الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: تقني رياضي

دورة: **2022**

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: **04** سا و**30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث $a=2022$ و $b=124$

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7

2) أُدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7

3) بيّن أنّ العدد a^a+b^b+4 يقبل القسمة على 7

4) نضع، من أجل كلّ عدد طبيعي n، $A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n$

- بيّن أنّ $A_n \equiv 1+5^n+6^n\,[7]$ ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون A_n+1 مضاعفا للعدد 7

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كلّ حالة مما يلي:

1) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $n(n^2-1)$ مضاعف للعدد 3

2) الدالة العددية $x\mapsto x^2+2x+x\ln x$ حلّ للمعادلة التفاضلية $y''=2+\frac{1}{x}$ على $]0;+\infty[$

3) المستقيم ذو المعادلة $y=x+e$ مماس لمنحنى الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+(x-2)e^x$

4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=\ln\frac{n\,e^n}{n+1}$

عبارة المجموع S_n حيث $S_n=v_1+v_2+\cdots+v_n$ هي: $S_n=\frac{n(n+1)}{2}-\ln(n+1)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $u_1=2$

ومن أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1}=\frac{n}{2n+2}u_n-\frac{1}{n+1}$ و $v_n=n\,u_n+2$

1) أُحسب u_2 و u_3

2) أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

ب- أُكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

3) أُحسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n غير معدوم، $w_n = \dfrac{4n}{v_n - nu_n}$

أُحسب، بدلالة n ، المجموع S'_n حيث $S'_n = w_1 + w_2 + \cdots + w_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+(x-1)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أ- أُدرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة كلٍّ من $\dfrac{x-1}{x}$ و $\ln x$

ب- إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $\dfrac{x-1}{x}+\ln x$

2) أ- أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

ب- أُدرس اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) h الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=x-2+\ln x$

أ- بيّن أنّ الدّالة h متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

ب- برهن أنّ المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلاً وحيدا α حيث $1{,}5<\alpha<1{,}6$ ثم بيّن أنّ $\ln(\alpha)=2-\alpha$

جـ- بيّن أنّ $y=\dfrac{-\alpha^2+3\alpha-1}{\alpha}x$ معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α

4) أنشئ (T) و (C_f) على $[0;4]$ (نأخذ $\dfrac{-\alpha^2+3\alpha-1}{\alpha}\simeq 0{,}8$)

5) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما، $f(x)-x=(x-1)(-1+\ln x)$

ب- أُدرس حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $f(x)-x$

6) K الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $K(x)=-\dfrac{3}{4}x^2+2x+\left(\dfrac{1}{2}x^2-x\right)\ln x$

أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما $K'(x)=f(x)-x$

ب- أُحسب مساحة حيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x$ ، $x=1$ و $x=e$

7) g الدّالة المعرّفة على $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x+1)\ln(x+2)$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ ، $g(x)=f(x+2)-1$
- استنتج أنّ (C_g) صورة (C_f) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه. (لا يُطلب إنشاء (C_g))

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $a=5n+2$ ، $b=n+1$ ، $c=9n+2$

و $d=p\gcd(a;b)$ ، $d'=p\gcd(b;c)$

1) عيّن القيم الممكنة لكلّ من d و d' ثم استنتج $p\gcd(a;b;c)$

2) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد b قاسما لـ a

3) نعتبر المعادلة: $(E)\cdots$ $17x-4y=29$ حيث x و y عددان صحيحان.

بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv1[4]$ ثم حل المعادلة (E)

4) عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقق $xy<279$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير.

1) مجموعة حلول المعادلة $e^{(\ln x)^2-6}=x$ ذات المجهول الحقيقي x في المجال $]0;+\infty[$ هي:

أ) $S=\{e^3\}$ ب) $S=\{-2;3\}$ جـ) $S=\{e^{-2};e^3\}$

2) باقي القسمة الإقليدية للعدد 9^{2023} على 7 هو:

أ) 2 ب) 3 جـ) 5

3) العدد الحقيقي $\int_0^{\ln 4043}\frac{1}{1+e^{-x}}\,dx$ يساوي :

أ) 2022 ب) $\ln 2022$ جـ) $\ln 4043$

4) F الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $F(x)=(x+2)\sqrt{x}$

F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$. عبارة الدالة f هي :

أ) $f(x)=\frac{3x+2}{2x}$ ب) $f(x)=\frac{3x+2}{2x}\sqrt{x}$ جـ) $f(x)=\frac{2x+3}{2x}\sqrt{x}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{2}(u_n-2)$

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n>-2$

2) أُدرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم إستنتج أنّ (u_n) متقاربة .

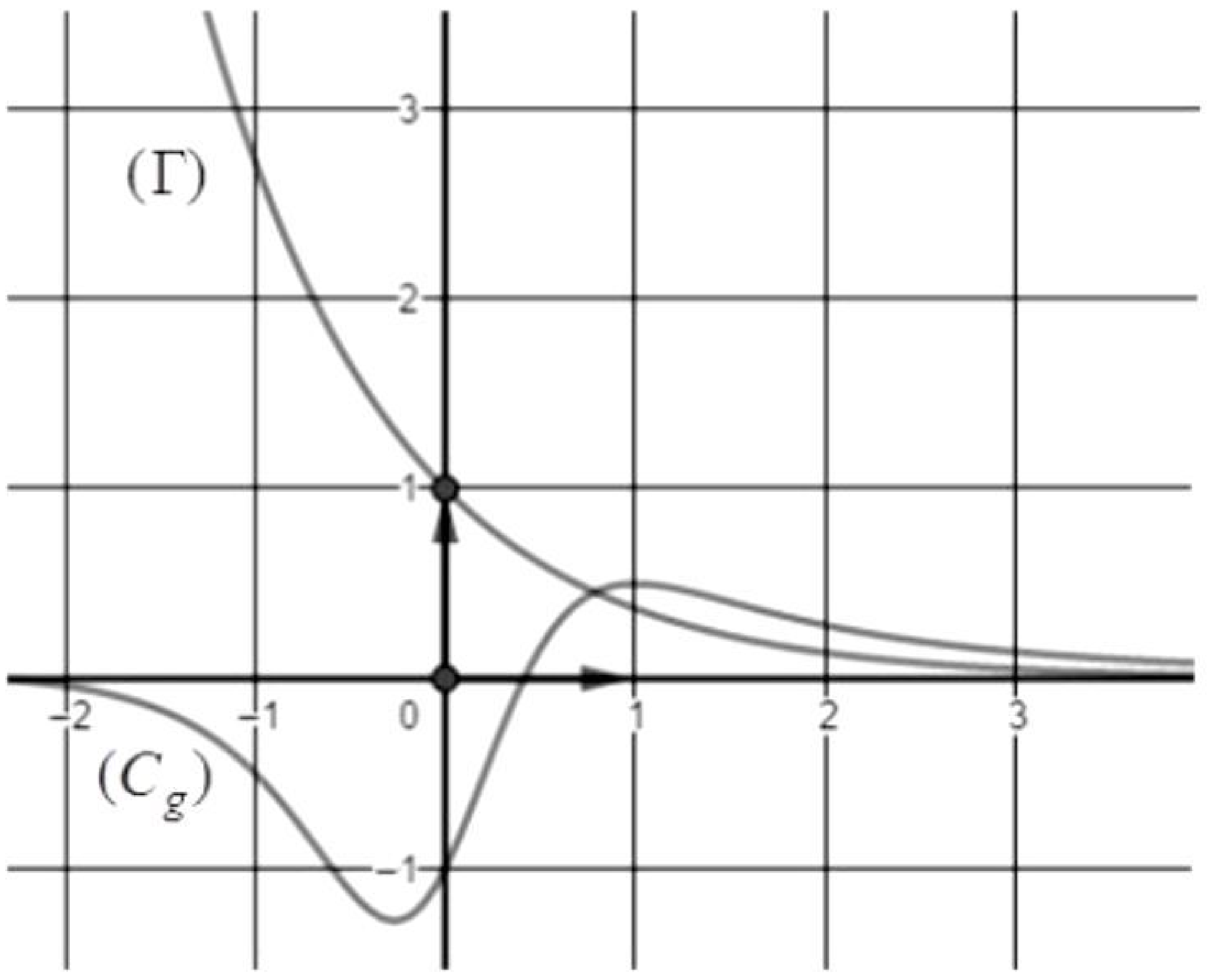
3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي $v_n=\frac{1}{u_{n+1}-u_n}$

أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 ثم أُكتب v_n بدلالة n

ب- أُحسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+\cdots+\frac{1}{v_n}$

4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=2\left(\frac{1}{2^n}-1\right)$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

ب- أُحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث $S'_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$



التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

(Γ) التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto e^{-x}$ و (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\frac{x^2+2x-1}{(x^2+1)^2}$

α فاصلة نقطة تقاطع (C_g) و (Γ)

(كما هو مبيّن في الشكل المقابل)

1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)-e^{-x}$

2) تحقّق حسابيا أنّ $0,7<\alpha<0,8$

II) f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{-x}-\frac{x+1}{x^2+1}$، $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

1) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا .

2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)-e^{-x}$

ب- اِستنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيّراتها.

3) أ- أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-e^{-x}\right]$ وفسّر النتيجة بيانيا.

ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين $\left(C_f\right)$ و (Γ)

4) أ- أُكتب معادلة لـ (T) مماس $\left(C_f\right)$ في النقطة ذات الفاصلة 0

ب- أنشئ (T) و (Γ) و $\left(C_f\right)$ (نأخذ $f(\alpha)\simeq-0.6$)

جـ- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)-m=0$

5) علما أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[-1;0]$: $\frac{1}{2}x+1\le\frac{1}{x^2+1}\le\frac{5}{4(1-x)}$

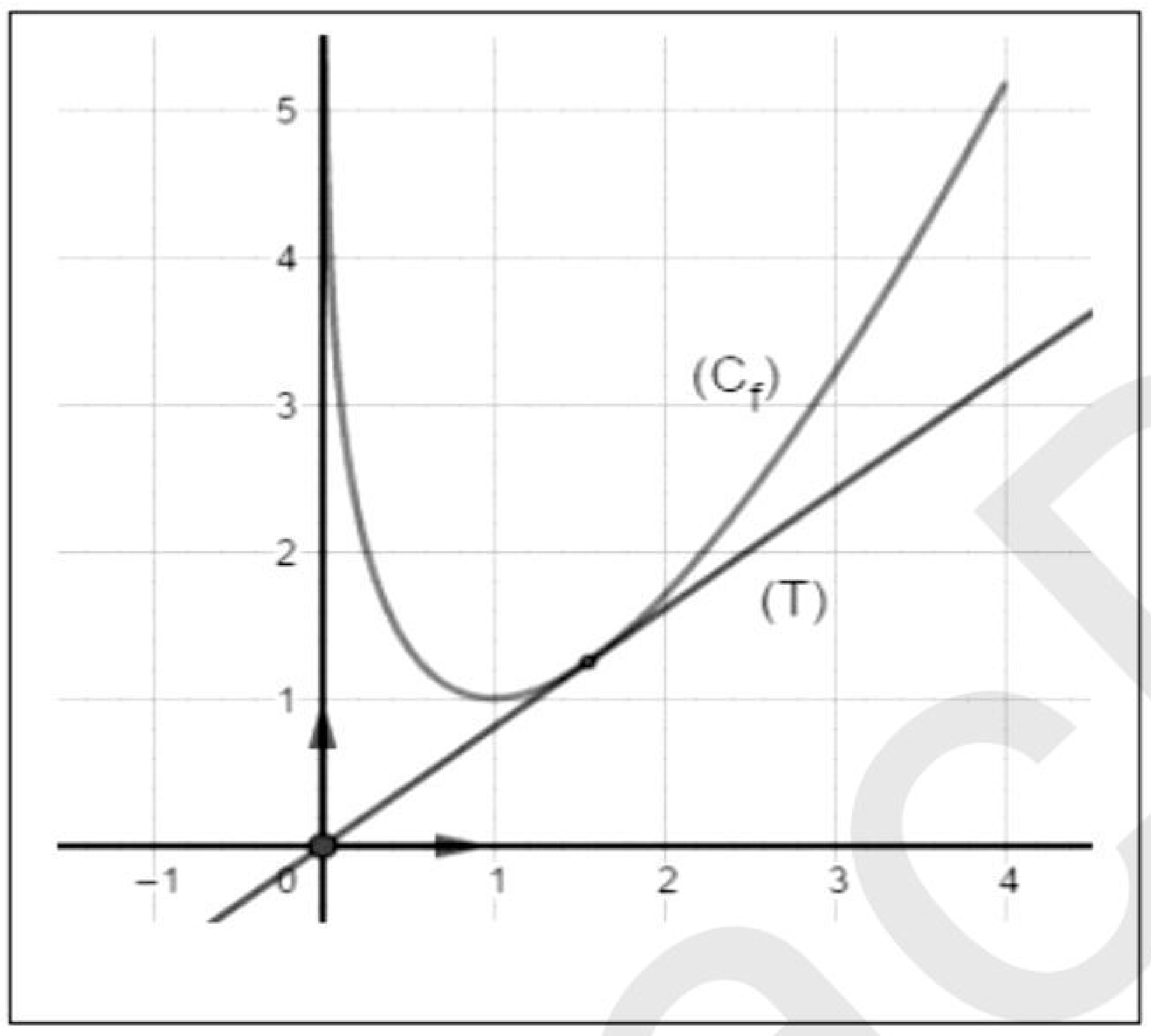
أ- عيّن حصرا للعدد I حيث : $I=\int_{-1}^{0}\frac{dx}{x^2+1}$

ب- أُحسب J حيث : $J=\int_{-1}^{0}\frac{x}{x^2+1}dx$ ثم استنتج حصرا لـ A ، مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنيين (Γ) و $\left(C_f\right)$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=-1$ و $x=0$

انتهى الموضوع الثاني

<table>
<tr><th rowspan="2" colspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">الموضوع الأول</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>(1</td><td>$a \equiv 6[7]$
$b \equiv 5[7]$</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(2</td><td>بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7:
$5^6 \equiv 1[7]\,, 5^5 \equiv 3[7]\,,\ 5^4 \equiv 2[7]\,,\ 5^3 \equiv 6[7]\,,\ 5^2 \equiv 4[7]\,, 5^1 \equiv 5[7]\,,\ 5^0 \equiv 1[7]$
<table>
<tr><td>6k+5</td><td>6k+4</td><td>6k+3</td><td>6k+2</td><td>6k+1</td><td>6k</td><td>n</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2</td><td>6</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>بواقي قسمة 5^n على 7</td></tr>
</table></td><td>0.75
0.75</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>(3</td><td>$a^a + b^b + 4 \equiv (-1)^{2022} + 5^{6\times20+4} + 4[7]$
$a^a + b^b + 4 \equiv 0[7]$</td><td>0.5x2</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(4</td><td>تبيان أن :
$A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n\,[7]$
تمنح 0.25 لكل محاولة
قيم n هي $6k+2$ أو $6k+3$ حيث k عدد طبيعي</td><td>0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>(1</td><td>صحيحة لأن
<table>
<tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>بواقي قسمة n على 3</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>بواقي قسمة n^2-1 على 3</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>بواقي قسمة $n(n^2-1)$ على 3</td></tr>
</table></td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(2</td><td>صحيحة لأن:بفرض أن $F(x) = x^2 + 2x + x\ln x$ نجد $F''(x) = 2 + \frac{1}{x}$</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(3</td><td>خاطئة لأن : $f'(x) = 1 + (x-1)e^x$
$x_0 = 1$ معناه $f'(x_0) = 1$
$y = x - e$ معادلة لمماس المنحى عند النقطة ذات الفاصلة 1</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
<tr><td>(4</td><td>صحيحة لأن :
$S_n = (1+2+\cdots+n) + \ln\frac{1\times2\times\cdots\times n}{2\times3\times\cdots\times(n+1)}$
$S_n = \frac{n(n+1)}{2} - \ln(n+1)$</td><td>0.5
0.5</td><td>01</td></tr>
</table>

	التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1)	$u_2=0$ و $u_3=-\frac{1}{3}$	**0.5** **0.5**	**01**
2)	أ- $v_{n+1}=(n+1)\left(\frac{n}{2n+2}\,\frac{v_n-2}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+2=\frac{1}{2}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$	**0.75** **0.5**	**2.25**
	ب- $v_n=4\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ $u_n=\frac{2}{n}\left[2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-1\right]$	**0.5** **0.50**	
3)	$S_n=8\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$	**0.75**	**0.75**
4)	$w_n=\frac{4n}{v_n-nu_n}=2n$ $S'_n=w_1+w_2+\cdots+w_n$ ومنه $S'_n=2+4+6+\cdots+2n=n(n+1)$	**0.50** **0.50**	**01**
	التمرين الرابع: (07 نقاط)		
1)	أ- إشارة كل من $\frac{x-1}{x}$ و $\ln x$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline \frac{x-1}{x} & & - & 0 & + & \\ \hline Lnx & & - & 0 & + & \end{array}$	**0.50** **0.25**	**01**
	ب- اشارة $\frac{x-1}{x}+\ln x$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline \frac{x-1}{x}+Lnx & & - & 0 & + & \end{array}$	**0.25**	
2)	أ- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$	**0.25** **0.25**	**1.25**
	ب- $f'(x)=\ln x+\frac{x-1}{x}$ الدالة f متناقصة تماما على $]0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$ جدول التغيرات: $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 1 & \nearrow & +\infty \end{array}$	**0.25** **0.25** **0.25**	

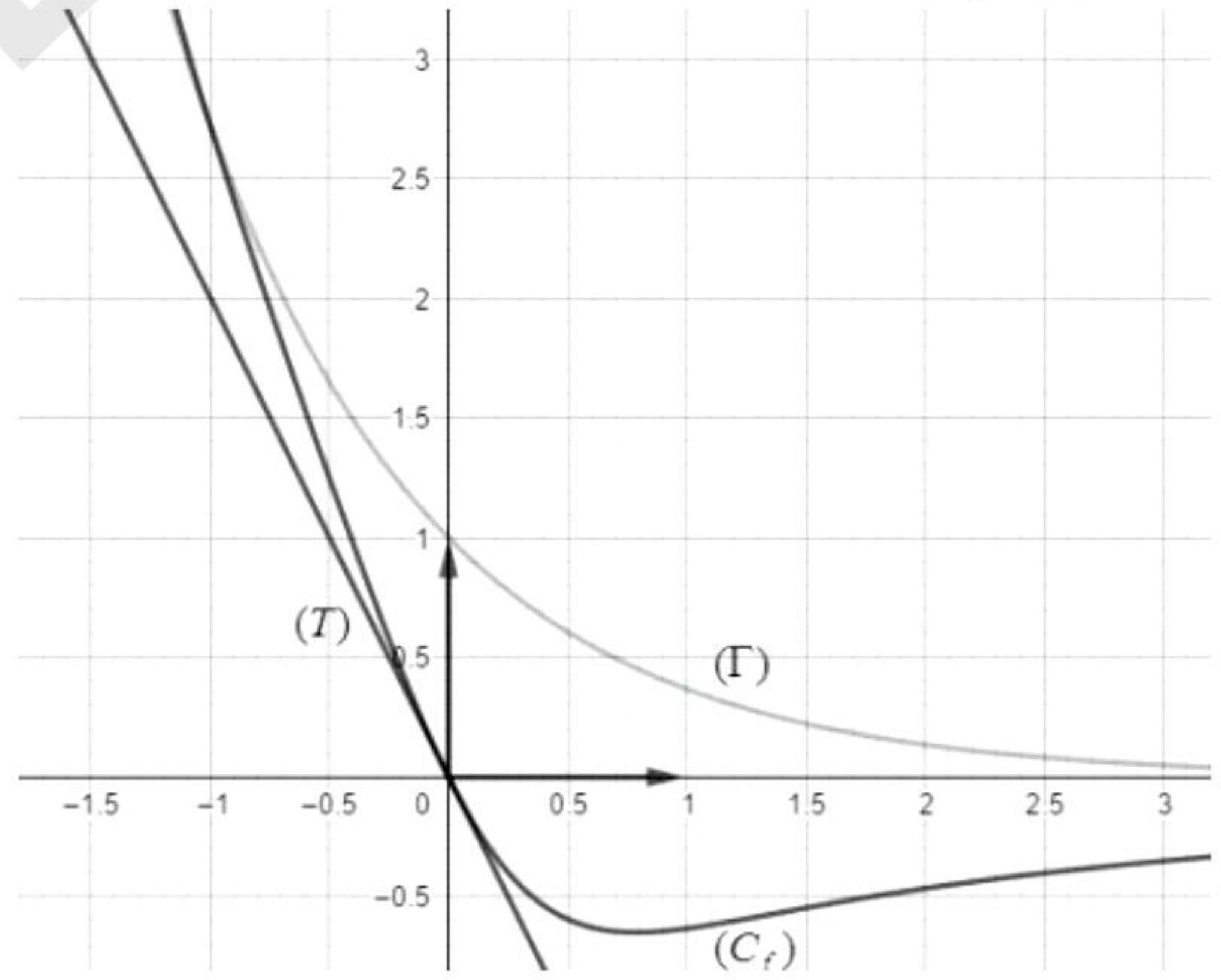
<table>
<tr>
<td rowspan="3">(3</td>
<td>أ- $h'(x)=1+\frac{1}{x}$
من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $h'(x)>0$ ومنه h متزايدة تماما على $]0;+\infty[$</td>
<td>0.25
0.25</td>
<td rowspan="3">1.75</td>
</tr>
<tr>
<td>ب- مبرهنة القيم المتوسطة
$h(\alpha)=0$ معناه $\ln(\alpha)=2-\alpha$</td>
<td>0.5
0.25</td>
</tr>
<tr>
<td>جـ- $y=f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)=\left(\ln\alpha+\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)(x-\alpha)+1+(\alpha-1)\ln\alpha$
$(T):\ y=\frac{-\alpha^2+3\alpha-1}{\alpha}x$</td>
<td>0.5</td>
</tr>
<tr>
<td>(4</td>
<td>انشاء (T) و (C_f)
 </td>
<td>0.25
0.5</td>
<td>0.75</td>
</tr>
<tr>
<td>(5</td>
<td>أ- $(x-1)(-1+\ln x)=-x+x\ln x+1-\ln x=(x-1)\ln x+1-x=f(x)-x$</td>
<td>0.25</td>
<td rowspan="2">01</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>ب- إشارة $f(x)-x$
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>e</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$x-1$</td><td></td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$-1+Lnx$</td><td></td><td>−</td><td></td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$(x-1)(-1+Lnx)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
</table></td>
<td>0.75</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">(6</td>
<td>أ-تبيان أن : $K'(x)=-\frac{3}{2}x+2+(x-1)\ln x+\frac{1}{2}x-1=f(x)-x$</td>
<td>0.25</td>
<td rowspan="2">0.75</td>
</tr>
<tr>
<td>ب- المساحة : $S=\int_1^e\left(x-f(x)\right)dx=\left[-k(x)\right]_1^e=\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{4}e^2-e\right)\ u.a$</td>
<td>0.5</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">(7</td>
<td>– تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-2;+\infty[$ ، $g(x)=f(x+2)-1$</td>
<td>0.25</td>
<td rowspan="2">0.50</td>
</tr>
<tr>
<td>– (C_g) صورة (C_f) بانسحاب ذي الشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}$</td>
<td>0.25</td>
</tr>
</table>

	الموضوع الثاني		
	التمرين الأول: (04 نقاط)		
1)	القيم الممكنة d و d' : $\begin{cases} d \backslash a \\ d \backslash b \end{cases}$ ومنه $d \backslash (5b-a)$ اي $d \backslash 3$ ومنه $d \in \{1;3\}$ $\begin{cases} d' \backslash b \\ d' \backslash c \end{cases}$ ومنه $d' \backslash (9b-c)$ اي $d' \backslash 7$ ومنه $d' \in \{1;7\}$ الاستنتاج: $p\gcd(a;b;c)=1$	0.75 0.75 0.25	1.75
2)	تعيّين قيم العدد الطبيعي n $\frac{5n+2}{n+1}=5-\frac{3}{n+1}$ معناه $(n+1) \backslash 3$ اي $n \in \{0;2\}$	0.50	0.50
3)	إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $17x \equiv 29[4]$ اي $x \equiv 1[4]$ $S=\{(4k+1;17k-3) \quad / k \in \mathbb{Z}\}$	0.50 0.50	01
4)	$\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy<279 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy<279 \end{cases}$ ومنه $(4k+1)(17k-3)<279$ ومنه $k \in \{-2;-1;0;1\}$ اذن $S'=\{(-7;-37),(-3;-20),(1;-3),(5;14)\}$	0.50 0.25	0.75
	التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1)	الاقتراح الصحيح هو ج) لأن : $e^{(\ln x)^2-6}=x$ معناه $(\ln x-3)(\ln x+2)=0$ اي $x \in \{e^{-2} ; e^{3}\}$	0.50 0.50	01
2)	الاقتراح الصحيح هو أ.) $2^3 \equiv 1[7]$ ومنه $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ وبما ان $2023=3\times674+1$ فإن $2^{2023} \equiv 2[7]$	0.50 0.50	01
3)	الاقتراح الصحيح هو أ.) لأن: $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}}\, dx=\left[\ln(e^x+1)\right]_0^{\ln 4043}=\ln 2022$	0.50 0.50	01
4)	الاقتراح الصحيح هو ب) لأن: $F'(x)=\frac{(3x+2)\sqrt{x}}{2x}$	0.50 0.50	01
	التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1)	البرهان بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n>-2$	+0.25 0.75	01

(2	اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) : من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{2}\left(u_n+2\right)$ بما أن من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_n>-2$ فإن من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_{n+1}-u_n<0$ ومنه (u_n) متناقصة تماما التقارب: (u_n) متقاربة لأنها محدودة من الأسفل و متناقصة تماما	0.75 0.25	01
(3	أ- (v_n) هندسية أساسها 2 : من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+2}-u_{n+1}}=\frac{1}{\frac{1}{2}(u_{n+1}-u_n)}=2v_n$ v_n بدلالة n : من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $v_n=-2^n$	0.50 0.50	1.75
	ب- المجموع S_n : من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $S_n=-\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1}{-\frac{1}{2}}=2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1\right]$	0.75	
(4	أ- تبيان أنّ $u_n=2\left(\frac{1}{2^n}-1\right)$: $S_n=(u_1-u_0)+(u_2-u_1)+\cdots+(u_n-u_{n-1})+\frac{1}{v_n}$ $S_n=u_n-u_0+\frac{1}{v_n}$ $u_n=S_n-\frac{1}{v_n}=2\left(\frac{1}{2^n}-1\right)$ $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}2\left[\frac{1}{2^n}-1\right]=-2$	0.5 0.25	1.25
	ب- حساب المجموع S'_n : $S'_n=u_0+u_1+\cdots+u_n=4\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]-2(n+1)$ $S'_n=2-2n-\frac{1}{2^{n-1}}$	0.50	

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I (1	إشارة $g(x)-e^{-x}$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x)-e^{(-x)} & & - & 0 & + & \end{array}$	0.50	0.50
(2	التحقّق أنّ : $0,7<\alpha<0,8$ الدالة $x\mapsto g(x)-e^{-x}$ مستمرة على $\mathbb{R}$ و $\left(g(0.7)-e^{-0.7}\right)\left(g(0.8)-e^{-0.8}\right)<0$	0.50	0.50
(II (1	حساب النّهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$	0.25 0.25	0.75

<table>
<tr><td></td><td>التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=0$</td><td>0.25</td><td></td></tr>
<tr><td>(2</td><td>أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)-e^{-x}$</td><td>0.50</td><td>1.25</td></tr>
<tr><td></td><td>**ب**- إستنتاج اتجاه تغير الدالة:
الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$
جدول تغيّراتها
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘</td><td>$f(\alpha)$</td><td>↗ 0</td></tr></table></td><td>0.50
0.25</td><td></td></tr>
<tr><td>(3</td><td>أ- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-e^{-x}\right]=0$
التفسّير :(Γ) و (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$</td><td>0.50
0.25</td><td>1.25</td></tr>
<tr><td></td><td>**ب**- الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ)
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-x-1$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>**الوضعية**</td><td>(C_f)فوق (Γ)</td><td></td><td>(C_f)تحت (Γ)</td></tr></table>
$(C_f)\cap(\Gamma)=\{A(-1;e)\}$</td><td>0.50</td><td></td></tr>
<tr><td>(4</td><td>أ- معادلة لـ (T) : $y=-2x$</td><td>0.50</td><td>02</td></tr>
<tr><td></td><td>**ب**- أنشئ (C_f) و (Γ) و (T)
 </td><td>0.25X3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>**جـ**- المناقشة البيانية :
اذا كان $m < f(\alpha)$ فإن المعادلة لا تقبل حلا
اذا كان $m=f(\alpha)$ فإن للمعادلة حلا موجبا تماما
اذا كان $m=0$ فإن للمعادلة حلا معدوما
اذا كان $m > 0$ فإن للمعادلة حلا سالبا تماما</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td></td></tr>
</table>

	اذا كان $0 > m > f(\alpha)$ فإن للمعادلة حلين موجبين تماما		
(5	أ- حصرا العدد I $\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{2}x+1\right)dx \leq \int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{x^2+1}\right)dx \leq \int_{-1}^{0}\left(\frac{5}{4(1-x)}\right)dx$ $\frac{3}{4} \leq I \leq \frac{5}{4}\ln 2$	0.25	0.75
	ب-حساب J $J=\int_{-1}^{0}\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\left[\ln(x^2+1)\right]_{-1}^{0}=\frac{-\ln 2}{2}$ حصر المساحة $A=\int_{-1}^{0}\frac{x+1}{x^2+1}dx=I+J \quad u.a$ **ومنه** $\frac{3}{4}-\frac{\ln 2}{2} \leq I+J \leq \frac{5}{4}-\frac{\ln 2}{2}$ **اي** $\frac{3-2\ln 2}{4} \leq A \leq \frac{3}{4}\ln 2$	0.25 0.25	