

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2015

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على

الترتيب z_A و z_B حيث: $z_A = 1 - i$ و $z_B = 3 + 3i$.

(1) أ) اكتب z_A ، z_B على الشكل الأسّي.

ب) n عدد طبيعي، عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا.

ج) z عدد مركب حيث: $\frac{z}{z_A} = 4e^{i\frac{\pi}{12}}$ ؛ احسب طولية العدد z وعمدة له، ثم اكتب $\frac{z}{z_A}$ على الشكل الجبري.

د) استنتج $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$.

(2) أ) احسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) احسب z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة $\{(A; -1), (B; 1), (C; 1)\}$ ، ثم بيّن أن $ABDC$ مربع.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(1; 2; 2)$ ، $B(2; 0; 2)$ ، $C(-2; 3; 7)$

والمستوي (\mathcal{P}) المعروف بالتمثيل الوسيطى: $\begin{cases} x = 2 + \beta \\ y = -1 - 3\alpha - \beta \\ z = -\alpha \end{cases}$ و α و β وسيطان حقيقيان.

(1) أ) بيّن أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(2; 1; 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

(2) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (\mathcal{P}) ، ثم بيّن أن المستويين (\mathcal{P}) و (ABC) متعامدان.

ب) بيّن أن تقاطع (\mathcal{P}) و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطى: $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -4 - 7t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$

(3) أ) عيّن إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; 1), (C; -1)\}$.

- (ب) احسب المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) .
- 4) لتكن (\mathcal{P}') مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $(\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}) \cdot \vec{u} = 0$ (\vec{u} هو شعاع توجيه (Δ)).
- (أ) بين أن المجموعة (\mathcal{P}') هي مستوي يطلب تعيين عناصره المميزة، ثم استنتج معادلة ديكارتية له.
- (ب) بين أن المستويات الثلاثة (\mathcal{P}) ، (ABC) و (\mathcal{P}') تتقاطع في نقطة واحدة E ، ثم عين إحداثيات E .
- (ج) احسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة H والمستقيم (Δ) .

التمرين الثالث: (03.5 نقطة)

- 1) (أ) عين ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 8^n على 13 .
 (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $3 - 2014^{2037} + 42 \times 138^{2015}$ على 13 .
- 2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n} [13]$ ،
 (ب) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0 [13]$.

التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

- I) $h(x) = (x+2)^2 + 2 - 2\ln(x+2)$: بما يلي $]-2; +\infty[$ المجال
- 1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} h(x)$
- 2) ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .
- 3) استنتج أنه من أجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $h(x) > 0$.
- II) $f(x) = x + 1 + \frac{2}{x+2} \ln(x+2)$: بما يلي $]-2; +\infty[$ المجال
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm).
- 1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- 2) (أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+2)^2}$
- (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- 3) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
 (ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
- 4) (أ) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها.
 (ب) ارسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .
 (ج) احسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها: $y = 0$ ، $x = -1$ و $x = 1$.

III) $g(x) = |x+1| + \frac{2}{x+2} |\ln(x+2)|$: بما يلي $]-2; +\infty[$ المجال

1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ ؛ ماذا تستنتج بالنسبة إلى g ؟

2) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

3) انطلاقا من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(2;3;1)$ ، $B(1;2;-2)$

$$\cdot \begin{cases} x=1 \\ y=1-t ; (t \in \mathbb{R}) \\ z=3+2t \end{cases}$$

(1) أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له .

ب) عيّن إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) .

(2) (\mathcal{P}) المستوي المعين بالمستقيمين (D) و (Δ) .

بيّن أن $\vec{n}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (\mathcal{P}) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

(3) أ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (\mathcal{Q}) الذي يشمل النقطة B ويعامد المستقيم (Δ) .

ب) عيّن إحداثيات النقطة E المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (Δ) .

ج) احسب المسافة بين النقطة B والمستقيم (Δ) .

د) احسب مساحة المثلث BEC .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) حل في \mathbb{C} مجموعة الأعداد المركبة، المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 4(\sin \theta)z + 4 = 0 \dots (I)$ حيث θ وسيط حقيقي .

(2) من أجل $\theta = \frac{\pi}{3}$ نرمز إلى حلي المعادلة (I) بـ z_1 و z_2 . اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسّي .

(3) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B و C التي لاحقاتها على

$$\text{الترتيب: } z_A = \sqrt{3} + i, z_B = \sqrt{3} - i, z_C = 3\sqrt{3} + i$$

أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسّي . واستنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ويطلب تعيين نسبته وزاوية له .

ج) عيّن لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالانسحاب t الذي شعاعه \overline{AC} ، ثم حدّد طبيعة الرباعي $ABDC$.

(4) أ) عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z - z_C}{z - z_B}$ تخيلي صرف مع $z \neq z_B$.

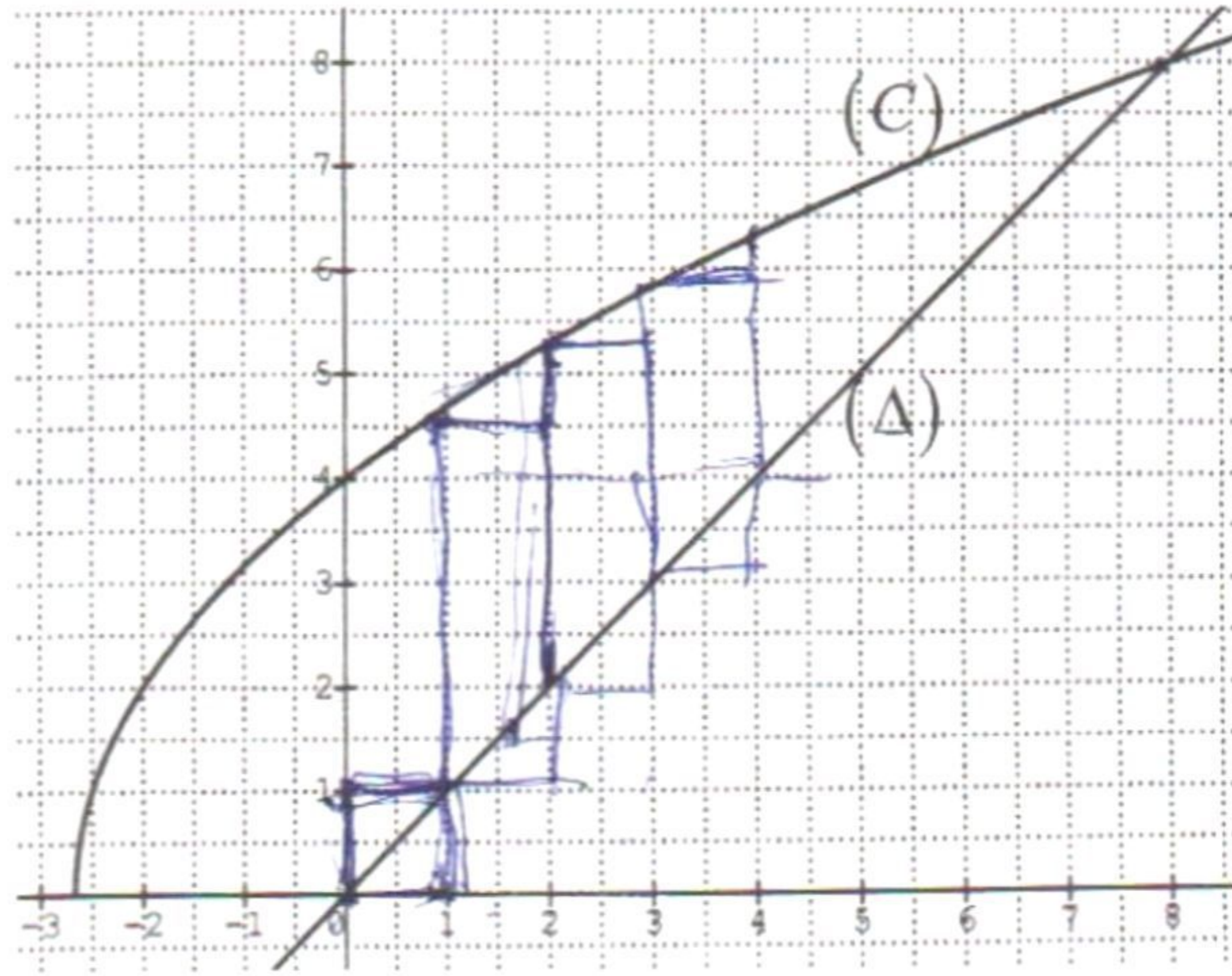
ب) عيّن (Γ_2) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\frac{z - z_C}{z - z_B}$ حقيقيا مع $z \neq z_B$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بعدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$

(1) h الدالة المعرفة على المجال $\left[-\frac{8}{3}; +\infty\right[$ بما يلي: $h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس و (Δ) المستقيم ذو معادلة $y = x$ (أنظر الشكل في الصفحة الموالية).



(أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حسابها وموضحا خطوط الإنشاء).

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها.

(2) (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n < 8$.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16 + u_n}}$$

(ج) استنتج اتجاه تغير (u_n) .

(3) (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = (x + 2)e^x - 2$.

(1) احسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) احسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(II) الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^x$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$.

(ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(ج) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

(3) (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $0,92 < \alpha < 0,93$ و $-1,56 < \beta < -1,55$.

(ب) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

(4) (أ) بين أن الدالة: $x \mapsto xe^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x + 1)e^x$ على \mathbb{R} .

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما:

$x = 0$ ، $x = \alpha$ (حيث α هي القيمة المعرفة في السؤال (3) (أ)).

(ج) جد حصر العدد A .

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة		
04 نقاط		التمرين الأول: (04 نقاط)	
	0,5	1. أ - $z_B = 3\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ ، $z_A = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$	
	0,5	ب - $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n = e^{\frac{7n\pi}{4}}$ حقيقي معناه $\frac{7n\pi}{4} = k\pi$ وحسب غوص $n = 4k$ حيث $k \in \mathbb{N}$	
	0,5	ج - لدينا: $z = z_A \times 4e^{i\frac{\pi}{12}} = 4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ومنه $ z = 4\sqrt{2}$ و $\arg(z) = -\frac{\pi}{6}$	
	0,5	$\frac{z}{z_A} = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$	
	0,5	د - $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ و $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$	
	0,5	2. أ - $z_C = -3 + i$ ومنه $z_C - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_A)$	
	0,25	المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .	
	0,25	ب - $z_D = \frac{-z_A + z_B + z_C}{-1+1+1} = -1 + 5i$	
	0,5	ومنه $z_D - z_C = z_B - z_A$ وبالتالي $ABDC$ متوازي أضلاع و ABC متساوي الساقين وقائم في A إذاً فهو مربع.	
04,25 نقطة		التمرين الثاني: (05 نقاط)	
	0,5	1. أ - $\overline{AB}(1; -2; 0) \wedge \overline{AC}(-3; 1; 5)$ ومنه النقط A و B و C تعين مستويًا.	
	0,5	ب - $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$ ومنه $\vec{n}(2; 1; 1)$ ناظمي للمستوي (ABC) .	
	0,25	معادلة (ABC) هي: $2x + y + z - 6 = 0$.	
	0,5	2. أ - معادلة المستوي (\mathcal{P}) هي: $x + y - 3z - 1 = 0$.	
	0,25	(\mathcal{P}) و (ABC) متعامدان لأن $\vec{n} \perp \vec{n}'$ حيث $\vec{n}'(1; 1; -3)$ ومنه $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$	
	0,5	ب - بالتعويض نجد $(\Delta) \subset (\mathcal{P})$ و $(\Delta) \subset (ABC)$	
	0,5	3. أ - $H(5; -1; -3)$	
	0,5	ب - $d(H; (\Delta)) = d(H; (\mathcal{P})) = \frac{12\sqrt{11}}{11}$	
	0,5	4. أ - لدينا: $(\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}) \cdot \vec{u} = 0$ تكافئ $\overline{MH} \cdot \vec{u} = 0$ ومنه (\mathcal{P}') هو المستوي الذي يشمل النقطة H و \vec{u} شعاع ناظمي له.	
0,25	معادلة (\mathcal{P}') هي $4x - 7y - z - 30 = 0$.		

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
0,75 نقطة	0,5	ب - $(\mathcal{P}) \cap (ABC) \cap (\mathcal{P}') = (\Delta) \cap (\mathcal{P}') = \{E\}$ ومنه $E\left(\frac{43}{11}; -\frac{23}{11}; \frac{3}{11}\right)$	
	0,25	ج - $d(H; (\Delta)) = EH = \frac{12\sqrt{11}}{11}$	
03,5 نقطة		التمرين الثالث: (03,5 نقطة)	
	01	1. أ - $8^0 \equiv 1[13], 8^1 \equiv 8[13], 8^2 \equiv 12[13], 8^3 \equiv 5[13], 8^4 \equiv 1[13]$ ومنه لكل $k \in \mathbb{N}$ مع $8^{4k+\alpha} \equiv 8^\alpha [13]$ مع $\alpha \in \{0;1;2;3\}$.	
	0,75	ب - $42 \times 138^{2015} + 2014^{2037} - 3 \equiv 3 \times 5 - 1 - 3 [13]$ ومنه الباقي 11.	
	01	2. أ - $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+1)8^{2n} - (-8)^{2n+3} [13]$ أي $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+1)8^{2n} + 8^{2n} \times 5 [13]$ ومنه $(5n+1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n+6)8^{2n} [13]$	
0,75	ب - $5n+6 \equiv 0 [13]$ لأن 8^{2n} أولي مع 13 إذا $n \equiv 4 [13]$ و $n \in \mathbb{N}$		
04 نقطة		التمرين الرابع: (07,5 نقطة)	
	0,5	1. (I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -2} h(x) = +\infty$	
	0,25	2. من أجل كل x من $]-2; +\infty[$: $h'(x) = \frac{2(x^2+4x+3)}{x+2}$	
	0,25	الدالة h متناقصة تماما على $]-2; -1[$ و متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة h .	
	0,25	3. لكل x من $]-2; +\infty[$ ، $h(x) \geq 3$ ، ومنه $h(x) > 0$.	
	0,25	1. (II) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$	
	0,25	$x = -2$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) .	
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
	0,5	2. أ - لكل x من المجال $]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+2)^2}$	
	0,25	ب - الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-2; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة f .	
0,25	3. أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$ ومنه (Δ) المستقيم المقارب المائل لـ (C_f) .		
0,5	ب - (C_f) تحت (Δ) على $]-2; -1[$ ؛ (C_f) فوق (Δ) على $]-1; +\infty[$		

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الأول
مجموع	مجزأة		
03,5 نقطة	0,25	$f''(x) = \frac{-6 + 4 \ln(x+2)}{(x+2)^3}$:]-2; +∞[لكل x من المجال	4. أ -
	0,25	$f''(x)$ تتعدم عند $e^{\frac{3}{2}} - 2$ وتغير إشارتها	
	0,25	نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) : $A\left(e^{\frac{3}{2}} - 2; e^{\frac{3}{2}} + 3e^{\frac{3}{2}} - 1\right)$	
	0,75	ب - رسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .	
	0,5	$s = \int_{-1}^1 f(x) dx = \left[\frac{1}{2}x^2 + x + \ln^2(x+2) \right]_{-1}^1 = (2 + \ln^2 3) \text{ cm}^2$ - ج -	
	0,75	(III) 1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1} = 3$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1} = -3$. الدالة g غير قابلة للاشتقاق عند العدد -1	
	0,25	2. المنحنى (C_g) يقبل نصفي مماسين عند النقطة ذات الإحداثيتين $(-1; 0)$.	
0,5	3. (C_g) ينطبق على (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$ و (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على المجال $]-2; -1]$.		
العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
04 نقاط			التمرين الأول: (04 نقاط)
	0,5	أ - الجملة: $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 2\lambda; (\lambda \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - 2\lambda \end{cases}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) .	1. أ -
	0,5	ب - إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) هي: $(1; 1; 3)$.	
	0,5	2. $\vec{n} \perp \vec{u}$ و $\vec{n} \perp \vec{v}_{(D)}$ ومنه $\vec{n}(2; -2; -1)$ شعاع ناظمي للمستوي (\mathcal{P})	
	0,5	المعادلة الديكارتيّة للمستوي (\mathcal{P}) هي: $2x - 2y - z + 3 = 0$.	
	0,5	3. أ - المعادلة الديكارتيّة للمستوي (\mathcal{Q}) هي: $x + 2y - 2z - 9 = 0$.	
	0,5	ب - $E \in (\Delta) \cap (\mathcal{Q})$ ومنه $E\left(\frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$	
	0,5	ج - $d(B; (\Delta)) = BE = \sqrt{10}$	
0,5	د - $S_{BEC} = \frac{1}{2} BE \times CE = 2\sqrt{10} \text{ ua}$		

العلامة		عناصر الإجابة	(تابع للموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
05 نقاط			التمرين الثاني: (05 نقاط)
	0,75		1. $\Delta = 16(\sin^2 \theta - 1) = (4i \cos \theta)^2$. ومنه $z'' = 2 \sin \theta - 2i \cos \theta$ ، $z' = 2 \sin \theta + 2i \cos \theta$
	0,5		2. $z_2 = \sqrt{3} - i = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$ و $z_1 = \sqrt{3} + i = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$
	0,5		3. أ- $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = i\sqrt{3}$
	0,5		ب- $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث ABC قائم في A .
	0,75		ب- $z_C - z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B - z_A)$ ومنه C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
	0,5		ج- $t(B) = D$ تعني $z_D = z_B + z_{\overline{AC}}$ ومنه $z_D = 3\sqrt{3} - i$
	0,5		$\overline{BD} = \overline{AC}$ والمثلث ABC قائم ومنه الرباعي $ABDC$ مستطيل
	0,5		4. أ- (Γ_1) هي الدائرة ذات القطر $[BC]$ باستثناء B .
	0,5		ب- (Γ_2) هي المستقيم (BC) باستثناء B .
04 نقاط			التمرين الثالث: (04 نقاط)
	0,5		1. أ- إعادة رسم الشكل وتمثيل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على حامل محور الفواصل
	0,25		ب- التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة
	0,75		2. أ- البرهان بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 \leq u_n < 8$.
	0,5		ب- لكل عدد طبيعي $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \sqrt{6u_n + 16} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16} + u_n}$
	0,5		ج- المتتالية (u_n) متزايدة على \mathbb{N} .
	0,75		3. أ- نبين أنه لكل $n \in \mathbb{N} : 0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$.
	0,5		ب- نبين أنه لكل $n \in \mathbb{N} : 0 < 8 - u_n \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$
0,25		$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 8$	

العلامة		عناصر الإجابة	تابع للموضوع الثاني
مجموع	مجزأة		
			التمرين الرابع: (07 نقاط)
	0,5	1. (I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$	
	0,25	2. لكل x من \mathbb{R} لدينا: $g'(x) = (x+3)e^x$	
	0,25	$g'(x) \leq 0$ من أجل $x \in]-\infty; -3]$ و $g'(x) \geq 0$ من أجل $x \in [-3; +\infty[$	
	0,25	الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -3]$ و متزايدة تماما على المجال $[-3; +\infty[$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة g .	
	0,5	3. $g(0) = 0$ ؛ $g(x) \leq 0$ لكل $x \in]-\infty; 0]$ و $g(x) \geq 0$ لكل $x \in [0; +\infty[$	
	0,5	1. (II) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1) \left[\frac{2x+3}{x+1} - e^x \right] = -\infty$	
	0,5	2. أ- لكل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$	
	0,25	ب- إشارة $f'(x)$	
	0,25	جدول تغيرات الدالة f .	
	0,25	ج- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [-xe^x - e^x] = 0$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	
	0,5	(C_f) يقع فوق (Δ) من أجل $x \in]-\infty; -1[$ يقع تحت (Δ) من أجل $x \in [-1; +\infty[$ يقطع (Δ) عند النقطة $A(-1; 1)$	
	0,5	3. أ- بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة مرتين.	
	0,5	$f(-1,55) \approx 0,01$ ؛ $f(-1,56) \approx -0,002$ ؛ $f(0,93) \approx -0,03$ ؛ $f(0,92) \approx 0,02$	
	0,75	ب- رسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .	
	0,25	4. أ- $u(x) = xe^x$ إذا $u'(x) = (x+1)e^x$	
	0,5	ب- $A = \int_0^a [2x+3 - f(x)] dx = \alpha e^a u a$	
	0,25	ج- $2,31 < A < 2,36$	