

موضوع الرياضيات لشعبة تسيير و اقتصاد بكالوريا 2011

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2011

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير و اقتصاد

المدة: 03 ساعات و 30د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03 نقاط)

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاثة اقتراحات من بينها واحد فقط صحيح، حدد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير.

(1) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x + 2) \leq \ln 3$ هي:

أ. $[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}]$ ؛ ب. $[-\frac{1}{3}; +\infty[$ ؛ ج. \mathbb{R} .

(2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{1}{x}$. الدالة الأصلية F للدالة f

على المجال $]0; +\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x = e$ معرفة كما يلي:

أ. $F(x) = e^{-2} - \frac{1}{x^2}$ ؛ ب. $F(x) = -1 + \ln x$ ؛ ج. $F(x) = \ln x$

(3) القيمة المتوسطة للدالة $g: x \mapsto \frac{x^2}{4}$ على المجال $[-2; 2]$ تساوي:

أ. $\frac{4}{3}$ ؛ ب. 3 ؛ ج. $\frac{1}{3}$

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

إليك فيما يلي جدول يمثل أجور 5 موظفين في مؤسسة وطنية وذلك حسب أقدميتهم في المهنة:

x_i (بالسنوات)	2	8	15	19	24
y_i (بالدينانير)	32400	35400	39600	41400	44700

(1) أ. مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.

(1cm لكل سنتين على محور الفواصل و 1cm لكل 1000 دينار على محور الترتيب ويبدأ

التدرج على هذا المحور ابتداء من 30000).

ب. اذكر لماذا يمكننا إجراء تعديل خطي لهذه السحابة.

(2) أ. عين إحداثيي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط.

ب. لتكن $y = ax + b$ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.

• بين أن مدور a إلى 10^{-3} هو 556,356.

• عين مدور b إلى 10^{-3} باعتبار $a = 556,356$.

- (3) أ. باستعمال التعديل الخطي السابق، قتر أجره موظف له 30 سنة أقدمية.
ب. بعد كم سنة من العمل تتجاوز أجره الموظف 50000 ديناراً؟

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

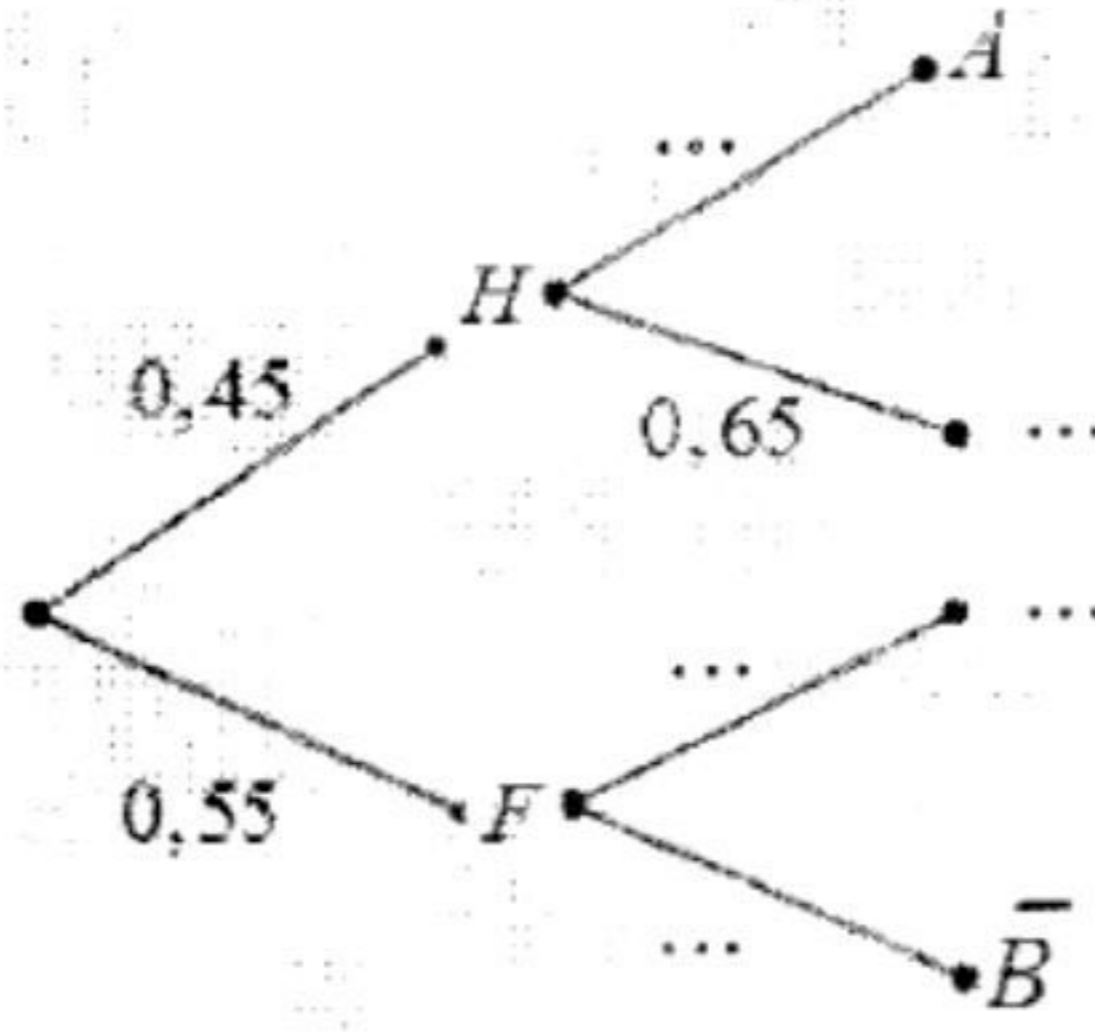
يتكوّن مجتمع من 55% نساء و 45% رجال، 25% من النساء يتحدثن لغة أجنبية و 35% من الرجال يتحدثون أيضاً لغة أجنبية.
نختار عشوائياً شخصاً من هذا المجتمع ونعتبر الحوادث التالية:

"رجل" H

"امرأة" F

"رجل يتحدث لغة أجنبية" A

"امرأة تتحدث لغة أجنبية" B



(1) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها:

(2) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار:

أ. "رجلاً يتحدث لغة أجنبية"

ب. "امرأة لا تتحدث لغة أجنبية"

ج. "شخصاً يتحدث لغة أجنبية"

(3) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار امرأة، علماً أنه يتحدث لغة أجنبية.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(1) لتكن f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} بالعلاقة: $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$

أ. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$. (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{2x}} = 0$)

ب. بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} وأن دالتها المشتقة f' تحقق:

$$f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$$

ج. ادرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) (C) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $]-\infty; 1]$

أ. بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $y = -x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d).

ب. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-2,11 < \alpha < -2,10$

و $0,81 < \beta < 0,82$ وفسّر النتيجة هندسياً.

ج. ارسم المستقيم (d) والمنحنى (C).

(3) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty; 1]$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (03 نقاط)

عدد تلاميذ ثانوية هو 900 ، يتوزعون حسب المستوى والصنف (داخلي أو خارجي) كما يلي:

المستوى \ الصنف	السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة	المجموع
خارجيون	250	200	150	600
داخليون	100	120	80	300

نختار تلميذا بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- احتمال أن يكون التلميذ خارجيا.
- احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى.
- احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا.
- احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى علما أنه خارجي.
- هل الحادثتان " التلميذ من السنة الأولى " و " التلميذ خارجي " مستقلتان؟

التمرين الثاني: (05,5 نقطة)

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث: $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5}$.

- احسب u_1 و u_2 .
- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \frac{1}{3}$.
- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.
- لتكن المتتالية العددية (v_n) حيث من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - \frac{1}{3}$.
أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.
ب. اكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n .
ج. احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

يمثل الجدول التالي الكميات المنتجة لسلعة شركة من سنة 2006 إلى سنة 2010. (الكميات مقدره بالطن)

السنة	2006	2007	2008	2009	2010
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
كمية الإنتاج y_i	2,6	2,8	3,2	4	4,4

- مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.
(2cm يمثل رتبة واحدة على محور الفواصل ، 1cm يمثل 0,4 طن على محور الترتيب)
- عين إحداثيي G النقطة المتوسطة للسحابة ومثلها في المعلم السابق.

- 3 . أ) جد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.
 ب) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.
 4 . ما هي كمية الإنتاج المتوقعة خلال سنة 2015 ؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} بالعلاقة:

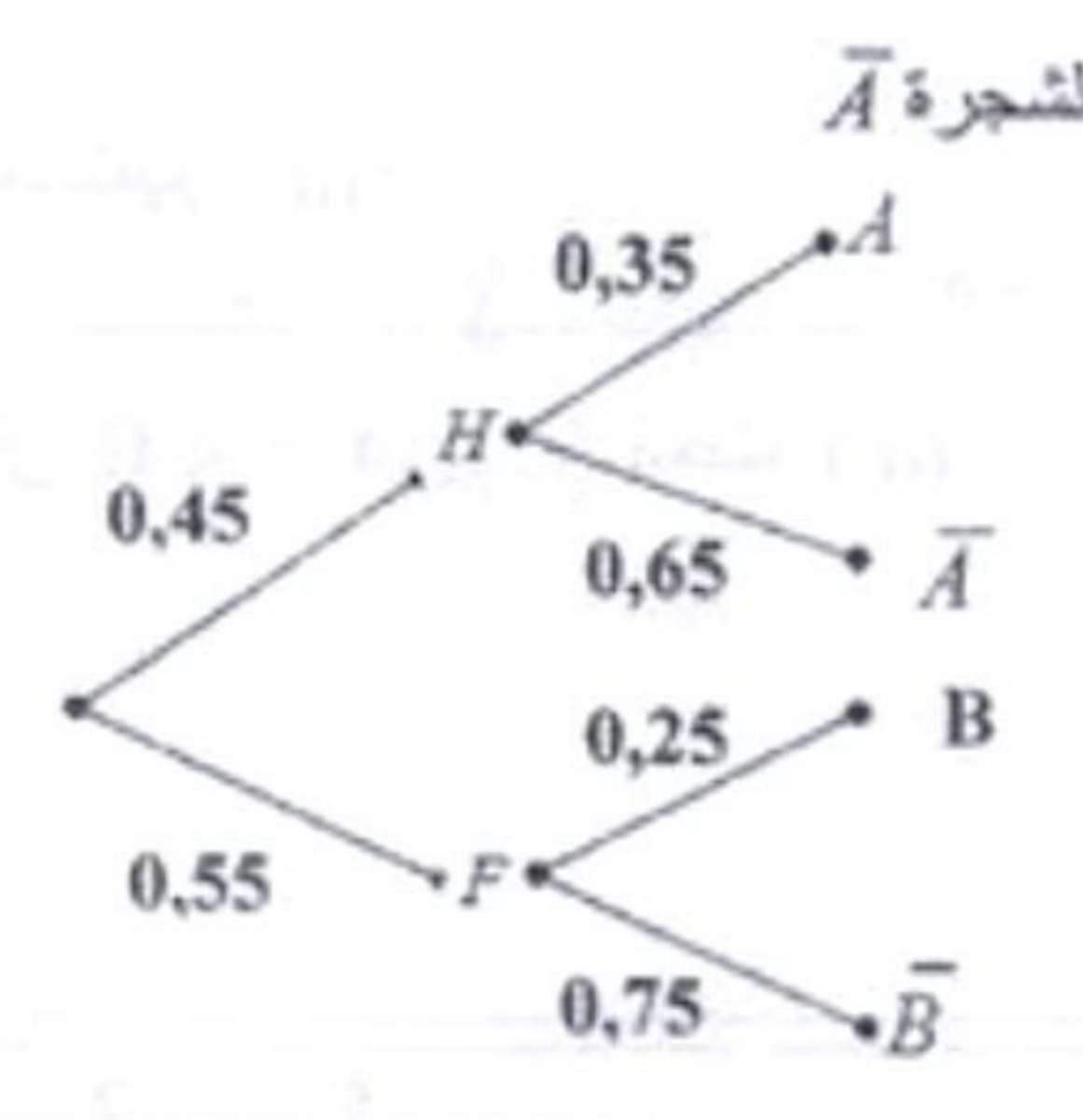
$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}$$

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 الوحدة $1cm$ على محور الفواصل و $4cm$ على محور الترتيب.

- 1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}$.
 - 2) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادله له.
 - 3) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 1$.
 - 4) احسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 - 5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) = 2 - f(x)$. واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.
 - 6) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C).
 - 7) أ. احسب التكامل: $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$.
- ب. احسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 1$.

التصحيح الرسمي لموضوع الرياضيات شعبة تسيير و اقتصاد بكالوريا 2011

الإجابة النموذجية وسلم التقطيع لموضوع امتحان البكالوريا دورة: جوان 2011
اختبار مادة: الرياضيات الشعبة: تسيير و الاقتصاد المدة: 3 س و 30 د

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
الموضوع الأول		
03	0,5×2	تمرين 1: (03 نقاط) (1) الاقتراح الصحيح هو : أ. $\left[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right]$ لأن: $0 < -3x + 2 \leq 3$ تكافئ $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3}$
	0,5×2	(2) الاقتراح الصحيح هو : ب. $F(x) = -1 + \ln x$ لأن: $\int_{e^t}^x \frac{1}{t} dt = -1 + \ln x$
	0,5×2	(3) الاقتراح الصحيح هو : ج. $\frac{1}{3}$ لأن: $\frac{1}{2 - (-2)} \int_{-2}^2 \frac{x^2}{4} dx = \frac{1}{3}$
04,5	1	تمرين 2: (04,5 نقاط) (1) أ. تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ ب. يمكننا إجراء تعديل خطي لهذه السحابة لأن نقاطها موزعة في شكل متطاول .
	0,25	(2) أ. لدينا النقطة المتوسطة $G(13,6; 38700)$.
	0,5×2	ب. إيجاد مدور a إلى 10^{-3} : $a = 556,356$
	0,75	مدور b إلى 10^{-3} هو $31133,558$
	0,5	(3) أ. أجره موظف له 30 سنة أقدمية هي 47824,238 ديناراً
	0,5	ب. تتجاوز أجره موظف مبلغ 50000 دينار بعد 34 سنة أقدمية.
0,25×5		تمرين 3: (4,5 نقاط) (1) إتمام الشجرة \bar{A}
		

العلامة		عناصر الإجابة											
مجموع	مجزأة												
04,5	0,5	2) أ. احتمال رجل يتحدث لغة أجنبية هو: $0,45 \times 0,35 = 0,1575$											
	0,5	ب. احتمال امرأة لا تتحدث لغة أجنبية هو: $0,55 \times 0,75 = 0,4125$											
	0,75+0,5	ج. احتمال شخص يتحدث لغة أجنبية هو: نرمز بالرمز E إلى الحادثة "اختيار شخص يتحدث لغة أجنبية" $P(E) = 0,45 \times 0,35 + 0,55 \times 0,25 = 0,1575 + 0,1375 = 0,295$											
	0,5x2	3) احتمال أن يكون الشخص المختار امرأة علما أنه يتحدث لغة أجنبية هو: $P_E(F) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)} = \frac{0,55 \times 0,25}{0,295} = 0,4661$											
08	0,5x2	تمرين 4: (08 نقاط) 1) أ. و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$											
	0,25	ب. f هي مجموع دوال قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} :											
	0,75	ولدينا $f'(x) = 2e^{2x} - e^x - 1 = (e^x - 1)(2e^x + 1)$											
	0,5	ج. إشارة $f'(x)$: $-\infty \quad - \quad 0 \quad + \quad +\infty$											
0,5	f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $] -\infty; 0]$												
0,5	جدول تغيرات f : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>$- \quad 0 \quad +$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">-2</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$		$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$
x	$-\infty$	0	$+\infty$										
$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$											
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$										
0,5	2) أ. المستقيم (d) الذي معادلته $y = -x - 2$ يقارب لـ (C) بجوار $-\infty$ لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x - 2)] = 0$												
0,5	دراسة الوضعية النسبية للمنحني (C) والمستقيم (d) : $f(x) - y = e^x(e^x - 1)$ وإشارته: $-\infty \quad - \quad 0 \quad + \quad +\infty$												
0,5	إذا كان $x > 0$ فإن (C) فوق (d) وإذا كان $x < 0$ فإن (C) تحت (d)												
0,5	(C) و (d) يتقاطعان في $A(0; -2)$												

دورة: جوان 2011
المدة: 03 سا و 30 د

تابع الإجابة النموذجية وسلم التقييم لموضوع مقترح لامتحان البكالوريا
اختبار مادة: الرياضيات الشعبة/السلك (*): تسيير والتضاد

		ب. بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة $f(-2,1) \approx 0,00346$ و $f(-2,1) \approx -0,00746$ إذن $-2,11 < \alpha < -2,1$
0,5	 و $f(0,81) \approx -0,0048$ و $f(0,82) \approx 0,0646$ إذن $0,81 < \beta < 0,82$
0,5		التفسير البياني: (C) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و β
0,25		ج. رسم (C) و (d)
0,25+0,75		
0,75	 $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x - \frac{1}{2}x^2 - 2x + c ; c \in \mathbb{R}$ (3)

134

صفحة 3 / 5

(*) الشعبة : خاص بامتحان البكالوريا / السلك: خاص بالامتحانات المهنية

دورة: جوان 2011

المدة: 03 ساء و 30 د

تابع الإجابة النموذجية وسلم التقيط لموضوع مقترح لامتحان البكالوريا

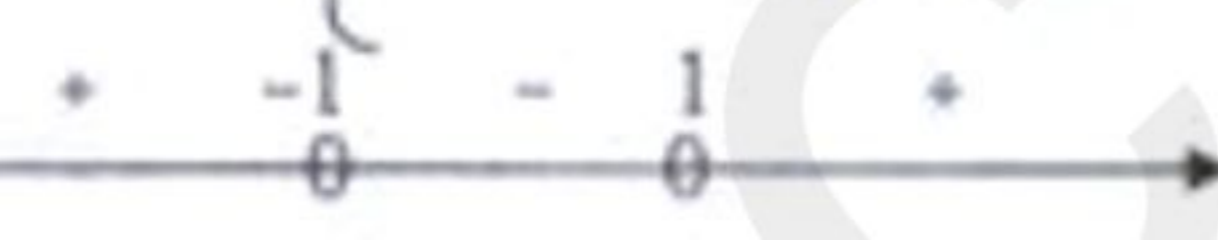
اختيار مادة: الرياضيات الشعبة/السلك (*): تسيير والتصاد

العلامة		الموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	
03	0,5	تمارين 1: (03 نقاط) 1) احتمال أن يكون التلميذ خارجيا هو: $\frac{600}{900} = \frac{2}{3}$
	0,5	2) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى هو: $\frac{250+100}{900} = \frac{7}{18}$
	0,5	3) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا هو: $\frac{250}{900} = \frac{5}{18}$
	0,75	4) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى علما أنه خارجي. $\frac{5}{18} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{12}$ أو $\frac{250}{600} = \frac{5}{12}$
	0,75	و جداء احتماليهما هو: $\frac{7}{27} \neq \frac{5}{18}$ و $\frac{7}{18} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{27}$
05,5	0,25×2	تمارين 2: (05,5 نقطة) 1) $u_2 = \frac{9}{25}$ و $u_1 = \frac{2}{5}$
	0,25	2) $u_0 > \frac{1}{3}$ محققة لأن: $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$
	0,5	نفرض $u_n > \frac{1}{3}$ ومنه $\frac{2}{5} \times u_n + \frac{1}{5} > \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ أي: $u_{n+1} > \frac{1}{3}$
	0,25	وعليه من أجل كل n من N فإن $u_n > \frac{1}{3}$
	0,75	3) (u_n) متناقصة تماما لأن: $u_{n+1} - u_n = \frac{-3}{5}(u_n - \frac{1}{3}) < 0$
	0,5	(u_n) متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل
	0,75	4) أ. $v_{n+1} = \frac{2}{5}v_n$
	0,25×2	ب. إذن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{2}{5}$ و حدها الأول $v_0 = \frac{1}{6}$
0,5×2	ج. $u_n = \frac{1}{6} \left(\frac{2}{5}\right)^n + \frac{1}{3}$ و $v_n = \frac{1}{6} \left(\frac{2}{5}\right)^n$	
0,5	د. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{3}$	

135

صفحة 4... / 5...

(*): الشعبة: خاص بالامتحان البكالوريا / السلك: خاص بالامتحانات المهنية

04,5	1	<p>تمرين 3: (4,5 نقطة)</p> <p>(1) تمثيل سحابة النقط</p> <p>(2) النقطة المتوسطة $G(3 ; 3,4)$</p> <p>تمثيل G</p> <p>(3) أ. معادلة المستقيم: $y = 0,48x + 1,96$</p> <p>ب. رسم المستقيم</p> <p>(4) من أجل $x = 10$ رتبة 2015 نجد: $y = 6,76$ (كمية الإنتاج المتوقعة بالطن)</p>																
	0,5×2																	
	0,25																	
	0,5+0,75																	
	0,5																	
07	0,5	<p>تمرين 4: (07 نقاط)</p> <p>(1) $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} + \frac{-x}{x^2 + 1} = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}$</p> <p>(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$</p> <p>(C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = 1$</p> <p>(3) لدينا $f(x) - 1 = \frac{-x}{x^2 + 1}$ إذن لما $x > 0$ تحت (C) (Δ)</p> <p>ولما $x < 0$ فوق (C) (Δ)</p> <p>(4) $f'(x) = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$ وإشارته: </p> <p>f متزايدة تماما على كل من $[1 ; +\infty[$ و $]-\infty ; -1]$ ومتناقصة تماما على $]-1 ; 1]$</p> <table border="1" data-bbox="808 1646 1574 1969"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>-1</th> <th>+1</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>$\frac{3}{2}$</td> <td></td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>(5) $2 - f(x) = f(-x) = 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$</p> <p>النقطة $w(0,1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C)</p> <p>(6) رسم (C) و (Δ)</p> <p>(7) $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} [\ln(x^2 + 1)]_0^1 = \frac{\ln 2}{2}$</p> <p>ب. $A = 4cm^2 \times \int_0^1 f(x) dx = 4cm^2 \int_0^1 (1 - \frac{x}{x^2 + 1}) dx = (4 - 2 \ln 2) cm^2$</p>	x	$-\infty$	-1	+1	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$		$\frac{3}{2}$		1
	x		$-\infty$	-1	+1	$+\infty$												
	$f'(x)$		+	0	-	0	+											
	$f(x)$			$\frac{3}{2}$		1												
	0,25×2																	
	0,25																	
	0,5																	
	0,75																	
	0,5																	
	0,5																	
0,75																		
0,25																		
0,75+0,25																		
0,75																		
0,75																		