



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات



وزارة التربية الوطنية

دورة: 2018

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2x}{e \cdot x + 1}$ (أساس اللوغاريتم النيبيري)

و (u_n) المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول $u_0 = \frac{5}{4e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > \frac{1}{e}$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{e \cdot u_n (\frac{1}{e} - u_n)}{e \cdot u_n + 1}$ ،

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و برّر أنها متقاربة.

(2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = \frac{e \cdot u_n}{e \cdot u_n - 1}$

أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدها الأول v_0 و عبارة v_n بدلالة n .

(3) أ) تحقق أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $v_n = 1 + \frac{1}{e \cdot u_n - 1}$ و استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

(4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7.



التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(0;0;2)$ ، $B(0;3;-1)$

$$\text{والمستوي } (p) \text{ المعروف بالتمثيل الوسيطى: } \begin{cases} x = t + m \\ y = 4t - 2m + 1 \\ z = t - 2m - 2 \end{cases} \text{ حيث } m \text{ و } t \text{ عدداً حقيقيين.}$$

- (1) اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له.
- (2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و يعامد المستوي (Q) .
- (3) أ) تحقق أن: $2x - y + 2z + 5 = 0$ معادلة ديكرتية للمستوي (p) .
ب) بين أن المستوي (p) يشمل النقطة B و يعامد المستوي (Q) .
- (4) لتكن M نقطة احداثياتها $(2t; 2t; -t+2)$ حيث t عدد حقيقي.
أ) عين قيم t بحيث تكون $d(M; (P)) = d(M; (Q))$ (ترمز d الى المسافة بين نقطة و مستوي).
ب) استنتج احداثيات C مركز سطح الكرة (S) التي تمس كل من المستويين (Q) و (p) في النقطتين A و B على الترتيب و احسب نصف قطرها.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (I) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.
- (II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$.
لتكن النقطتين A و B لاحقتاهما $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $z_B = \overline{z_A}$ (يرمز الى مرافق z_A)
(1) اكتب على الشكل الأسّي كل من العددين المركبين z_A و $\frac{1}{z_B}$ ، ثم بين أن العدد $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}$ تخيلي صرف.
(2) لتكن النقطة C صورة B بالتحاكي h الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3) .
بين أن لاحقة النقطة C هي $z_C = -\sqrt{2} + i3\sqrt{2}$
(3) احسب z_D لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $(-\frac{\pi}{2})$.
(4) أ) بين أن $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .
ب) اوجد لاحقة النقطة E بحيث يكون الرباعي $ACED$ مربعاً.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1} e^{-x}$.
- و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا و احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) بيّن أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2 + x - 1)e^{-x}}{(x-1)^2}$ و ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة صفر.
ب) h دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $h(x) = e^{-x} + x - 1$.
ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $h(x) \geq 0$
- (4) بيّن أنه من أجل كل x من $]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) . فسر النتيجة بيانيا.
- (5) أكتب معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل مبدأ المعلم O و النقطة $A\left(-2; \frac{2}{3}e^2\right)$ ثم ارسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-2; 1[$.
- (6) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]-1; 0[$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$.
ب) تحقق أنه من أجل كل x من $]-1; 0[$: $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$ ثم بيّن أن : $1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < e - 1$
- (7) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx$ ، حيث $x \in]-2; 1[$.



الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (02) صفحات (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

- لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بعدها العام كما يلي $u_n = 2(3)^n$.
- و (v_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $v_0 = 4$ و من أجل كل n من \mathbb{N} : $v_{n+1} = 5v_n + u_n$.
- (1) نضع من أجل كل n من \mathbb{N} : $w_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2}$.
- اثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{3}$ ، يطلب تعيين حدّها الأول.
- (2) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $v_n = 5^{n+1} - 3^n$.
- (3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعددين 3^n و 5^n على 8.
- (4) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد v_n على 8.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- كيس به 7 كريات متماثلة، لا نفرّق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء.
- نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس.
- (I) احسب احتمال الحادثة A : " سحب كرتين مختلفتين في اللون ".
(2) احسب احتمال الحادثة B : " سحب كرتين من نفس اللون ".
(II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري).
فإذا سحب كرتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ،
وإذا سحب كرتين خضراوين يخسر ما دفعه. وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .
- (1) برّر أن قيم المتغير العشوائي هي $\{-\alpha, 50 - \alpha, 100 - \alpha\}$ ثم عرّف قانون احتمالته.
- (2) بيّن أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.
- ثم اوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

- (I) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية : $4z^2 - 2z + 1 = 0$... (E)
- ب) اكتب العددين $\frac{1}{z_1}$ و $\frac{1}{z_2}$ على الشكل الأسّي حيث z_1 و z_2 حلا المعادلة (E).
- (II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها
- $z_A = 4$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 - i\sqrt{3}$



- (1) أ) احسب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم حدد طبيعة المثلث ABC .
- ب) استنتج أن B هي صورة C بدوران مركزه A يطلب تعيين زاويته.
- (2) اوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{CB} و استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$.
- (3) حدّد طبيعة (γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التي تُحقق ما يلي:
$$|iz + \sqrt{3} - i| = |z - 1 + i\sqrt{3}|$$
- (4) بيّن أن النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC تنتمي إلى (γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;1[$ بـ : $g(x) = 2 - x + \ln x$.
- (1) أ) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;1[$.
- ب) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,15 < \alpha < 0,16$.
- (2) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;1[$.
- (II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1-2x + \ln x}{x-1}$
- و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{1-2x}{x-1} + \frac{\ln x}{x-1}$) ، ثم فسّر النتيجةين بيانيا.
- (2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$.
- ب) بيّن أن f متزايدة تماما على $\left]1; \frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
- (3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y = -2$.
- (4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \simeq -1,8$).
- (5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلين متمايزين.

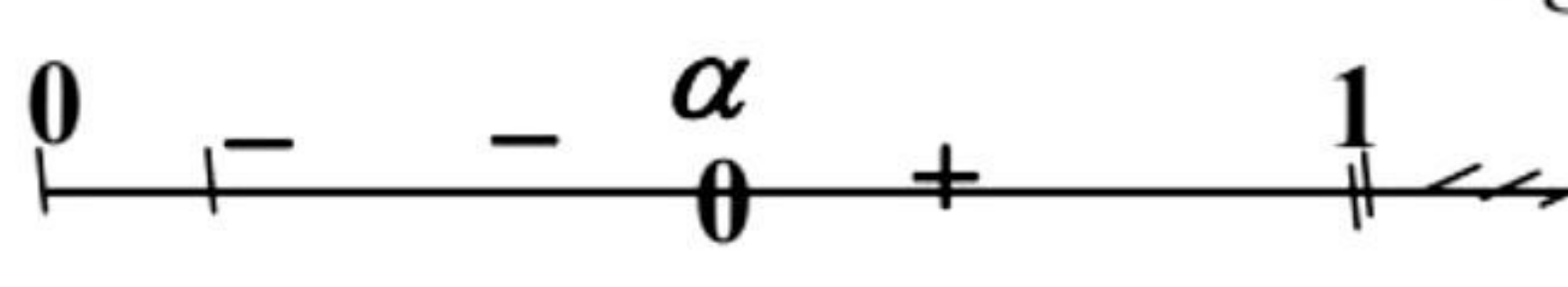
| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الأول) |
|---------|------------|---|
| مجموع | مجزأة | |
| | | <p>التمرين الأول (04 نقاط)</p> <p>(1) أ- برهان بالتراجع أن: $u_n > \frac{1}{e}$</p> <p>• نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$: $\frac{1}{e} < u_0 = \frac{5}{4e} < \frac{1}{e}$</p> <p>• نفرض من أجل عدد طبيعي n أن: $\frac{1}{e} < u_n$ و f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$</p> <p>إذن: $f\left(\frac{1}{e}\right) < f(u_n)$ و منه $\frac{1}{e} < u_{n+1}$.</p> <p>ب- تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = \frac{eu_n(\frac{1}{e} - u_n)}{eu_{n+1} - 1}$</p> <p>- ومنه و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n < 0$ إذن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{e}$ فهي متقاربة.</p> |
| | 0.25 | |
| | 0.25x 2 | |
| 1 | | |
| | 0.25 | |
| 01 | 0.5 | <p>(2) اثبات أن (v_n) هندسية: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1} = \frac{2eu_n}{eu_n - 1}$</p> <p>$(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ و $v_0=5$ و $v_n = 5 \times 2^n$</p> |
| | 0.25x2 | |
| | 0.25x2 | <p>(3) أ- التحقق أن $v_n = 1 + \frac{1}{eu_n - 1}$، استنتاج $u_n = \frac{5 \times 2^n}{e(5 \times 2^n - 1)}$</p> <p>ب- S_n مجموع متتالية هندسية: $S_n = 5 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 5[2^{n+1} - 1]$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{e}$</p> |
| | 0.25 | |
| | 0.5 | |
| 0.75 | 0.5 | <p>(4) أ) بواقي قسمة 2^n على 7 هي $\{1; 2; 4\}$: $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ($k \in \mathbb{N}$) $2^{3k} \equiv 1[7]$ $2^{3k+2} \equiv 4[7]$</p> <p>ب) $S_n \equiv 0[7]$ و منه $10 \times 2^n \equiv 5[7]$ و منه $2^n \equiv 4[7]$ و إذن $n = 3k + 2$</p> |
| | 0.25 | |



| | | |
|-------|-----------------------|---|
| 01 | 0.5×2 | <p>التمرين الثاني : (04 نقاط)</p> <p>(1) معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له هي : $(Q): 2x+2y-z+2=0$</p> |
| 01 | 0.5×2 | <p>(2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) : $(\Delta): \begin{cases} x=2t \\ y=2t \\ z=-t+2 \end{cases} / t \in \mathbb{R}$ شعاع توجيه لـ (Δ) $\vec{n}(2;2;-1)$</p> |
| 01.25 | 0.25×2 0.5 0.25 | <p>(3) أ) التحقق أن $2x-y+2z+5=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p) ب) (p) يشمل B $\vec{n}'(2;-1;2)$ ناظمي لـ (p) ، $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$ ومنه $(p) \perp (Q)$</p> |
| 0.75 | 0.25 0.25 0.25 | <p>(4) أ) تعيين قيم $t : t =1$ ب) استنتاج احداثيات C مركز سطح الكرة: $C(2;2;1)$ حساب نصف القطر $r : r = d(C;(p)) = d(C;(Q)) = 3$ (تقبل إجابات أخرى)</p> |
| 01.5 | 0.5×3 | <p>التمرين الثالث : (06 نقاط)</p> <p>I) حل المعادلة : $\Delta = -8$ ، $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ، $z_2 = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$</p> |
| 1.25 | 0.5×2 0.25 | <p>II) (1) الكتابة على الشكل الأسّي: $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\frac{1}{z_B} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ - لدينا : $e^{i\frac{\pi}{2}} = i = \left(e^{i\frac{\pi}{4}} \right)^2 = \left(\frac{2}{z_B} \right)^{2018}$</p> |
| 1.25 | 0.25 0.5×2 | <p>(2) نجد $z_C - z_O = -3(z_B - z_O)$ نجد $z_C = -\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$</p> |
| 1.5 | 0.5×3 | <p>(3) نجد $z_D - z_O = -i(z_B - z_O)$ نجد $z_D = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$</p> |
| 0.5 | 0.25 0.25 | <p>(4) أ) تبيان أن $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = -i$ - استنتاج طبيعة المثلث ACD : المثلث قائم في A و متساوي الساقين ب) لاحقة النقطة E : $z_E - z_C = z_D - z_A$ نجد $z_E = -3\sqrt{2} + i\sqrt{2}$</p> |

| | | التمرين الرابع: (06 نقاط) |
|-------|----------------------|---|
| | | $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$ دالة معرفة على المجال $]-\infty; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-1}e^{-x}$ |
| 01.25 | 0.5×2 0.25 | 1) نهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ معادلة مقارب عمودي $(d): x=1$ |
| 1 | 0.25 0.25 0.5 | 2) بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f'(x) = \frac{(-x^2+x-1)}{(x-1)^2}e^{-x}$ من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f'(x) < 0$: دالة متناقصة تماما على كل المجال $]-\infty; 1[$ جدول التغيرات. |
| 01 | 0.5 0.25 0.25 | 3) أ- معادلة المماس (T) عند $0: y = -x$ ب- اتجاه تغير الدالة h : بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $h'(x) = -e^{-x} + 1$ من أجل $x \in]-\infty; 0[$: $h'(x) \leq 0$: h متناقصة تماما على مجال $]-\infty; 0[$ من أجل $x \in [0; 1[$: $h'(x) \geq 0$: h متزايدة تماما على مجال $[0; 1[$ $h(0) = 0$ قيمة حدية صغرى للدالة h على المجال $]-\infty; 1[$ منه: $h(x) \geq 0$ |
| 0.75 | 0.25 0.25 0.25 | 4) بيان أن من أجل $x \in]-\infty; 1[$: $f(x) + x = \frac{x h(x)}{x-1}$ - الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمماس (T) : من أجل $x \in]-\infty; 0[$: المنحنى (C_f) يقع فوق المماس (T) من أجل $x \in [0; 1[$: المنحنى (C_f) يقع تحت المماس (T) من أجل $x = 0$: المماس (T) يخترق المنحنى (C_f) تفسير الهندسي: مبدأ المعلم O نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) |
| 0.75 | 0.25 0.5 | 5) معادلة المستقيم $(\Delta): y = -\frac{e^2}{3}x$ وإنشاء المماس (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f) . |
| 0.5 | 0.5 | 6) أ- إثبات أنه من أجل $x \in [-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $f(x) - \frac{x}{x-1} = \frac{x(e^{-x}-1)}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$: لدينا $e^{-x}-1 \geq 0$ و $\frac{x}{x-1} \geq 0$ إذن $f(x) \geq \frac{x}{x-1}$ - لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $f(x) - e^{-x} = \frac{e^{-x}}{x-1}$ من أجل $x \in [-1; 0]$: لدينا $e^{-x} > 0$ و $x-1 < 0$ إذن $f(x) < e^{-x}$ |

| | | |
|------|--|---|
| 0.5 | 0.25 0.25 | <p>ب- تحقق أن : $\frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$</p> <p>لدينا من أجل $x \in [-1; 0]$: $\frac{x}{x-1} \leq f(x) < e^{-x}$</p> <p>فإن : $\int_{-1}^0 \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) dx \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < \int_{-1}^0 e^{-x} dx$</p> <p>منه $\left[x + \ln(1-x)\right]_{-1}^0 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < \left[-e^{-x}\right]_{-1}^0$</p> <p>$1 - \ln 2 \leq \int_{-1}^0 f(x) dx < e - 1$</p> |
| 0.25 | 0.25 | <p>(7) المعادلة : $f(x) = mx$</p> <p>حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = mx$</p> <p>إذا كان $m \in \left]-\infty; -\frac{e^2}{3}\right[$ فإن للمعادلة حلين متميزين .</p> <p>إذا كان $m \in \left[-\frac{e^2}{3}; -1\right[$ فإن للمعادلة ثلاث حلول متميزة .</p> <p>إذا كان $m \in [-1; +\infty[$ فإن للمعادلة حلا وحيدا</p> |

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) | | | | | | | | | | | | |
|--------------|-----------------------------------|---|-----------------------------------|-------|-------|-------|-------|----------------|---------------|-----------|--------------|-----------------------------------|-----------------|-----------------------------------|
| مجموع | مجزأة | | | | | | | | | | | | | |
| | | التمرين الأول: (03 نقاط) | | | | | | | | | | | | |
| 0.75 | 0.25×3 | (1) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $w_{n+1} = \frac{v_{n+1}}{u_{n+1}} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3} \left(\frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2} \right)$ أي $w_{n+1} = \frac{5}{3} w_n$ و منه (w_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{3}$ و حدّها الأوّل $w_0 = \frac{5}{2}$. | | | | | | | | | | | | |
| 0.75 | 0.25 | (2) من أجل كل n من \mathbb{N} ، $w_n = \frac{5}{2} \left(\frac{5}{3} \right)^n$ | | | | | | | | | | | | |
| | 0.5 | استنتاج أنّه من أجل كل n من \mathbb{N} ، $v_n = 5^{n+1} - 3^n$ | | | | | | | | | | | | |
| 01 | 01 | (3) $3^2 \equiv 1[8]$ ، $3^1 \equiv 3[8]$ ، $3^0 \equiv 1[8]$ إذن: من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $3^{2k} \equiv 1[8]$ و $3^{2k+1} \equiv 3[8]$ $5^2 \equiv 1[8]$ ، $5^1 \equiv 5[8]$ ، $5^0 \equiv 1[8]$ إذن: من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $5^{2k} \equiv 1[8]$ و $5^{2k+1} \equiv 5[8]$ | | | | | | | | | | | | |
| 0.5 | 0.5 | (4) من أجل كل $k \in \mathbb{N}$ ، $v_{2k} \equiv 4[8]$ و $v_{2k+1} \equiv 6[8]$ | | | | | | | | | | | | |
| | | التمرين الثاني: (05 نقاط) | | | | | | | | | | | | |
| 01.5 | 0.5×3 | I. (1) A : " سحب كرتين مختلفتين اللون " . $p(A) = \frac{C_3^1 \times C_4^1}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$ | | | | | | | | | | | | |
| 01.5 | 0.5×3 | (2) B : " سحب كرتين من نفس اللون " . $p(B) = 1 - p(A) = \frac{3}{7}$ | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | II (1) تبرير قيم المتغير العشوائي X – قانون الاحتمال للمتغير العشوائي | | | | | | | | | | | | |
| 01.5 | 0.5 | <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>{B,B}</th> <th>{B,N}</th> <th>{N,N}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>x_i</td> <td>$100 - \alpha$</td> <td>$50 - \alpha$</td> <td>$-\alpha$</td> </tr> <tr> <td>$p(X = x_i)$</td> <td>$\frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$</td> <td>$\frac{12}{21}$</td> <td>$\frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$</td> </tr> </tbody> </table> | | {B,B} | {B,N} | {N,N} | x_i | $100 - \alpha$ | $50 - \alpha$ | $-\alpha$ | $p(X = x_i)$ | $\frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$ | $\frac{12}{21}$ | $\frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$ |
| | {B,B} | {B,N} | {N,N} | | | | | | | | | | | |
| x_i | $100 - \alpha$ | $50 - \alpha$ | $-\alpha$ | | | | | | | | | | | |
| $p(X = x_i)$ | $\frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$ | $\frac{12}{21}$ | $\frac{C_4^2}{21} = \frac{6}{21}$ | | | | | | | | | | | |
| | 0.25 | (2) تبيان أنّ: $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$ | | | | | | | | | | | | |
| 0.5 | 0.25 | – حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X) > 0$ أي: $-\alpha + \frac{300}{7} > 0$ و منه $\alpha < 42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ α هي $42,85$ | | | | | | | | | | | | |

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) |
|---------|-------|--|
| مجموع | مجزأة | |
| 1.5 | 1 | التمرين الثالث: (04 نقاط) (I) أ) $z_2 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$ و $z_1 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$ ؛ $\Delta = -12 = (2\sqrt{3}i)^2$ |
| | 0.5 | ب) $\frac{1}{z_2} = 1 - \sqrt{3}i = 2e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{1}{z_1} = 1 + \sqrt{3}i = 2e^{i(\frac{\pi}{3})}$ |
| 1.25 | 0.25 | (II) 1) أ) حساب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ ؛ إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع. |
| | 0.5 | ب) B هي صورة C بالدوران الذي مركزه A و زاويته $(-\frac{\pi}{3})$ |
| 0.5 | 0.25 | 2) $T_{CB}(A) = D$ معناه $\overline{AD} = \overline{CB}$ أي $z_D - z_A = z_B - z_C$ و منه : $z_D = 4 + 2\sqrt{3}i$. الرباعي $ACBD$ معين. |
| 0.5 | 0.5 | 3) لتكن M نقطة لاحقتها z ، $M \in (\gamma)$ معناه $ z - (1 + i\sqrt{3}) = z - (1 - i\sqrt{3}) $ أي $BM = CM$ و بالتالي (γ) هي محور القطعة $[BC]$ (محور الفواصل). |
| 0.25 | 0.25 | 4) G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC أي $AG = BG = CG$ و منه $G \in (\gamma)$ |
| 2.75 | 1 | التمرين الرابع: (08 نقاط) (I) 1) أ) من أجل كل x من $]0;1[$ ، $g'(x) = -1 + \frac{1-x}{x} > 0$ ، و منه الدالة g متزايدة تماما على $]0;1[$. |
| | 1 | ب) g مستمرة و متزايدة تماما على $]0;1[$ و بالتالي على $[0,15;0,16]$ و $g(0,15) \times g(0,16) < 0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $0,15 < \alpha < 0,16$ و $g(\alpha) = 0$. |
| | 0.75 | 2) واستنتاج إشارة $g(x)$:  |

| العلامة | | عناصر الإجابة (الموضوع الثاني) |
|---------|---------------|---|
| مجموع | مجزأة | |
| 01 | 0.5 0.5 | (II) 1 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$. _ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x = 1$ و $y = -2$. |
| 02.5 | 1 1 0.5 | (2) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}$. ب) إشارة $f'(x)$: $\frac{1}{\alpha}$ - تبيان اتجاه تغير الدالة f : - جدول تغيرات الدالة f .  |
| 0.75 | 0.25 0.5 | (3) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) . $f(x) + 2 = \frac{-1 + \ln x}{x-1}$ الإشارة : $\frac{1}{e}$ في المجال $]1; e[$ المنحنى (C_f) يكون تحت (Δ) ، في المجال $]e; +\infty[$ المنحنى (C_f) يكون فوق (Δ) ، و لما $x = e$ فإن (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e; -2)$.  |
| 0.5 | 0.5 | (4) رسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f) . |
| 0.5 | 0.5 | (5) $m \in \left] -f\left(\frac{1}{\alpha}\right); 2 \right[$ حتى تقبل المعادلة $ f(x) = m$ حلين متمايزين. |