الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة :جوان 2009

الشعبة:تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(3 نقاط)

f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f(x)	2	↗	$+\infty$ | $+\infty$	↘	2

أجب بـــ: **خطأ** أو **صحيح** على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة.

1. المستقيم الذي معادلته $y = 2$ مقارب للمنحنى (C_f).
2. المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا.
3. مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$ هي $S =]-\infty ; -1[\cup]-1 ; +\infty[$.
4. في المجال $]-\infty ; -1[$ يكون: "$f(x) > f(-2)$ عندما يكون $x < -2$".
5. النقطة $A(-3 ; 1)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f).
6. الدالة f زوجية.

التمرين الثاني (4 نقاط):

1) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـــ: $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $3u_{n+1} = u_n + 4$

أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، يكون $u_n \leq 2$.

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة.

جـــ) استنتج مع التبرير أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 2$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

ب) أكتب الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + ... + u_n$.

التمرين الثالث (4 نقاط):

يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1،2،3،3 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 1،2،2،3،3. نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة.

1.شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:

- باعتماد ألوان الكرات.
- باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.

2.احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

أ) A: الكرتان المسحوبتان بيضاوان.

ب) B: إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء.

ج) C: لا يظهر الرقم 1.

التمرين الرابع (9 نقاط):

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$

يرمز (C_f) إلى المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

I. 1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$:

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$$

2) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب يطلب تعيين معادلة له .

4) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

5) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

II. 1) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ و(f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

2) عيّن اتجاه تغيّر الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها و شكّل جدول تغيراتها.

3) اكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

III. 1) بيّن أنّ النقطة $A(-1\,;\,-2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

2) ارسم كلا من: (Δ)، (D) و (C_f).

3) عيّن بيانيا قيّم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=m$ حلاّن مختلفان.

4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e^2-1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (05 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرّفة بـ $U_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=3U_n-2$.

1. احسب U_1 ، U_2 .
2. لتكن المتتالية العددية (V_n) المعرفة بـ : $V_n=U_n-1$.

أ – أثبت أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول V_0.

ب– اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n.

3. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $U_{n+1}-U_n=(-4)\times 3^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n).
4. عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون : $U_0+U_1+...+U_n=n-79$.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

يمثّل الجدول التالي عدد الزوّار(بالآلاف) لأحد الحمّامات المعدنية بين سنتي 2000 و 2007.

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الزوّار y_i (بالآلاف)	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4

1– مثّل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

(على محور الفواصل $2cm$ تمثّل سنة واحدة ، على محور التراتيب: $1cm$ ألف زائر)

2– عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علّمها .

3– بيّن أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل:

$$y=0,38x+4$$

4– باستعمال التعديل الخطي السابق عيّن عدد زوّار هذا الحمّام في سنة 2010؟

التمرين الثالث: (03 نقط)

ليكن $P(x)$ كثير الحدود حيث: $P(x)=2x^2-5x+2$.

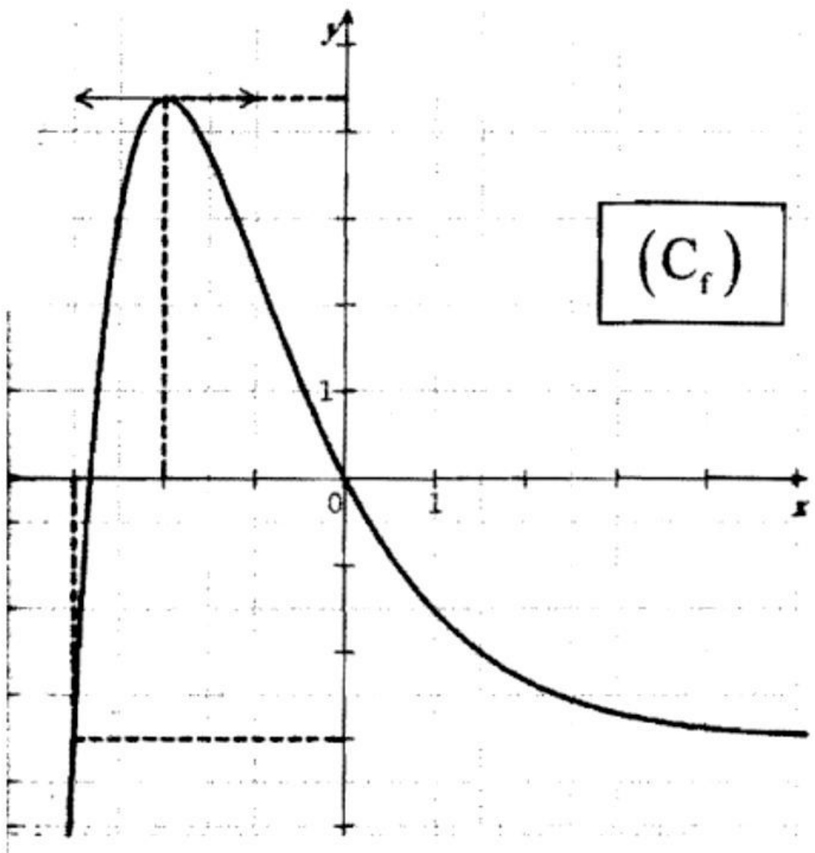
1. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

ب) استنتج في المجال $]0,+\infty[$ حلول المتراجحة التالية : $2(\ln x)^2-5\ln x+2>0$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$

التمرين الرابع: (8 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(x+a)e^{-x}+b$ حيث a و b عددان حقيقيان و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

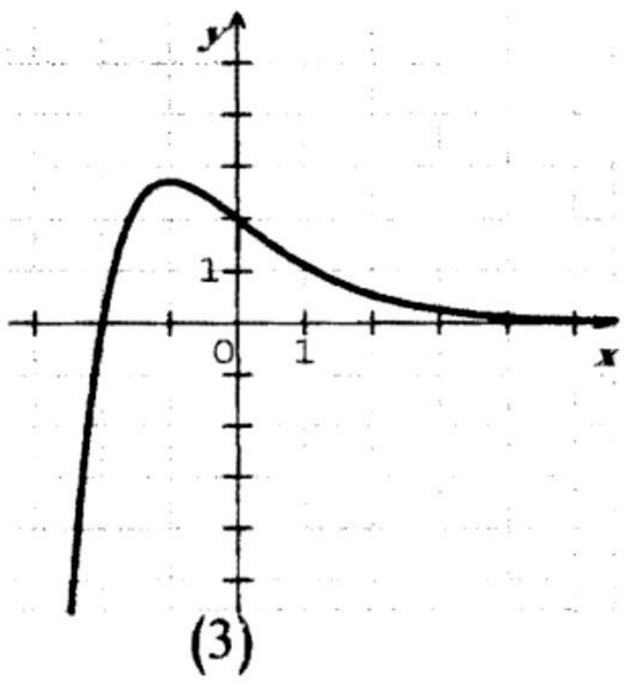


1) بقراءة بيانية للمنحنى (C_f):

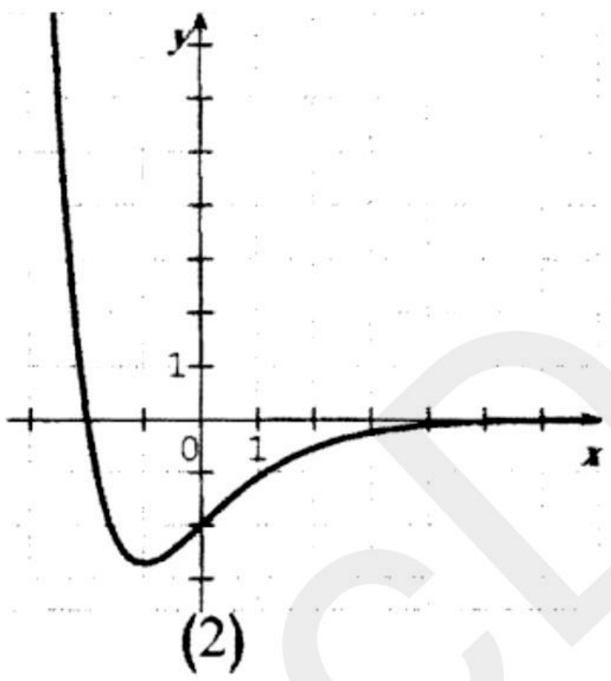
أ) عيّن $f(-3)$ ، $f(0)$، $f'(-2)$.

ب) عيّن حسب قيّم x إشارة $f'(x)$.

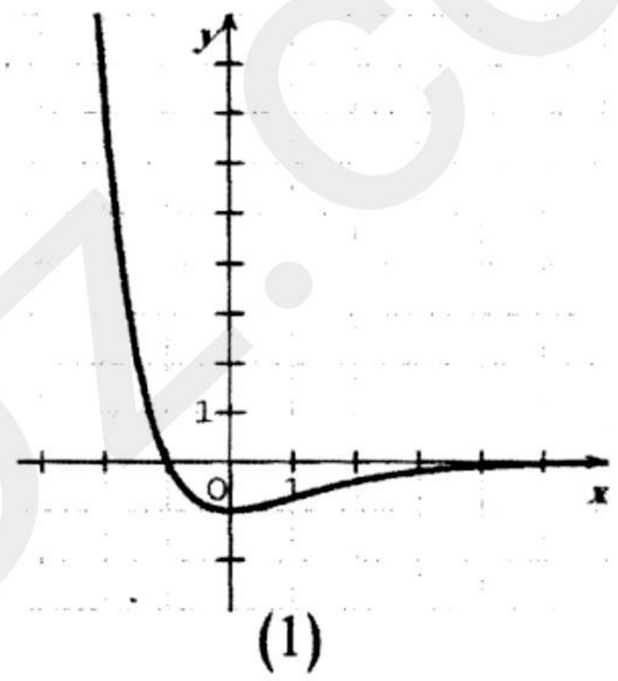
ج) من بين المنحنيات الثلاثة (1)، (2)، (3) عيّن، مع التبرير، المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



(3)



(2)



(1)

2. أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ج) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

د) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $[0;+\infty[$ حلا وحيدا α محصورا بين 1,50 و 1,52.

3) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(-x-4)e^{-x}$ وليكن I العدد الحقيقي حيث:

$$I=\int_{-2}^{0} f(x)dx$$

أ) احسب $f'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب) أعط تفسيرا بيانيا للعدد I مبررا الحصر التالي $4,5<I<5$ باعتبارات بيانية محضة.

ج) احسب العدد I .

محاور الموضوع	عناصر الإجابة الموضوع الأول	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الدالة العددية	**التمرين الأول** 1.خطأ – التبرير " لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$	2×0.25	03
	2.خطأ – التبرير " لأن (C_f) لا يقطع حامل محور الفواصل".....	2×0.25	
	3.صحيح – التبرير " لأن $f(x)>2$من أجل كل x من D_f".....	2×0.25	
	4.صحيح – التبرير" لأن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-2[$".	2×0.25	
	5.خطأ – التبرير " لأن $f(x)>2$ من أجل كل x من D_f".....	2×0.25	
	6.خطأ –التبرير " لأن D_f غير متناظر بالنسبة إلى 0".....	2×0.25	
المتتاليات العددية	**التمرين الثاني :** **1 – أ) البرهان بالتراجع**	0.25	04
	التحقق من أن $u_0 \le 2$ **إثبات أنه إذا كان :** $u_n \le 2$ **فإن** $u_{n+1} \le 2$ **الاستنتاج**	0.5	
	ب) إثبات أن (u_n) **متزايدة** **من اجل كل عدد طبيعي** n $u_{n+1}-u_n=-\frac{2}{3}(u_n-2)=\frac{2}{3}(2-u_n)$	0.25	
	(u_n) **متزايدة لأن :** $u_{n+1}-u_n \ge 0$	0.25	
	جـ) (u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى ، فهي متقاربة.	0.25	
	2) أ) إثبات أن (v_n)متتالية هندسية	0.5	
	$v_0=-3$ و $q=\frac{1}{3}$	2×0.25	
	ب) (v_n)بدلالة n ثم (u_n) بدلالة n	0.5+0.25	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\left[2-3\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]=2$	0.25	
	د) حساب المجموع S_n	0.5	
الاحتمالات	**التمرين الثالث.** 1) الشجرة باعتماد ألوان الكرات مع وضع الاحتمال على كل فرع.....	0.75	04
	الشجرة باعتماد الأرقام مع وضع الاحتمال على كل فرع.....	01	
	2.أ/حساب احتمال A	0.75	
	ب/حساب احتمال B	0.75	
	جـ/حساب احتمال C	0.75	

134

محاور الموضوع	عناصر الإجابة الموضوع الأول	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الدوال العددية حساب المساحات	**التمرين الرابع.** $f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$ 1.I) تعيين الأعداد $a;b;c$ نجد $(c=4\ ;\ b=-1\ ;\ a=1)$ ..... 2) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty\ ;\ \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ $\lim_{x\to-1^{<}} f(x)=-\infty\ ;\ \lim_{x\to-1^{>}} f(x)=+\infty$ .... 3) بما أن $\lim_{x\to-1^{<}} f(x)=-\infty\ ;\ \lim_{x\to-1^{>}} f(x)=+\infty$ فإن (c_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=-1$ ..... 4) بما أن $\lim_{\lvert x\rvert\to+\infty}(f(x)-(x-1))=0$ فإن المستقيم $(\Delta): y=x-1$ مقارب مائل..... 5)وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) ..... II. 1) حساب $f'(x)$ و كتابتها بالشكل $f'(x)=\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ ..... 2)إشارة $f'(x)$ ..... • جدول تغيرات f و حساب $f(1)$ و $f(-3)$ ..... 3) معادلة المماس (D) : $y=-3x+3$ ..... III.1) إثبات أن النقطة $A(-1;-2)$ مركز تناظر للمنحنى..... 2)رسم (Δ)، (D) و (c_f) ..... 3) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m ..... 4) حساب المساحة	4×0.25 4×0.25 2 × 0.25 2 × 0.25 2 × 0.25 0.25 + 05 0.5 3 × 0.25 2 × 0.25 0.5 0.75+2×0.25 0.5 3 × 0.25	09

135

محاور الموضوع	عناصر الإجابة الموضوع الثاني	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
المتتاليات العددية	**التمرين الأول:** 1) $U_1=-5\ ;\ U_2=-17$ 2) أ) اثبات ان (V_n) متتالية هندسية $V_0=-2$ ، $q=3$ ب) $V_n=(-2)\times 3^n$ 3) تبيان ان $U_{n+1}-U_n=(-4)\times 3^n$ (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ 4) $U_0+U_1+...+U_n=-2\times\frac{3^{n+1}-1}{2}+n+1$ $n=3$	0.25+0.25 1 0.25+0.25 0.5 0.5 0.5 1 0.5	05
الإحصاء	**التمرين الثاني:** 1) تمثيل سحابة النقط 2) حساب إحداثيي $G(4,5\ ;5,75)$ و تعليمها 3) $a=\frac{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}x_i y_i-\overline{x}\,\overline{y}}{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2}$ ، a =0,38 $\overline{y}=a\overline{x}+b$ (G نقطة من مستقيم الانحدار) $b=4$ 4) رتبة سنة 2010 هي 11 $y=0,38\times 11+4$ $y=8,18$ إذن عدد الزوار هو 8180 زائرا ملاحظة : يقبل الحل البياني	1 3×0.25 2×0.5 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25	04
	التمرين الثالث: 1) حلي المعادلة $P(x)=0$ هما $\frac{1}{2}\ ;\ 2$ 2) استنتاج حلي $2(\ln x)^2-5\ln x+2=0$ هما $e^2\ ;\ \sqrt{e}$ 3) حلي المعادلة $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$ هما $1\ ;\ -1$	1 1 1	03
الدوال العددية	**التمرين الرابع:** أ) تعيين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$ ب) إشارة $f'(x)$ جـ) اختيار المنحنى المناسب مع التبرير 2.أ) تبيان أن $f(x)=(x+3)e^{-x}-3$ ب) جدول تغيرات الدالة f . جـ) المستقيم المقارب و إعطاء معادلته د) حلول المعادلة $f(x)=-2$ 3. أ) حساب $F'(x)$ و استنتاج دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$. ب) التفسير البياني للعدد I و حصره. جـ) حساب I .	3×0.25 1 0.25+0.75 1 0.5 0.5 1 2×0.5 0.5+0.25 0.5	08

136