
II) 1)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$	$0,5\times 2$	1
2)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = -x^2+2x = -g(x)$	$0,5$	$1,5$
	ب) الدّالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[0;2]$	$0,5$	
	جدول التغيرات $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & \frac{4}{3} & \searrow & -\infty \end{array}$	$0,5$	
3)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f''(x) = -2x+2$ f'' تنعدم عند 1 وتغير إشارتها ومنه $A\left(1;\frac{2}{3}\right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f)	$0,5$	1
	ب) $(T): y = x - \frac{1}{3}$	$0,5$	

4)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)=\frac{1}{3}x^2(3-x)$	$0,25$	$0,75$
	ب) $(c_f)\cap(xx')=\{O(0;0),B(3;0)\}$	$0,5$	
5)	$f(-2)=\frac{20}{3}$ و $f(4)=-\frac{16}{3}$ الرسم. 	$0,5\times 2$ $0,5+0,25$	$1,75$

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.