

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: جوان 2013

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(3; -2; -1)$ ، $B(5; -3; 2)$ ، $C(2; 3; 2)$ و $D(1; -5; -2)$.

- (1) بين أن النقط A و B و C تعين مستويا؛ نرسم له بالرمز (P) .
- (2) بين أن الشعاع $\vec{n}(2; 1; -1)$ ناظمي للمستوي (P) ، ثم جد معادلة ديكرتية للمستوي (P) .
- (3) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و يعامد (P) .
ب) عين إحداثيات النقطة E ؛ المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (P) .
- (4) H المسقط العمودي للنقطة D على المستقيم (AB) ، و λ العدد الحقيقي حيث: $\vec{AH} = \lambda \vec{AB}$.

$$\text{أ) بين أن: } \lambda = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AB}}{\|\vec{AB}\|^2}$$

- ب) استنتج العدد الحقيقي λ و إحداثيات النقطة H ، ثم المسافة بين النقطة D والمستقيم (AB) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z : $2z^2 + 6z + 17 = 0$.
- (2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A و B و C لاحتقاتها على

$$\text{الترتيب: } z_A = -4 \text{ و } z_B = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i \text{ و } z_C = -\frac{3}{2} - \frac{5}{2}i$$

- احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

- (3) أ) عين z_D و z_E لاحتقتي النقطتين D و E على الترتيب حتى يكون الرباعي $BCDE$ مربعا مركزه A .

ب) عين (Γ_1) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME}\| = 10\sqrt{2}$

- (4) (Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي، ذات اللاحقة z حيث: $\arg(z + 4) = \frac{\pi}{4}$.

- تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ_2) ، ثم عين المجموعة (Γ_2) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

$$u_0 = e^2 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n : u_n = \sqrt{\frac{u_{n-1}}{e}}$$

$$v_n = \frac{1}{2} \ln u_n + \frac{1}{2} \text{ كما يلي: } (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N}$$

(1) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثمّ احسب حدها الأول.

(2) اكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n ؛ حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، ثمّ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

(4) احسب بدلالة n الجداء P_n ؛ حيث: $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$ ، ثمّ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- الدالة g معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1; +\infty[$.

(2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,31 < \alpha < 0,32$ وأن:

$$\ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2$$

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II - الدالة f معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) أثبت أنه، من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(4) بيّن أن: $f(\alpha) = (\alpha+1)^2 (1 + (\alpha+1)^2)$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(5) ممثّل المنحنى (C_f) على المجال $]-1; 2]$.

III - المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $h(x) = \ln(x+1)$

A النقطة ذات الإحداثيتين $(-1; 2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x .

(1) أثبت أن المسافة AM تعطى بالعلاقة $AM = \sqrt{f(x)}$.

(2) الدالة k معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $k(x) = \sqrt{f(x)}$

(أ) بيّن أن للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1; +\infty[$.

(ب) عيّن إحداثيتي النقطة B من (Γ) ، بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن.

(ج) بيّن أن: $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2 + 1}$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(2; -5; 4)$ و $B(3; -4; 6)$

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

و المستقيم (Δ) المعروف بالتمثيل الوسيطى التالي:

1- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من النقطتين A و B .

ب) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) .

2- (P) المستوي الذي يشمل (D) و يوازي (Δ) .

- برهن أن $\vec{n}(3; 1; -2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) ، ثم عيّن معادلة ديكرتية للمستوي (P) .

3- M نقطة كيفية من (Δ) و N نقطة كيفية من (D) .

أ) عيّن إحداثيات النقطتين M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (Δ) و (D) .

ب) احسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (P) .

التمرين الثاني: (04.5 نقطة)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z : $(z + 5 - i\sqrt{3})(z^2 + 2z + 4) = 0$.

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A و B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب

$$z_A = -1 - i\sqrt{3} \quad \text{و} \quad z_B = -1 + i\sqrt{3} \quad \text{و} \quad z_C = -5 + i\sqrt{3}$$

S التشابه المباشر الذي يحول A إلى C ويحول O إلى B .

- جد الكتابة المركبة للتشابه المباشر S ، ثم عيّن العناصر المميزة له.

3) أ) عيّن z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A; 2), (B; -1), (C; 1)\}$.

ب) اكتب العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A}$ على الشكل الأسى، ثم استنتج طبيعة المثلث ABD .

ج) عيّن المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث: $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$

التمرين الثالث: (03.5 نقطة)

x و y عدنان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية: $11x + 7y = 1$.

1) أ) عيّن $(x_0; y_0)$ ؛ حل المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0 + y_0 = -1$.

ب) استنتج حلول المعادلة (E) .

2) a و b عدنان طبيعيان و S العدد الذي يحقق: $\begin{cases} S = 11a + 1 \\ S = 7b + 2 \end{cases}$

أ) بيّن أن $(a; -b)$ حل للمعادلة (E) .

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد S على 77؟

(3) n عدد طبيعي باقي قسمته على 11 هو 1 وباقي قسمته على 7 هو 2 .

عين أكبر قيمة للعدد n حتى يكون $n < 2013$.

التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

I - الدالة g معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = (x-1)e^x$.

(1) ادرس تغيرات g .

(2) بين أنه، من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + (x-1)e^x \geq 0$.

II - الدالة f معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$; $x > 0$
 $f(0) = 1$

(1 - أ) بين أن f مستمرة على $[0; +\infty[$.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2 - أ) تحقق أنه، من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 + (x-1)e^x}{x^2}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

III - n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$; f_n الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$.

و (C_n) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f_n على $]0; +\infty[$.

2- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x)$.

3- ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

4- بين أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثياتها.

5- أ) بين أنه، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0,3; 0,4[$ بحيث $f_1(\alpha_1) = 0$.

(ب) بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإن: $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي

وحيد α_n من $]\alpha_1; 1[$ بحيث $f_n(\alpha_n) = 0$.

6- أ) بالاعتماد على الجزء II؛ بين أنه، من أجل كل x من $]0; 1[$: $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$.

(ب) استنتج أنه، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$ ، ثم $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$.

(ج) جد نهاية المتتالية (α_n) .

الإجابة النموذجية

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
04	0.5	التمرين الأول: (04 نقاط) 1- لدينا: $\vec{AB}(2;-1;3)$ و $\vec{AC}(-1;5;3)$ الشعاعان \vec{AB} و \vec{AC} غير مرتبطين خطيا إذن النقط A ، B و C تعين مستويا (P) .
	0.5 + 0.5	2- لدينا $\vec{nAB}=0$ و $\vec{nAC}=0$ ومنه \vec{n} عمودي على الشعاعين \vec{AB} و \vec{AC} - معادلة (P) هي : $2x + y - z - 5 = 0$.
	0.5	3- أ- تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو : $(t \in \mathbb{R})$: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -5 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$
	0.5	ب- إحداثيات النقطة E هي $(3;-4;-3)$.
	0.75	4- أ- لدينا: $\vec{AH} = \lambda \vec{AB}$ ومنه $\vec{AH} \cdot \vec{AB} = \lambda \vec{AB} \cdot \vec{AB}$ وبما أن H مسقط عمودي لـ D على (AB) فإن: $\vec{AD} \cdot \vec{AB} = \lambda \vec{AB} \cdot \vec{AB}$ ومنه : $\lambda = \frac{\vec{AD} \cdot \vec{AB}}{\ \vec{AB}\ ^2}$
	0.25	ب- استنتاج العدد الحقيقي λ : لدينا: $\vec{AD}(-2;-3;-1)$ ومنه : $\lambda = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}$
	0.25 + 0.25	إحداثيات H هي : $\left(\frac{17}{7}; -\frac{12}{7}; -\frac{13}{7}\right)$ و $d(D;(AB)) = DH = \frac{3\sqrt{70}}{7}$
	05	0.75
0.5 + 0.5 + 0.5		2- أ- طول $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ وعمدة له : لدينا : $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} = i$ ومنه : $\left \frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} \right = 1$ ويعني : $\frac{AB}{AC} = 1$ و $\arg\left(\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}\right) = \frac{\pi}{2}$ ويعني : $(\vec{AC}; \vec{AB}) = \frac{\pi}{2}$.
0.5		ب- طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
	0.5 +	3- أ- تعيين z_D و z_E : A منتصف القطعتين $[BD]$ و $[CE]$ ومنه: $z_D = 2z_A - z_B = -\frac{13}{2} - \frac{5}{2}i$ و $z_E = 2z_A - z_C = -\frac{13}{2} + \frac{5}{2}i$
	0.5	ب- تعيين مجموعة النقط (Γ_1) : لدينا : $\ \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME}\ = 4MA$ ومنه $MA = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ، إذن (Γ_1) هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
	0.25 +	4- التحقق أن B تنتمي إلى (Γ_2) : $B \in (\Gamma_2)$ يعني $\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$ لدينا: $z_B + 4 = \frac{5}{2}(1+i)$ ومنه : $\arg(z_B + 4) = \frac{\pi}{4}$ ، إذن : $B \in (\Gamma_2)$
	0.5	- تعيين (Γ_2) : لدينا $\arg(z + 4) = \frac{\pi}{4}$ أي $\arg(z - z_A) = \frac{\pi}{4}$ وتعني $(\vec{u}; \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{4}$ ، إذن (Γ_2) هي نصف المستقيم $[AM)$ الذي يشمل النقطة B باستثناء النقطة A .
		التمرين الثالث: (04 نقاط)
	+ 0.5 +0.25 0.25	1/ $v_n = \frac{1}{2}v_{n-1}$ ، متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و $v_0 = \frac{3}{2}$
	+0.5 0.5	2/ $u_n = e^{3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$ ، $v_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$
	+ 0.5 0.5	3/ $S_n = 3(1 - 2^{-n-1})$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 3$
	+ 0.5 0.5	4/ $p_n = e^{6\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) - (n+1)}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = 0$

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول
مجموع	مجزأة	
07	0.5 +	التمرين الرابع: (07 نقاط) I -1 اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1; +\infty[$. $g'(x) = \frac{2(x+1)^2 + 1}{x+1}$ ومنه $g'(x) > 0$ من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ إذن g متزايدة تماما على المجال $]-1; +\infty[$.
	0.75 +	2- بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة: نجد $g(\alpha) = 0$ و $\ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2$. $g(0,31) \times g(0,32) < 0$
	0.25	3- إشارة $g(x)$: $g(x) \leq 0$ لـ $x \in]-1; \alpha]$ و $g(x) \geq 0$ لـ $x \in [\alpha; +\infty[$.
	0.5	II -1 نهايتا الدالة f : $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
	0.5	2- التحقق أن: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$
	0.5	3- اتجاه تغير الدالة f : إشارة $f'(x)$ كإشارة $g(x)$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-1; \alpha]$ و متزايدة تماما على المجال $[\alpha; +\infty[$.
	0.5	- جدول تغيرات الدالة f .
	0.25	4- تبيان أن: $f(\alpha) = (\alpha+1)^2 (1 + (\alpha+1)^2)$.
	0.25	- استنتاج حصر لعدد $f(\alpha)$: $4,66 < f(\alpha) < 4,77$.
	0.5	5- تمثيل المنحنى (C_f) على المجال $]-1, 2]$.
	0.5	III -1 إثبات أن المسافة AM تعطى بالعلاقة $AM = \sqrt{f(x)}$: لدينا: $AM = \sqrt{(x+1)^2 + (\ln(x+1) - 2)^2} = \sqrt{f(x)}$.
	0.5	2- أ- تبيان أن للدالتين k و f نفس نفس اتجاه التغير على المجال $]-1; +\infty[$.
	0.5	ب- تعيين إحداثيتي النقطة B من (Γ) بحيث تكون المسافة AM أصغر ما يمكن. $B(\alpha; \ln(\alpha+1))$ أو $B(\alpha; 2 - (\alpha+1)^2)$
	0.25	ج- تبيان أن: $AB = (\alpha+1)\sqrt{(\alpha+1)^2 + 1}$

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني:
مجموع	مجزأة	
04.5		التمرين الأول: (04.5 نقطة)
	0.75	1- أ- تمثيل وسيطي للمستقيم (D) هو: $\begin{cases} x = 2 + k \\ y = -5 + k \\ z = 4 + 2k \end{cases}$; $(k \in \mathbb{R})$
	0.75	ب- الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) : ليسا من نفس المستوي .
	0.5	2- $\vec{n}(3;1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) لأن $\vec{n} \perp \vec{u}_{(\Delta)}$ و $\vec{n} \perp \vec{AB}$.
	0.5	- معادلة المستوي (P) هي: $3x + y - 2z + 7 = 0$
	+0.5 0.5	3- أ- إحداثيات M و N : $M\left(\frac{37}{7}; \frac{-16}{7}; \frac{58}{7}\right)$ ، $N\left(\frac{31}{7}; \frac{-18}{7}; \frac{62}{7}\right)$.
	0.5	- الطول MN : $MN = \frac{2\sqrt{14}}{7}$.
0.5	ب- حساب المسافة بين نقطة كيفية من (P) و (Δ) : $d(M;(P)) = \frac{2\sqrt{14}}{7}$	
04.5		التمرين الثاني: (04.5 نقطة)
	01	1- مجموعة الحلول هي S حيث: $S = \{-5 + i\sqrt{3}; -1 - i\sqrt{3}; -1 + i\sqrt{3}\}$.
	0.5	2- الصيغة المركبة للتشابه المباشر S هي: $z' = (1 - i\sqrt{3})z - 1 + i\sqrt{3}$
	0.75	العناصر المميزة: النسبة: $k = 2$ ، الزاوية: $\theta = -\frac{\pi}{3}$ ، لاحقة المركز: $z_\omega = 1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}$.
	0.5	3- أ- تعيين z_D : $z_D = \frac{1}{2}(2z_A - z_B + z_C) = -3 - i\sqrt{3}$
	0.25+ 0.5	ب- الشكل الأسّي للعدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A} = -i\sqrt{3} = \sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{2}}$.
	0.25	- طبيعة المثلث ABD : المثلث ABD قائم في A .
0.75	ج- تعيين (Γ) : $DM = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$ ، أي (Γ) هي دائرة مركزها D ونصف قطرها $\sqrt{3}$.	
03.5		التمرين الثالث: (03.5 نقطة)
	0.5	1. أ- $\begin{cases} 11x_0 + 7y_0 = 1 \\ x_0 + y_0 = -1 \end{cases}$ ومنه $(x_0; y_0) = (2; -3)$
0.5×2	ب) حلول المعادلة (E) هي: $k \in \mathbb{Z}$: $\begin{cases} x = 7k + 2 \\ y = -11k - 3 \end{cases}$	

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	
	0.75	$\begin{cases} S = 11a + 1 \\ S = 7b + 2 \end{cases} \text{ (i) 2. ومنه } 11a + 7(-b) = 1$
	0.5	<p>إذن $(a; -b)$ حل للمعادلة (E)</p> <p>(ب) $S = 77k + 23$ حيث: $k \in \mathbb{N}$ ومنه باقي قسمة S على 77 هو 23</p>
	0.25	$\begin{cases} n = 11a + 1 \\ n = 7b + 2 \end{cases} \text{ (3) تحقق:}$
	0.5	<p>$n < 2013$ ومنه أكبر قيمة هي: $n = 1948$</p>
	0.5	<p>التمرين الرابع: (07.5 نقاط)</p> <p>(1-I) تغيرات g. $g'(x) = xe^x$</p>
	0.5	<p>(2) $g(x) > -1$ ومنه $1 + g(x) \geq 0$</p>
	0.5 + 0.25	<p>II-1-أ. f مستمرة على $]0; +\infty[$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$</p> <p>ب. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p>
07.5	0.5	<p>2-أ- التحقق أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{e^x(x-1)+1}{x^2}$</p>
	0.25	<p>ب- اتجاه تغير الدالة f: f متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$.</p>
	0.25	<p>- جدول تغيرات الدالة f.</p>
	0.5 + 0.25	<p>III-1- اتجاه تغير الدالة f_n:</p> <p>لدينا من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'_n(x) = f'(x) + \frac{n}{x}$</p> <p>ومنه $f'_n(x) > 0$ وبالتالي الدالة f_n متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$.</p>
	0.25 + 0.25	<p>2- نهايتنا الدالة f_n: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty$.</p>

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	
	0.5	3- الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) : $f_{n+1}(x) - f_n(x) = \ln x$ لما $0 < x < 1$ فإن (C_{n+1}) يقع تحت (C_n) ، ولما $x > 1$ فإن (C_{n+1}) يقع فوق (C_n) و (C_{n+1}) يقطع (C_n) عند النقطة $B(1; e-1)$.
	0.25	4- من السؤال (3) نجد أن جميع المنحنيات تمر من النقطة $B(1; e-1)$. (وتقبل أية طريقة صحيحة)
	0.5	5- أ) تبيان أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $]0,3;0,4[$ بحيث $f_1(\alpha_1) = 0$ $f_1(0,3) \times f_1(0,4) < 0$
	0.5 + 0.5	ب- تبيان أن $f_n(\alpha_1) < 0$ من أجل كل $n > 1$: من السؤال (3): من أجل $x \in]0;1[$ ، $f_{n+1}(x) < f_n(x)$ ، إذن من أجل كل $n > 1$ ، $f_n(x) < f_1(x)$ بما أن $\alpha_1 \in]0,3;0,4[$ فإن $\alpha_1 < 1$ أي: $f_n(\alpha_1) < f_1(\alpha_1)$ ومنه: $f_n(\alpha_1) < 0$. - البرهنة على أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $]\alpha_1;1[$ بحيث: $f_n(\alpha_n) = 0$.
	0.5	6- أ- تبيان أنه من أجل كل x من $]0;1[$ ، $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$. بما أن الدالة f متزايدة تماما على $]0;1[$ فإن $f(x) \leq f(1)$ ومنه $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$.
	0.25 + 0.25	ب- استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1-e}{n}$. $f_n(\alpha_n) = 0$ أي: $\frac{e^{\alpha_n} - 1}{\alpha_n} + n \ln(\alpha_n) = 0$ ومنه $n \ln(\alpha_n) = -\left(\frac{e^{\alpha_n} - 1}{\alpha_n}\right) \geq -(e-1)$ إذن: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{e-1}{n}$. - استنتاج أن $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$ لدينا: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{e-1}{n}$ بتركيب الدالة الأسية نجد $\alpha_n \geq e^{\frac{1-e}{n}}$
	0.25	ج- حساب نهاية المتتالية (α_n) . لدينا: $e^{\frac{1-e}{n}} \leq \alpha_n \leq 1$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{1-e}{n}} = 1$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = 1$.