



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2021

الشعبة: تقني رياضي

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول $u_0 = 3$ حيث: $u_0 = 3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{7}{9}u_n + 1$

(1) أ . برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$

ب. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

(2) المتتالية العددية (v_n) معرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \frac{1}{3}u_n - \frac{3}{2}$

أ . بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ثمّ احسب حدّها الأول.

ب. اكتب عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n

ج. استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ ، ثمّ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{3}u_0 + \frac{1}{3}u_1 + \dots + \frac{1}{3}u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

(1) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $a = 3n + 2$ ، $b = 5n + 1$ و نضع: $d = \text{PGCD}(a; b)$

مجموعة القيم الممكنة لـ d هي: (أ) $\{1; 3\}$ (ب) $\{1; 7\}$ (ج) $\{1; 5\}$

(2) نضع: $A(\alpha) = \ln(e^{3\alpha} + e^\alpha) + \ln(e^{4\alpha} + e^{2\alpha}) + \ln(e^{5\alpha} + e^{3\alpha})$ ، حيث α عدد حقيقي.

من أجل كلّ عدد حقيقي α العبارة المبسطة لـ $A(\alpha)$ هي:

(أ) $6\alpha + \ln(e^{2\alpha} + 1)$ (ب) $6 + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$ (ج) $6\alpha + 3\ln(e^{2\alpha} + 1)$

(3) حلّ المعادلة التفاضلية $y' = -2y + 4$ الذي يحقق $y(0) = 2021$ هو الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ:

(أ) $h(x) = 2019e^{-2x} + 2$ (ب) $h(x) = 2019e^{2x} + 2$ (ج) $h(x) = 2021e^{-2x} - 2$

(4) المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \ln(n+2) - \ln(n+1)$
من أجل كل عدد طبيعي n ، المجموع $v_0 + v_1 + \dots + v_n$ يساوي:

(أ) $-\ln(n+1)$ (ب) $\ln(n+2)$ (ج) $1 - \ln(n+1)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

- (1) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 9
- (2) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد 2021^{1442} على 9
- (3) بيّن أنّ العدد $8 - 1691^{1954} + 2021^{1442}$ مضاعف للعدد 9
- (4) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $5^{6n} + 2021^{6n+1} + 1443$ مضاعف للعدد 9
- (5) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2021^{1442} + 1691^{1954} + 5n$
عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون: $A_n \equiv 0[9]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- (I) الدالة العددية g معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 5 + e^{x-1}$
- (1) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
 - (2) أ. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1,71 < \alpha < 1,72$
ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب x إشارة $g(x)$
- (II) الدالة العددية f معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + (-x^2 - 2x + 3)e^{1-x}$
- (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)e^{1-x}$
ب. استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0; \alpha]$
ج. بيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة f
 - (2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C) ثمّ ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)
 - (3) بيّن أنّ (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في نقطة A يُطلب تعيين فاصلتها (لا يطلب كتابة معادلة (T))
 - (4) أ. بين أنّ (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1 + \sqrt{6})$
ب. ارسم (Δ) ، (T) و (C) (نأخذ: $f(\alpha) \approx 1,1$ ، $f(\sqrt{5}) \approx 1,4$ و $f(1 + \sqrt{6}) \approx 3,1$)
 - (5) الدالة العددية h معرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ: $h(x) = -x + 1 + (-x^2 + 2x + 3)e^{1+x}$
(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
 - أ. تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0]$: $h(x) = f(-x)$
ب. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقاً من (C) ثمّ ارسمه.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة: $(E) \dots 13x - 9y = 1$ ، ذات المجهول $(x; y)$ حيث x و y عدنان صحيحان.

(1) أ. تَحَقَّقْ أَنَّهُ إِذَا كَانَتْ الثَّنَائِيَّة $(x; y)$ حَلًّا للمعادلة (E) فإن: $x \equiv 7[9]$

ب. استنتج حلول المعادلة (E)

(2) أ. ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5

ب. نضع: $A_n = 3^{4n} + 3^{4n+1} + 3^{4n+2} - 3$ حيث n عدد طبيعي.

بيِّن أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ طَبِيعِيٍّ n ، A_n يقبل القسمة على 5

(3) بفرض أَنَّ $(x; y)$ حَلٌّ للمعادلة (E) حيث x و y عدنان طبيعيان.

عَيِّنْ قِيَمَ العِدَدِ الطَبِيعِيِّ n حَتَّى يَقْبَلَ العِدَدُ $2023^{2022} + 3^{y-x} + n$ القسمة على 5

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عَيِّنْهُ مَعَ التَّبْرِيرِ.

الإجابة (ج)	الإجابة (ب)	الإجابة (أ)	السؤال
فردية.	لا زوجية ولا فردية.	زوجية.	(1) الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 3x + \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$ هي دالة:
$a = 0$	$a = -1$	$a = 1$	(2) الدالة العددية g معرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{(x-1)e^x - x + 1}{e^x + 1}$ و (C) تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم. تكون: $y = x + a$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C) من أجل:
$\alpha = 4$	$\alpha = 5$	$\alpha = 6$	(3) العدد الطبيعي N يُكْتَبُ 3745 في نظام تعداد أساسه 8 ويُكْتَبُ $5\alpha 15$ في نظام تعداد أساسه 7 من أجل:
$\ln(1 + \sqrt{5})$	0	$\ln(\sqrt{5} - 1)$	(4) β عدد حقيقي، تكون الأعداد: $e^\beta + 1$ ، $e^\beta + 2$ ، $2e^\beta$ بهذا الترتيب حدودا متتابعة لمتتالية هندسية من أجل β يساوي:

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = 3 + e^{-2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n^2 - 6u_n + 12$

(1) أ. تَحَقَّقْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ طَبِيعِيِّ n ، $u_{n+1} = (u_n - 3)^2 + 3$

ب. برهن بالتراجع أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ طَبِيعِيِّ n ، $3 < u_n < 4$

(2) أ. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب. استنتج أَنَّ (u_n) متقاربة.

- (3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \ln(u_n - 3)$
 أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يُطلب حساب حدّها الأوّل.
 ب. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 3 + e^{(-2^{n+1})}$
 ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

- (4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$
 احسب P_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2 \ln x - 1 - \frac{1}{x^2}$

- (1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$
 (2) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,89 < \alpha < 1,90$
 ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي الموجب تماما x إشارة $g(x)$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2 \ln x}{x}$

- (C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)
 (1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.
 ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ. بين أنّه من أجل كلّ x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \frac{1}{\alpha}[$ و متناقصة تماما على المجال $[\frac{1}{\alpha}; +\infty[$

ج. شكّل جدول تغيرات الدالة f

- (3) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)]$ ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) يُطلب كتابة معادلة له.
 ب. ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ)

(4) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1 ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C) عند A

(5) ارسم (T)، (Δ) و (C) (نأخذ: $\frac{1}{\alpha} \approx 0,53$ و $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx 0,73$)

(6) الدالة h معرفة على \mathbb{R}^* بـ: $h(x) = |x| + 2 - \frac{3 + \ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن الدالة h زوجية.

ب. تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $h(x) = -f(x)$

ج. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C) ثم ارسمه.

الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة: الرياضيات / الشعب (ة): تقني رياضي / بكالوريا 2021

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)													
مجموعة	مجزأة														
التمرين الأول: (04 نقاط)															
1.50	0,50+25	(1) أ . البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$													
	0,50 0,25	ب. تبين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما، (u_n) متقاربة.													
01,75	0.25+0.50	(2) أ . (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ، حدّها الأول: $v_0 = -\frac{1}{2}$													
	0.50	ب. $v_n = -\frac{1}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n$													
	2x0,25	ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{9}{2}$ و $u_n = -\frac{3}{2}\left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$													
0,75	0,50	(3) $S_n = (v_0 + v_1 + \dots + v_n) + \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{3}{2}\right)$													
	0,25	$= \frac{9}{4}\left[\left(\frac{7}{9}\right)^{n+1} - 1\right] + \frac{3}{2}(n+1)$													
التمرين الثاني: (04 نقاط)															
01,00	0.50x2	(1) الجواب الصحيح هو: (ب) ، التبرير .													
01,00	0.50x2	(2) الجواب الصحيح هو: (ج) ، التبرير .													
01,00	0.50x2	(3) الجواب الصحيح هو: (أ) ، التبرير .													
01,00	0.50x2	(4) الجواب الصحيح هو: (ب) ، التبرير .													
التمرين الثالث: (05 نقاط)															
01,75	0,75	(1) بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 9 $5^5 \equiv 2[9]$ ، $5^4 \equiv 4[9]$ ، $5^3 \equiv 8[9]$ ، $5^2 \equiv 7[9]$ ، $5^1 \equiv 5[9]$ ، $5^0 \equiv 1[9]$ و $5^6 \equiv 1[9]$ التعميم:													
	01	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>$n(k \in \mathbb{N})$</td> <td>$6k$</td> <td>$6k+1$</td> <td>$6k+2$</td> <td>$6k+3$</td> <td>$6k+4$</td> <td>$6k+5$</td> </tr> <tr> <td>الباقي</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </table>	$n(k \in \mathbb{N})$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$	الباقي	1	5	7	8	4
$n(k \in \mathbb{N})$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$									
الباقي	1	5	7	8	4	2									
0,75	0,75	(2) باقي القسمة الإقليدية للعدد 2021^{1442} على 9 هو 7													
0,75	0,75	(3) $2021^{1442} + 1691^{1954} - 8$ مضاعف للعدد 9													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)												
مجموعة	مجزأة													
01,00	01,00	(4) $5^{6n} + 2021^{6n+1} + 1443$ مضاعف لـ 9												
0,75	0,25x3	(5) $A_n \equiv 0[9]$ معناه: $8 + 5n \equiv 0[9]$ أي: $n \equiv 2[9]$ قيم العدد n هي الأعداد الطبيعية من الشكل: $9k + 2; k \in \mathbb{N}$												
التمرين الرابع: (07 نقاط)														
0,50	0,50	(I) 1) g متزايدة تماما على $[0; +\infty[$:												
01,00	0,75	(2) أ. g مستمرة و متزايدة تماما على $[1,71; 1,72]$ $g(1,71) \approx -0,0419$ و $g(1,72) \approx 0,0128$												
	0,25	ب. إشارة $g(x)$												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>			x	0	α	$+\infty$	$g(x)$	-	0	+				
x	0	α	$+\infty$											
$g(x)$	-	0	+											
01,50	0,50	(II) 1) أ. $f'(x) = g(x)e^{1-x}$												
	0,25	ب. f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ و متناقصة تماما على $[0; \alpha]$												
	0,50	ج. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ جدول تغيرات الدالة f												
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$1+3e$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>			x	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$1+3e$	$f(\alpha)$	$+\infty$
x	0	α	$+\infty$											
$f'(x)$	-	0	+											
$f(x)$	$1+3e$	$f(\alpha)$	$+\infty$											
01,00	0,25	(2) المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C)												
	0,25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f(x) - y$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$f(x) - y$	+	0	-				
x	0	1	$+\infty$											
$f(x) - y$	+	0	-											
<p>على المجال $[0; 1[$ يكون (C) أعلى (Δ) و على المجال $]1; +\infty[$ يكون (C) أسفل (Δ) و متقاطعان في النقطة ذات الإحداثيين $(1; 2)$</p>														
0,50	0,50	(3) (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) $f'(x) = 1$ تعني: $x = \sqrt{5}$												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
مجموعة	مجزأة									
01,75	0,25x3	<p>4 أ . (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة فاصلتها $(1 + \sqrt{6})$</p> $f''(x) = (-x^2 + 2x + 5)e^{1-x}$ <p>و $f''(x)$ تنعدم عند $(1 + \sqrt{6})$ مغيرة إشارتها</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$1 + \sqrt{6}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	0	$1 + \sqrt{6}$	$+\infty$	$f''(x)$	+	0	-
	x	0	$1 + \sqrt{6}$	$+\infty$						
	$f''(x)$	+	0	-						
0,25x2	<p>ب. رسم (Δ) ، (T)</p> <p>رسم (C)</p>									
0,50										
0,75	0,25	<p>5 أ . التَحَقَّق أَنَّهُ على المجال $]-\infty; 0]$: $h(x) = f(-x)$</p>								
	0,25	<p>ب. شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C)</p>								
	0,25	<p>رسم (C_h)</p>								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
مجموعة	مجزأة											
التمرين الأول: (04 نقاط)												
01,50	0,75	(1) أ . التَحَقَّق أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلاً للمعادلة (E) فإن: $x \equiv 7[9]$										
	0,75	ب. الحلول هي الثنائيات $(x; y)$ حيث: $(x; y) = (9k + 7; 13k + 10)$ ، $k \in \mathbb{Z}$										
01,75	0,50	(2) أ . بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 $3^0 \equiv 1[5]$ ، $3^1 \equiv 3[5]$ ، $3^2 \equiv 4[5]$ ، $3^3 \equiv 2[5]$ ، $3^4 \equiv 1[5]$										
	0,75	التعميم: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$n(p \in \mathbb{N})$</td> <td>$4p$</td> <td>$4p+1$</td> <td>$4p+2$</td> <td>$4p+3$</td> </tr> <tr> <td>الباقي</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </table>	$n(p \in \mathbb{N})$	$4p$	$4p+1$	$4p+2$	$4p+3$	الباقي	1	3	4	2
	$n(p \in \mathbb{N})$	$4p$	$4p+1$	$4p+2$	$4p+3$							
الباقي	1	3	4	2								
0,50	ب. A_n يقبل القسمة على 5											
0,75	0.25x3	(3) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل $n + 3^{y-x} + 2023^{2022}$ القسمة على 5 $n + 3^{y-x} + 2023^{2022} = n + 3^{4k+3} + 2023^{2022}$ حيث $k \in \mathbb{N}$ $n + 2 + 4 \equiv 0[5]$ $\alpha \in \mathbb{N}$ ، $n = 5\alpha + 4$										
التمرين الثاني: (04 نقاط)												
01,00	0,50x2	(1) الجواب الصحيح هو: (ج) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	(2) الجواب الصحيح هو: (ب) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	(3) الجواب الصحيح هو: (أ) ، التبرير.										
01,00	0,50x2	(4) الجواب الصحيح هو: (ج) ، التبرير.										
التمرين الثالث: (05 نقاط)												
01,00	0,25	(1) أ . $u_{n+1} = (u_n - 3)^2 + 3$										
	0,50+0,25	ب. البرهان بالتراجع : $3 < u_n < 4$										
01,25	0,50x2	(2) أ . $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 4)$										
	0,25	ب. (u_n) متناقصة تماماً (u_n) متقاربة.										

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)																				
مجموعة	مجزأة																					
02,00	0,75	(3) أ. (v_n) هندسية أساسها 2 $v_0 = -2$ ب. $v_n = -2^{n+1}$ $u_n = 3 + e^{(-2^{n+1})}$ ج. نجد: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$																				
	0,25																					
	0,25																					
	0,50																					
0,75	0,50	(4) $P_n = e^{(v_0+v_1+\dots+v_n)}$ $P_n = e^{-2(2^{n+1}-1)}$																				
	0,25																					
التمرين الرابع: (07 نقاط)																						
0,50	0,50	(I) 1 g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$																				
0,75	0,50	(2) أ. g مستمرة و متزايدة تماما على $[1,89; 1,90]$ و $g(1,89) \approx -0,0068$ و $g(1,90) \approx 0,0067$																				
	0,25	ب. إشارة $g(x)$																				
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	α	$+\infty$	$g(x)$		-	0				+								
x	0	α	$+\infty$																			
$g(x)$		-	0																			
			+																			
0,75	0,25x2	(II) 1 أ. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$																				
	0,25	حامل محور الترتيب مقارب لـ (C) ب. نجد: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$																				
01,25	0,25x2	(2) أ. تبين: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$																				
	0,25	ب.																				
	0,25	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$1/\alpha$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>-</td> </tr> </table>	x	0	$1/\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$		+	0				-								
	x	0	$1/\alpha$	$+\infty$																		
$f'(x)$		+	0																			
			-																			
0,25	f متزايدة تماما على $]0; \frac{1}{\alpha}[$ و متناقصة تماما على $[\frac{1}{\alpha}; +\infty[$																					
	0,25	ج. جدول تغيرات الدالة f :																				
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$1/\alpha$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td>$f(1/\alpha)$</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	0	$1/\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$		+	0				-	$f(x)$		$f(1/\alpha)$			$-\infty$		$-\infty$
x	0	$1/\alpha$	$+\infty$																			
$f'(x)$		+	0																			
			-																			
$f(x)$		$f(1/\alpha)$																				
	$-\infty$		$-\infty$																			

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموعة	مجزأة									
1,25	0,25x2	<p>(3) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)] = 0$</p> <p>المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 2$ مستقيم مقارب لـ (C)</p>								
	0,25	<p>ب.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$e^{(-3/2)}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$3+2\ln x$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	0	$e^{(-3/2)}$	$+\infty$	$3+2\ln x$	-	0	+
	x	0	$e^{(-3/2)}$	$+\infty$						
$3+2\ln x$	-	0	+							
0,50	<p>(C) أسفل (Δ) على $\left] 0; e^{-\frac{3}{2}} \right[$</p> <p>$(\Delta)$ يقطع (C) في النقطة $A(e^{-\frac{3}{2}}; -e^{-\frac{3}{2}} - 2)$</p> <p>$(C)$ أعلى (Δ) على $\left] e^{-\frac{3}{2}}; +\infty \right[$</p>									
0,75	0,25x3	<p>(4) $f''(x) = \frac{4 \ln x}{x^3}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table> <p>(C) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها 1</p> <p>معادلة لـ (T) مماس (C) عند A هي: $y = -2x + 2$</p>	x	0	1	$+\infty$	$f''(x)$	-	0	+
x	0	1	$+\infty$							
$f''(x)$	-	0	+							
0,75	0,25x3	<p>(5) رسم (T)، (Δ) و (C)</p>								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
01,00	0,25	6) أ. تبين h زوجية.
	0,25	ب. التّحقق أنّه : على المجال $]0; +\infty[$: $h(x) = -f(x)$
	0,25	ج. شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C)
	0,25	رسم (C_h)