

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

وزارة التربية الوطنية

دورة: جوان 2010

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 ساعات ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1/ حل، في مجموعة الأعداد المركبة C ، المعادلة: $(z - 3 + 2i)(z^2 + 6z + 10) = 0$.

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

2/ علم في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, C, D و I ذات

اللاحقات: $z_A = 3 - 2i$ ، $z_C = -3 + i$ ، $z_D = -3 - i$ و $z_I = 1$ على الترتيب.

$$\begin{cases} \arg(z - 3 + 2i) = \arg(z - 1) + \frac{\pi}{2} \\ |z - 3 + 2i| = |z - 1| \end{cases}$$

أ- بين أن الجملة تكافئ: $\frac{z - 3 + 2i}{z - 1} = i$ ثم عين قيمة z .

ب- النقطة التي لاحقها $z_B = 3$ ، تحقق أن: $\overline{AB} = \overline{DC}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

ج- لتكن J النقطة التي لاحقها $z_J = 1 - 2i$. حيث: $z_J = 1 - 2i$.

اكتب على الشكل الأسّي العدد المركب Z حيث: $Z = \frac{z_A - z_I}{z_B - z_J}$.

تحقق أن: $\overline{AB} = \overline{JI}$. ما هي طبيعة الرباعي $ABIJ$ ؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(3; -1; 2)$ و $B(1; 2; 1)$ والمستوي (P) الذي معادلته $x - 2y + 3z - 7 = 0$.

1/ عين إحداثيات النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب.

2/ عين طبيعة وعناصر (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\|3\overline{MA} + \overline{MB}\| = 4$.

3/ أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة G ويعامد المستوي (P) .

ب- عين إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و (Δ) .

ج- احسب المسافة بين G و المستوي (P) .

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t + 2\lambda \\ z = 2 - t + 2\lambda \end{cases}$$

حيث t و λ عدنان حقيقيان

4/ نعرف المستوي (P') بتمثيله الوسيط:

أثبت أن (P) و (P') متقاطعان و اكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

$$f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)} \quad \text{بالعبارة: } \mathbb{R}^* \text{ المعرفة على}$$

ليكن (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث: $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من \mathbb{R}^*

2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها.

3. بيّن أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أ - (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$.

بيّن أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب - بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,9 < x_0 < 0,91$

$$\text{و } -1,65 < x_1 < -1,66$$

ج - احسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x) + f(-x)$.

فسّر النتيجة هندسيا.

د - ارسم (D) و (D') و (C_f) .

هـ - m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

5. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = [f(x)]^2$

ادرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .

التمرين الرابع: (03 نقاط)

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كما يلي:

$$n = \overline{11\alpha 00} \quad \text{حيث } \alpha \text{ عدد طبيعي.}$$

1- عين α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3.

2- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5.

استنتج قيمة α التي تجعل n قابلا للقسمة على 15.

3- نأخذ $\alpha = 4$ اكتب العدد n في النظام العشري.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

(1) أ - اكتب على الشكل الآسي العدد المركب a حيث: $a = -2 + 2i\sqrt{3}$

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

ب- حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2 = -2 + 2i\sqrt{3}$

(2) ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

A و B و C النقط التي لاحقاتها $Z_A = -2$ و $Z_B = -1 - \sqrt{3}i$ و $Z_C = 1 + \sqrt{3}i$ على الترتيب.

أ- احسب طولية العدد المركب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ وعمدة له.

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC.

(3) لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg(\bar{z} + 2) = \frac{\pi}{3}$.

أ- تحقق أن B تنتمي إلى (E) .

ب- عين المجموعة (E) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1- عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13.

2- تحقق أن: $(10^{2008})^2 + 10^{2008} + 1 \equiv 0 [13]$.

3- عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $10^{2n} + 10^n + 1 \equiv 0 [13]$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين:

$A(3; -2; 2)$ ، $B(0; 4; -1)$.

(1) اكتب معادلة للمستوي (p_1) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1; 0; -1)$ شعاع ناظمي له.

(2) (p_2) المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) ويعامد المستوي (p_1) .

أ- بين أن $\vec{v}(1; 1; 1)$ شعاع ناظمي لـ (p_2) .

ب- اكتب معادلة لـ (p_2) .

(3) نعتبر النقطتين C و D حيث $C(6; 1; 5)$ و D معرفة بـ: $\overline{CD}(0; -3; -6)$.

أ- بين أن المثلث ACD قائم في A واحسب مساحته.

ب- بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (ACD) .

ج- احسب حجم رباعي الوجوه $ACDB$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- أثبت أن الدالة f فردية.

ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$

ج- ادرس تغيرات الدالة f .

2) أ- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

ج- بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$ ، ثم استنتج معادلة

(d') المستقيم المقارب الآخر.

د- ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

3) g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = |x| \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \right)$

أ- بين أن الدالة g زوجية.

ب- انطلاقاً من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

الإجابة النموذجية و سلم التنقيط

امتحان شهادة البكالوريا دورة : 2010

اختبار مادة : الرياضيات الشعب (ة) : تقني رياضي

العلامة		عناصر الإجابة	محلور الموضوع
مجموع	مجزأة		
05		الموضوع الأول	أعداد مركبة و تحويلات نقطية
		تمرين 1: (5 نقاط)	
	0.50	1/ حلول المعادلة $(z - 3 + 2i)(z^2 + 6z + 10) = 0$ $\Delta' = i^2$	
	0.75	$z_2 = -3 - i$, $z_1 = -3 + i$, $z_0 = 3 - 2i$	
	0.75	2/ تعميم النقط A, C, D في المستوي	
	0.5	3/ - الجملة تكافئ $\frac{z - 3 + 2i}{z - 1} = i$	
	0.25	$Z = 3$	
	0.5	ب- التحقق من أن $\overline{AB} = \overline{DC}$	
	0.25	الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع	
	0.5	4/ الكتابتان الجبرية والأسية للعدد $Z : Z = -i$, $Z = e^{\frac{3\pi}{2}}$	
0.5+0.5	التحقق أن $\overline{AB} = \overline{JI}$ وطبيعة الرباعي $ABIJ$ مربع		
05		تمرين 2: (5 نقاط)	هندسة فضائية
	01	1/ $G(\frac{10}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{7}{4})$	
	01	2/ المجموعة (Γ) هي سطح كرة مركزها G ونصف قطرها 1	
	0.5	3/ أ - تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) : $\begin{cases} x = \frac{10}{4} + u \\ y = -\frac{1}{4} - 2u \\ z = \frac{7}{4} + 3u \end{cases} u \in \mathbb{R}$	
	0.75	ب - إحداثيات $H(\frac{135}{56}, -\frac{4}{56}, \frac{83}{56})$	
	0.75	ج - $d(G, p) = \frac{5}{4\sqrt{14}}$	
	0.5	4/ بحل الجملة المشكلة من معادلة (P) وتمثيل وسيطي (P') نجد:	
	+	$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases} t \in \mathbb{R} \quad \lambda = 2t$	
	0.5	إيجاد شعاع ناظمي لـ (P') : $\vec{n}_p(2; -1; 1)$ وتبيان \vec{n}_p لا يوازي \vec{n}_p	
		إيجاد التمثيل الوسيطي (غير وحيد)	

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع																
مجموع	مجزأة																		
		تمرين 3: (7 نقاط)																	
	0.25 1. $(a, b) = (1, -4)$ ، $f(x) = x + \frac{-4}{3(e^x - 1)}$																	
	4×0.25 2. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$																	
	0.25+0.5 3. $f'(x) > 0$ ، $f'(x) = 1 + \frac{4e^x}{3(e^x - 1)^2}$																	
	0.25 جدول التغيرات																	
	0.25 4. - $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$ ، $y = x$ م.م.م																	
07	0.25 (C_f) أسفل (D) في جوار $+\infty$																	
	0.25 $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + \frac{4}{3})] = 0$ ، $y = x + \frac{4}{3}$ م.م.م (D')																	
	0.25 (C_f) فوق (D') في جوار $-\infty$																	
	2×0.5	$f(x_0) = 0$ و $0,9 < x_0 < 0,91$ نظرية القيم المتوسطة $f(x_1) = 0$ و $-1,66 < x_1 < -1,65$																	
	2×0.25 ج- $f(x) + f(-x) = \frac{4}{3}$ مركز تناظر (C_f) $\omega(0, \frac{2}{3})$	الدوال العددية																
	0.5+0.25 د- رسم (D) و (D') و C_f																	
	0.25 ه- $m < 0$ أو $m > \frac{4}{3}$ حل وحيد																	
	0.25 $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$ لا توجد حلول																	
		5. مركب الدالتين f والدالة مربع $(g'(x) = 2f(x)f'(x))$.																	
	1	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">x_1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">x_0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">g'</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$g(x)$</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">$f(x_1)$</td> <td style="text-align: center;">$f(x_0)$</td> <td></td> </tr> </table>	x	x_1	0	x_0	g'	-	+	-	$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$		$f(x_1)$	$f(x_0)$		
x	x_1	0	x_0																
g'	-	+	-																
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$																
	$f(x_1)$	$f(x_0)$																	

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
مجموع	مجزأة		
03	0.5	<p>تمرين 4: (3 نقط)</p> $n = 11\alpha 00$ $0 \leq \alpha \leq 6, n = 49\alpha + 2744$ <p>.....</p> <p>1/ لدينا $n \equiv 0[3]$ معناه $\alpha + 2 \equiv 0[3]$ أي $\alpha \equiv 1[3]$</p>	
	0.75	<p>ومنه $\alpha \in \{1, 4\}$</p> <p>.....</p> <p>2/ $n \equiv 0[5]$ معناه $4\alpha + 4 \equiv 0[5]$ أي $\alpha + 1 \equiv 0[5]$</p>	
	0.75	<p>ومنه $\alpha \equiv 4[5]$ إذن $\alpha = 4$</p> <p>.....</p>	
	0.5	<p>n يقبل القسمة على 15 إذا وفقط إذا كان $\alpha = 4$</p> <p>.....</p>	
	0.5	<p>3/ من أجل $\alpha = 4$ نجد : $n = 2940$</p> <p>.....</p>	

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
مجموع	مجزأة		
05		الموضوع الثاني	الأعداد المركب
		التمرين الأول : (05 ن)	
	0.75 (1) $a = 4e^{\frac{2\pi}{3}} - i$	
	0.5 ب - بوضع $Z = re^{i\theta}$ ينتج $r^2 e^{i2\theta} = 4e^{i\frac{2\pi}{3}}$	
	2×0.5 ومنه $Z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ أو $Z = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$	
	3×0.5 (2) أ- $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = i\sqrt{3}$ ؛ $\left \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right = \sqrt{3}$ ؛ $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$	
0.25 ب- المثلث ABC قائم في A		
0.5 (3) أ- $\bar{z}_n + 2 = 1 + \sqrt{3}i$ ، $\arg(\bar{z} + 2) = \frac{\pi}{3}$ ، $(B \in E)$		
	 ب- $\arg(Z + 2) = -\arg(\bar{z} + 2) = -\frac{\pi}{3}$	
0.5 $E = [AB) - \{A\}$		
04		التمرين الثاني : (04 ن)	الموافقات
	6×0.25 (1) $n = 6k$ الباقي 1 ، $n = 6k + 3$ الباقي 12	
	 $n = 6k + 1$ الباقي 10 ، $n = 6k + 4$ الباقي 3	
1 (2) $2008 \equiv 4[6]$ و $10^{2008} \equiv 3[6]$ ومنه $(10^{2008})^2 + 10^{2008} + 1 \equiv 0[13]$		
6×0.25 (3) $n = 6k + 2$ أو $n = 6k + 4$ حيث $k \in \mathbb{N}$		
05		التمرين الثالث : (05 ن)	تطبيقات الجداء السلمي في الفضاء -
	0.5 (1) $(P_1): x - z - 1 = 0$	
	2×0.5 (2) أ- $\vec{v} \cdot \vec{u} = 0$ ، $\vec{v} \cdot \overline{AB} = 0$ ومنه \vec{v} ناظمي لـ (P_2) .	
	0.5 ب- معادلة (P_2) : $x + y + z - 3 = 0$	
	2×0.5 (3) أ) $\overline{AC} \cdot \overline{AD} = 0$ المثلث ACD قائم في A ، مساحته : $S = \frac{9\sqrt{6}}{2} ua$	
2×0.5 ب) $\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 0$ و $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$		
2×0.5 ج) $v = \frac{1}{3} S \times AB = 27uv$		

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع	
مجموع	مجزأة			
06		التمرين الرابع: (06 نقاط)	الدوال الصماء	
		0.25	 (أ) f دالة فردية
		0.5	 (ب) $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$
		2×0.25	 (ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
		0.5	 f متزايدة تماما على \mathbb{R} . $(f'(x) > 0)$
		0.25	 جدول تغيراتها
		0.5	 (أ) $(T) : y = 2x$
		0.5	 (ب) إشارة $f(x) - 2x$ و (C_f) يخرق (T) في المبدأ O .
		0.25	 المبدأ O نقطة انعطاف لـ (C_f) .
		0.5	 (ج) (d) مستقيم مقارب مائل معادلته $y = x + 1$ في جوار $+\infty$
		0.5	 (d') : $y = x - 1$ مقارب (C_f) في جوار $-\infty$
		1	 (ج) رسم $(C_f), (d'), (d)$
		0.25	 (أ) g دالة زوجية
		0.5	 (ب) رسم (C_g)