الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

**امتحان بكالوريا التعليم الثانوي** **دورة: 2023**

**الشعبة: تقني رياضي**

**اختبار في مادة: الرياضيات** **المدة: 04 سا و30 د**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، موزعة كما يلي:

3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2

و كريتين خضراوين مرقمتين بـ: 1 ، 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث $A$ ، $B$ ، $C$ الآتية:

$A$ " الحصول على كريتين من نفس اللون " ، $B$ " الحصول على كرية حمراء على الأقل "

$C$ " الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما يساوي 3 "

**1)** **أ)** بيّن أنّ احتمال الحدث $A$ يساوي $\frac{1}{4}$ وأنّ احتمال الحدث $B$ يساوي $\frac{9}{14}$

**ب)** احسب الاحتمال $P(C)$

**2)** نعتبر المتغيّر العشوائي $X$ الذي يرفق بكلّ عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

**أ)** برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي $X$ هي $\{1; 2; 3; 4\}$

**ب)** عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

**1)** برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $u_n < 3$

**2)** بيّن أنّ $(u_n)$ متزايدة تماما.

**3)** $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 3$

**أ)** بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول $v_0$

**ب)** عيّن عبارة الحدّ العام $v_n$ بدلالة $n$ ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $u_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$

**جـ)** احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

**4)** نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

احسب $S_n$ بدلالة $n$ ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $T_n = 3n - 3 + 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

**1)** أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $2^n$ على 7

**ب)** استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $1444^{2023}$ على 7

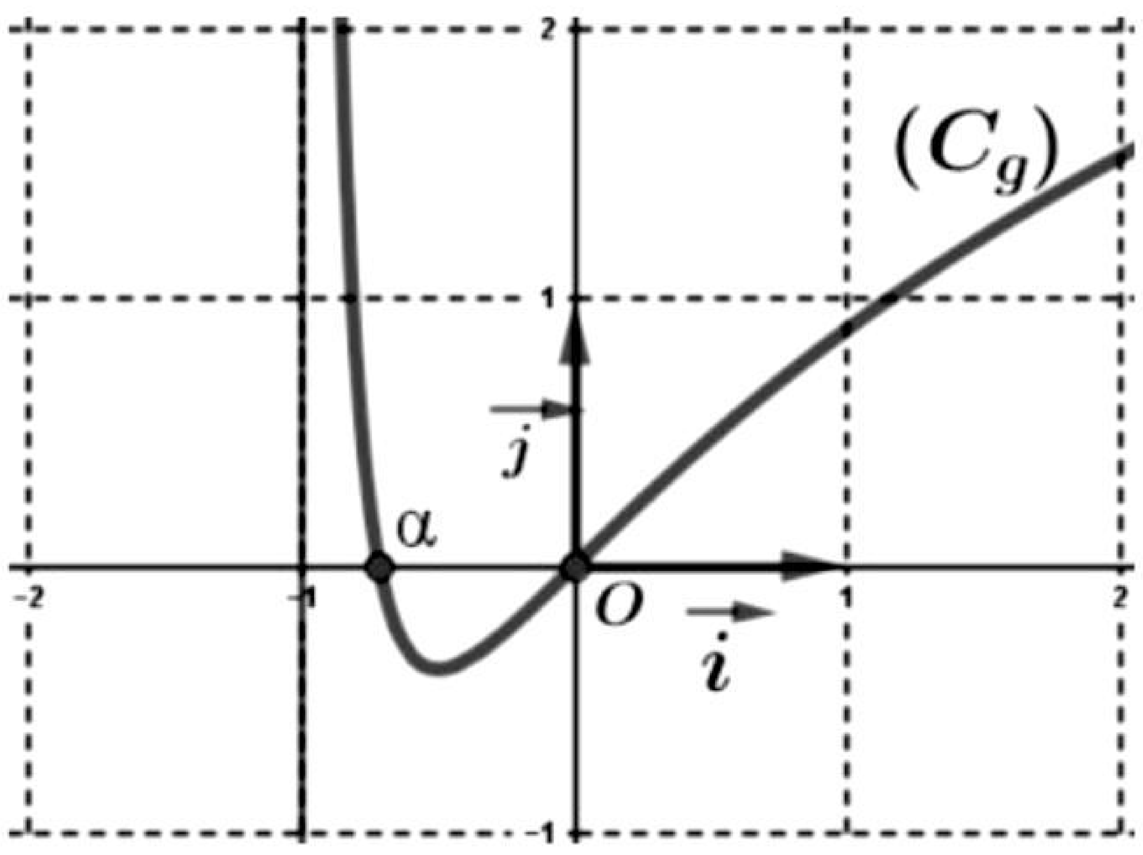
**جـ)** عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون: $1962n+1444^{3n+1}\equiv 0[7]$

**2)** نعتبر المعادلة $(E)$ ... $7x-6y=4$ ذات المجهولين الصحيحين $x$ و $y$

تحقّق أنّ الثنائية $(4\,;4)$ حلّ للمعادلة $(E)$ ثمّ استنتج مجموعة حلولها.

**3)** عيّن الثنائيات $(x\,;y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة $(E)$ والتي تحقّق $2^{3x}+2^{y}\equiv 3[7]$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**




**I)** $g$ الدّالة المعرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\ln(x+1)-\dfrac{x}{x+1}$

$(C_g)$ تمثيلها البياني، يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين اللتين فاصلتاهما $\alpha$ و $0$ ( لاحظ الشكل المقابل )

**1)** بقراءة بيانية ، حدّد حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$

**2)** تحقّق أنّ: $-0,72<\alpha<-0,71$

**II)** $f$ الدّالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=(2x+3)\ln(x+1)-3x$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( وحدة الطول $2cm$ )

**1)** أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

**ب)** تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ :

$f(x)=x\left[\left(2+\dfrac{3}{x}\right)\ln(x+1)-3\right]$ ثمّ استنتج أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

**2)** أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$

**ب)** استنتج أنّ $f$ متناقصة تماما على $[\alpha\,;0]$ ومتزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-1;\alpha]$ و $[0\,;+\infty[$

**جـ)** شكّل جدول تغيّرات الدّالة $f$

**3)** أ) ارسم $(C_f)$ في المجال $]-1;4]$ ( نأخذ : $f(3)\simeq 3,5$ ، $f(4)\simeq 5,7$ و $f(\alpha)\simeq 0,2$ )

**ب)** عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول بالضبط.

**4)** $F$ الدّالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $F(x)=\left(x^2+3x+2\right)\ln(x+1)-2x^2-2x$

أ) تحقّق أنّ $F$ أصلية للدّالة $f$ على المجال $]-1;+\infty[$

**ب)** استنتج بالسنتيمتر المربّع $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\alpha$ و $x=0$

**جـ)** تحقّق أنّ $\mathcal{A}=\left(6\alpha^2+4\alpha\right)cm^2$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على $11$ كريّة متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس، موزعة كما يلي:

$3$ كريات تحمل الرقم $0$ ، $3$ كريات تحمل الرقم $1$ و $5$ كريات تحمل الرقم $2$

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث $A$ ، $B$ ، $C$ الآتية:

$A$ " الحصول على كريتين رقم كلّ منهما عدد أوّلي " ، $B$ " الحصول على كريّة واحدة تحمل رقما فرديا "

$C$ " الحصول على كريتين جُداء رقميهما معدوم "

**1)** أ) بيّن أنّ احتمال الحدث $A$ يساوي $\frac{2}{11}$ وأنّ احتمال الحدث $B$ يساوي $\frac{24}{55}$

ب) احسب الاحتمال $P(C)$

**2)** نعتبر المتغيّر العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي $X$ هي $\{0;1;2;4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

جـ) احسب احتمال الحدث: " $e^{X+6} < 2023$ "

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

**عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.**

**1)** حلّ المعادلة التفاضلية $y' = y - 2$ الذي يحقّق $y(0) = 1446$ هو الدّالة $h$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

أ) $h(x) = 1444e^{x} - 2$ ب) $h(x) = 1444e^{x} + 2$ جـ) $h(x) = 1444e^{-x} + 2$

**2)** $\lim_{x \to +\infty} \left[-x + \ln x - \ln(x+1)\right]$ تساوي:

أ) $0$ ب) $+\infty$ جـ) $-\infty$

**3)** العدد الحقيقي $I$ حيث $I = \int_0^{\ln 2} \left(e^{-x} + 1\right) dx$ يساوي:

أ) $\frac{1}{2} + \ln 2$ ب) $\frac{1}{2} - \ln 2$ جـ) $-\frac{1}{2} + \ln 2$

**4)** من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ أكبر تماما من $1$ ، $PGCD\left(2n^2+n \; ; \; 3n^2+n\right)$ يساوي:

أ) $1$ ب) $n$ جـ) $2n$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{3u_n + 1}$

**1)** برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $u_n > \frac{2}{3}$

**2)** بيّن أنّ $(u_n)$ متناقصة تماما.

**3)** $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3 - \frac{2}{u_n}$

**أ)** بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ يُطلب تعيين حدّها الأول $v_0$

**ب)** عيّن عبارة الحدّ العام $v_n$ بدلالة $n$ ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $u_n = \frac{2}{3-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$

**جـ)** احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

**4)** نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = \frac{2}{u_0} + \frac{2}{u_1} + \cdots + \frac{2}{u_n}$

احسب $S_n$ بدلالة $n$ ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $T_n = 3n + \frac{1}{2}\left[3 + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

**I)** الجدول المقابل يُمثّل تغيّرات الدّالة $g$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = -1 + (2x-1)e^x$$

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $-1$ ↘ | $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ | ↗ $+\infty$ |

**1)** أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0{,}7 < \alpha < 0{,}8$

**2)** استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

**II)** $f$ الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x + 4 + (2x-3)\,e^x$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثمّ بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

**ب)** بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = -x + 4$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ عند $-\infty$

**جـ)** ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$

**2)** أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي $x$، $f'(x) = g(x)$

**ب)** استنتج أنّ $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**3)** أ) أثبت أنّ $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يُطلب تعيين معادلة له.

**ب)** ارسم $(\Delta)$، $(T)$ و $(C_f)$ ( نأخذ : $f(2) \simeq 9{,}4$ و $f(\alpha) \simeq 0{,}1$ )

**جـ)** عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -x + m$ حلّين بالضبط.

**4)** $F$ الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (-2x+5)e^x$

**أ)** تحقّق أنّ $F$ أصلية للدّالة $x \mapsto (-2x+3)e^x$ على $\mathbb{R}$

**ب)** استنتج مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها

$y = -x + 4$ ، $x = -1$ و $x = 0$

**انتهى الموضوع الثاني**

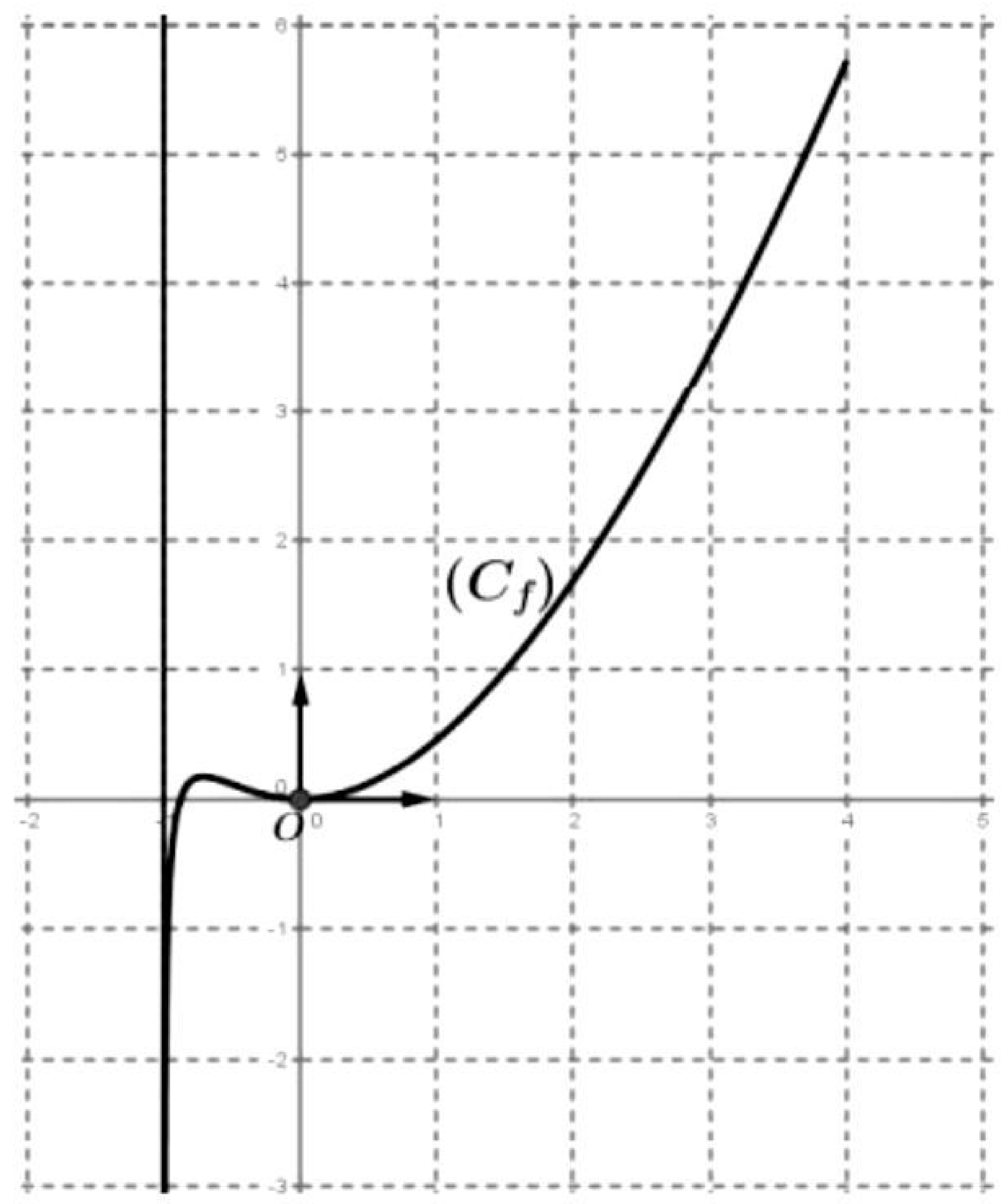
| | عناصر الإجابة ( الموضوع الأول ) | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | |
| 1 | أ) $P(A)=\dfrac{C_3^2+C_3^2+C_2^2}{C_8^2}=\dfrac{1}{4}$ | 0.5 + 0.25 | 2 |
| | $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\dfrac{C_5^2}{C_8^2}=\dfrac{9}{14}$ | 0.5 + 0.25 | |
| | ب) $P(C)=\dfrac{C_5^1\times C_2^1}{C_8^2}=\dfrac{5}{14}$ | 2 × 0.25 | |
| 2 | أ) تبرير عناصر المجموعة $\{1\,;2\,;3\,;4\}$ | 0.5 | 2 |
| | ب) قانون الاحتمال<br>$x_i$: 1, 2, 3, 4<br>$P(X=x_i)$: $\frac{5}{28}$, $\frac{12}{28}$, $\frac{10}{28}$, $\frac{1}{28}$ | 4 × 0.25 | |
| | $E(X)=\dfrac{9}{4}$ | 0.5 | |
| | **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | |
| 1 | البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية | 0.25 | 1 |
| | إثبات صحّة الاستلزام ( إثبات أنّ الخاصية وراثية ) | 0.75 | |
| 2 | من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{1}{3}(u_n-3)$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما | 0.25 | 0.25 |
| 3 | أ) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\dfrac{2}{3}v_n$ | 0.75 | 1.75 |
| | $v_0=-2$ | 0.25 | |
| | ب) من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $v_n=-2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ و $u_n=-2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+3$ | 2 × 0.25 | |
| | جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n=0$ | 0.25 | |
| 4 | $S_n=v_0\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}=-6\left[1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}\right]$ | 0.75 | 1 |
| | $T_n=S_n+3(n+1)=-6\left[1-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}\right]+3n+3=3n-3+4\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ | 0.25 | |

## التمرين الثالث ( 05 نقاط )

| السؤال | الإجابة | العلامة مجزأة | المجموع |
|---|---|---|---|
| 1 | أ) $2^0\equiv1[7]$ ، $2^1\equiv2[7]$ ، $2^2\equiv4[7]$ ، $2^3\equiv1[7]$<br>$k\in\mathbb{N}$ $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} n & 3k & 3k+1 & 3k+2 & \\ \hline 2^n\equiv & 1 & 2 & 4 & [7] \end{array}$ | $2\times0.75$ | 3 |
| | ب) لدينا $1444\equiv2[7]$ ومنه $2023\equiv1[3]$ وعليه $1444^{2023}\equiv2[7]$ | $3\times0.25$ | |
| | جـ) $1962n\equiv2n[7]$ و $1444^{3n+1}\equiv2[7]$<br>$1962n+1444^{3n+1}\equiv0[7]$ معناه $2n+2\equiv0[7]$ أي $n\equiv6[7]$<br>وعليه $n=7\alpha+6$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$ | 0.25<br>0.25<br>0.25 | |
| 2 | لدينا $7(4)-6(4)=4$ ومنه $(4;4)$ حلّ للمعادلة $(E)$<br>لدينا $\begin{cases}7x-6y=4\\7(4)-6(4)=4\end{cases}$ ومنه $7(x-4)=6(y-4)$<br>وباستعمال مبرهنة غوص: مجموعة الحلول هي $\{(6k+4;7k+4)/k\in\mathbb{Z}\}$ | 0.5<br>0.5<br>0.5 | 1.5 |
| 3 | $2^{3x}+2^y\equiv3[7]$ معناه $2^{3x}+2^{7k+4}\equiv1+2^{k+1}[7]$، ومنه $2^k\equiv1[7]$<br>وبالتالي $k=3\lambda$، وعليه $(x;y)\in\{(18\lambda+4;21\lambda+4)/\lambda\in\mathbb{N}\}$ | 0.25<br>0.25 | 0.5 |

## التمرين الرابع ( 07 نقاط )

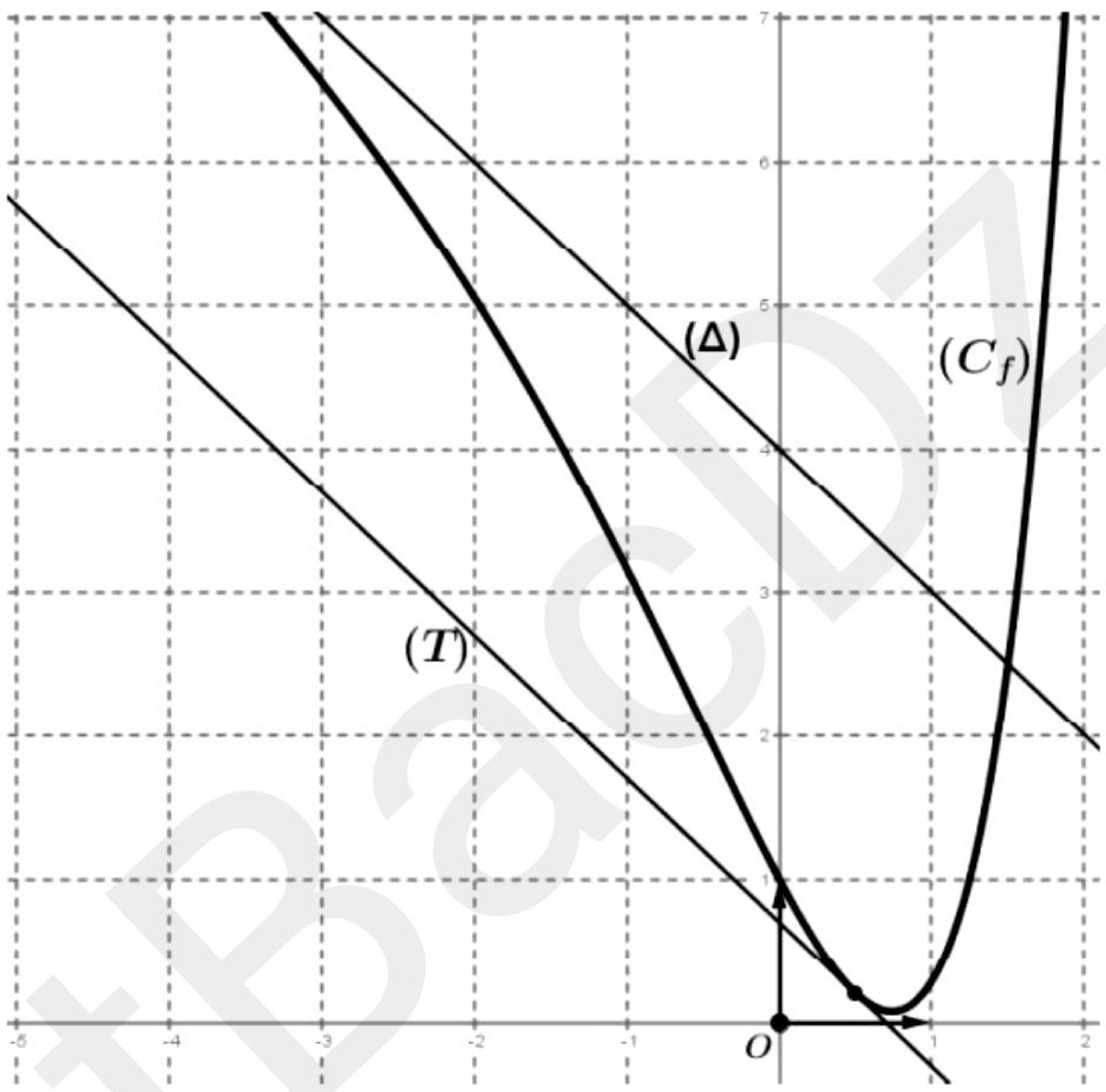
| السؤال | الإجابة | العلامة مجزأة | المجموع |
|---|---|---|---|
| I) 1) | إشارة $g(x)$<br>$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -1 & & \alpha & & 0 & & +\infty \\ \hline g(x) & \| & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$ | 0.75 | 0.75 |
| 2) | $g(-0,72)\simeq0,025$ و $g(-0,71)\simeq-0,027$<br>ومنه $g(-0,72)\times g(-0,71)<0$ | 0.5 | 0.5 |
| II) 1) | أ) $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}}f(x)=-\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ مقارب لـ $(C_f)$ | 0.25+0.25 | 1 |
| | ب) $f(x)=x\left[\left(2+\frac{3}{x}\right)\ln(x+1)-3\right]$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | 0.25+0.25 | |
| 2) | أ) من أجل كلّ $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$ | 0.75 | 2 |
| | ب) $f$ متناقصة تماما على $[\alpha;0]$<br>ومتزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-1;\alpha]$ و $[0;+\infty[$ | 0.25<br>0.25 | |
| | جـ) جدول التغيّرات<br>$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -1 & & \alpha & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & \| & -\infty \nearrow & f(\alpha) & \searrow & 0 & \nearrow & +\infty \end{array}$ | 0.75 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| (3 | أ) الرسم:  | 0.75 | 1 |
| | ب) المعادلة $f(x)=m$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط من أجل $0<m<f(\alpha)$ | 0.25 | |
| (4 | أ) من أجل كلّ $x$ من $]-1;+\infty[$ ، $F'(x)=f(x)$ | 1 | 1.75 |
| | ب) $\mathscr{A}=\left[F(0)-F(\alpha)\right]=\left[2\alpha^2+2\alpha-\left(\alpha^2+3\alpha+2\right)\ln(\alpha+1)\right]u.a$ | 0.25+0.25 | |
| | جـ) لدينا: $\ln(\alpha+1)=\dfrac{\alpha}{2(\alpha+1)}$ ومنه: $\mathscr{A}=\left(6\alpha^2+4\alpha\right)cm^2$ | 0.25 | |

**ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط**

| العلامة | | عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني ) | |
|---|---|---|---|
| مجموع | مجزأة | | |
| | | **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | |
| 2 | 0.5 + 0.25 | أ) $P(A)=\frac{C_5^2}{C_{11}^2}=\frac{2}{11}$ | 1 |
| | 0.5 + 0.25 | $P(B)=\frac{C_3^2\times C_8^1}{C_{11}^2}=\frac{24}{55}$ | |
| | 2 × 0.25 | ب) $P(C)=\frac{C_3^1\times C_8^1+C_3^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ أو $P(C)=1-\frac{C_8^2}{C_{11}^2}=\frac{27}{55}$ | |
| 2 | 0.5 | أ) تبرير عناصر المجموعة $\{0;1;2;4\}$ | 2 |
| | 4 × 0.25 | ب) قانون الاحتمال<br>$x_i$: 0 ، 1 ، 2 ، 4<br>$P(X=x_i)$: $\frac{27}{55}$ ، $\frac{3}{55}$ ، $\frac{15}{55}$ ، $\frac{10}{55}$ | |
| | 0.25 | $E(X)=\frac{73}{55}$ | |
| | 0.25 | جـ) $P\left(e^{X+6}<2023\right)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{6}{11}$ | |
| | | **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | |
| 01 | 0.5 + 0.5 | **الاقتراح الصحيح هو ب)** لأنّ $h(x)=ke^x+2$ و $h(0)=1446$ | 1 |
| 01 | 0.5 + 0.5 | **الاقتراح الصحيح هو جـ)** لأنّ $\lim_{x\to+\infty}\left[-x+\ln x-\ln(x+1)\right]=\lim_{x\to+\infty}\left(-x+\ln\frac{x}{x+1}\right)$ | 2 |
| 01 | 0.5 + 0.5 | **الاقتراح الصحيح هو أ)** لأنّ $I=\int_0^{\ln 2}\left(e^{-x}+1\right)dx=\left[-e^{-x}+x\right]_0^{\ln 2}$ | 3 |
| 01 | 0.5 + 0.5 | **الاقتراح الصحيح هو ب)** لأنّ $2n+1$ و $3n+1$ أوليّان فيما بينهما<br>و $PGCD\left(2n^2+n\ ;\ 3n^2+n\right)=n\times PGCD\left(2n+1\ ;\ 3n+1\right)$ | 4 |
| | | **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | |
| 1 | 0.25 | البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية | 1 |
| | 0.75 | إثبات صحّة الاستلزام ( إثبات أنّ الخاصية وراثية ) | |
| 0.5 | 0.25 | من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{(2-3u_n)u_n}{3u_n+1}$ ومنه $u_{n+1}-u_n<0$ | 2 |
| | 0.25 | نستنتج أنّ $(u_n)$ متناقصة تماما | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2.5 | 0.75<br>0.25 | أ) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\frac{1}{3}v_n$<br>$v_0=1$ | 3 |
| | 2 × 0.25<br>2 × 0.25 | ب) من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $v_n=v_0\times q^n=\left(\frac{1}{3}\right)^n$<br>$u_n=\frac{2}{3-v_n}=\frac{2}{3-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$ | |
| | 0.5 | جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\frac{2}{3}$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$ | |
| 1 | 0.75<br>0.25 | $S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=S_n=\frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$<br>$T_n=3(n+1)-S_n=3n+3-\frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]=3n+\frac{1}{2}\left[3+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$ | 4 |
| | | **التمرين الرابع ( 07 نقاط )** | |
| 0.5 | 2 × 0.25 | $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على $[0,7\ ;\ 0,8]$ و $g(0,7)\times g(0,8)<0$<br>( $g(0,7)\simeq-0,19$ و $g(0,8)\simeq0,34$ ) | I) 1 |
| 0.75 | 0.75 | إشارة $g(x)$<br>$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & - & 0 & + & \end{array}$ | 2 |
| 1.5 | 2 × 0.25 | أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | II) 1 |
| | 0.25 | ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+4)\right]=0$ | |
| | 3 × 0.25 | جـ) على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ : $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ وعلى $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ : $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$<br>$(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | أ) من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f'(x)=g(x)$ | 0.75 | 1.5 |
| | ب) $f$ متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ | $2\times0.25$ | |
| | جدول التغيّرات $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & +\infty \end{array}$ | 0.25 | |
| 3 | أ) حلّ المعادلة $f'(x)=-1$ ومعادلة لـ $(T)$ : $y=-x+4-2\sqrt{e}$ | $2\times0.25$ | 1.75 |
| | ب) الرسم: | | |
| | رسم $(\Delta)$ | 0.25 | |
| | رسم $(T)$ | 0.25 | |
| | رسم $(C_f)$   | 0.50 | |
| | جـ) للمعادلة $f(x)=-x+m$ حلّان بالضبط من أجل $4-2\sqrt{e}<m<4$ | 0.25 | |
| 4 | أ) من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}$، $F'(x)=(-2x+3)e^{x}$ | 0.5 | 1 |
| | ب) $\int_{-1}^{0}[(-x+4)-f(x)]\,dx=[F(x)]_{-1}^{0}=\frac{5e-7}{e}\,u.a$ | $2\times0.25$ | |

**ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط**