الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة : جوان 2013

الشعبة : رياضيات

اختبار في مادّة : الرياضيات — المدّة : 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

I) a و b عددان حقيقيان موجبان تماما. نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$،
النقط A ، B ، C و E التي لاحقاتها: $z_A = ae^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z_B = -a\sqrt{2}$ ، $z_C = \overline{z_A}$ و $z_E = be^{i\frac{3\pi}{2}}$ على الترتيب.

1. أ - اكتب على الشّكل الأسّي العدد المركّب $\dfrac{z_A - z_B}{z_A}$ ، ثمّ استنتج طبيعة المثلّث OAB .

ب - حدّد طبيعة الرباعي $OABC$ ، ثمّ استنتج مساحته.

2. التشابه المباشر S ذو المركز O والنسبة $\dfrac{b}{a}$ والزاوية $\dfrac{3\pi}{4}$، يحول كل نقطة $M(z)$ من المستوي إلى النقطة $M'(z')$

أـ اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S، ثمّ تحقق أنّ $S(A) = E$.

ب - بيّن أنّ مساحة الرباعي $OEFG$ هي b^2 (مقدرة بوحدة المساحة)، حيث $S(B) = F$ و $S(C) = G$.

3. أ– احسب بدلالة a و b العبارة: $\left|z_C\right|^2 + \left|z_E\right|^2 - 2\left|z_C \times z_E\right|\cos\left[\arg\left(\dfrac{z_E}{z_C}\right)\right]$.

ب– استنتج قيمة CE^2 بدلالة a و b .

II) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن O، لاحقتها z_n .

نضع: $M_0 = A$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1} = S(M_n)$.

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين، من أجل كل عدد طبيعي n، بـ: $u_n = \left|z_n\right|$ و $v_n = \arg(z_n)$.

1. اكتب العدد المركّب $\dfrac{z_{n+1}}{z_n}$ على الشّكل الأسّي بدلالة a و b .

2. نفرض أنّ : $a < b$ و $\arg\left(\dfrac{z_{n+1}}{z_n}\right) \in \left]-\pi;\pi\right]$.

بيّن أنّ المتتالية (u_n) هندسية، والمتتالية (v_n) حسابية يُطلب تعيين أساس وحساب الحد الأوّل لكل منهما.

3. احسب، بدلالة a ، b و n المجموع T_n، حيث : $T_n = a + b + \dfrac{b^2}{a} + \dfrac{b^3}{a^2} + \ldots + \dfrac{b^n}{a^{n-1}}$، ثمّ $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$.

4. عيّن قيّم الأعداد الطبيعية n التي تكون من أجلها النقط O ، A و M_n في استقامية.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

1. n عدد طبيعي . نعتبر العددين الصحيحين α و β ، حيث : $\alpha = 2n^3 - 14n + 2$ و $\beta = n + 3$.

أ - بيّن أنّ: $PGCD(\alpha;\beta) = PGCD(\beta;10)$. (يرمز $PGCD$ إلى القاسم المشترك الأكبر)

ب - ما هي القيّم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$ ؟

جـ - عيّن مجموعة قيّم العدد الطبيعي n ، بحيث يكون: $PGCD(\alpha;\beta) = 5$.

2. أ - ادرس، حسب قيّم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

ب - عيّن مجموعة قيّم العدد الطبيعي n التي تحقّق الجملة التالية: $\begin{cases} 4^{5n} + 4^n + n \equiv 0[11] \\ n \equiv 2[10] \end{cases}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(0;0;1)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$

والمستوي $(\mathcal{P})$ المعرّف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 4 + \alpha + \beta \end{cases}$ ؛ α و β وسيطان حقيقيان.

1. أ - بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا.

ب - تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$، ثمّ بيّن أنّ المستويين (ABC) و $(\mathcal{P})$ متعامدان.

ب - بيّن أنّ تقاطع (ABC) و $(\mathcal{P})$ هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t \ ;\ t \in \mathbb{R} \\ z = -7 + 5t \end{cases}$

جـ - احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC)، والمسافة بين النقطة D والمستوي $(\mathcal{P})$، ثمّ استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ).

3. $(\mathcal{Q})$ المستوي الذي يشمل النقطة D والعمودي على كل من المستويين (ABC) و $(\mathcal{P})$.

أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$.

ب - بيّن أنّ المستويات الثلاثة (ABC) ، $(\mathcal{P})$ و $(\mathcal{Q})$ تتقاطع في نقطة واحدة H ، ثمّ عيّن إحداثيات H .

جـ - احسب بطريقة ثانية، المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ).

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I– 1. الدالة u معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $u(x)=e^x-3x+4-e$.

أ - ادرس اتجاه تغيّر الدالة u .

ب - بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $e^x-e>3x-4$.

2. الدالة v معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $v(x)=-3x^3+4x^2-1+\ln x$.

أ - بيّن أنّ: $v'(1)=0$. (يرمز v' إلى الدالة المشتقة للدالة v)

ب - أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $v(x)\leq 0$.

جـ - استنتج، أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $\frac{-1+\ln x}{x^2}\leq 3x-4$.

3. أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $e^x-e+\frac{1-\ln x}{x^2}>0$.

II– الدالة f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=e^x-ex+\frac{\ln x}{x}$.

$(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب: $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3. احسب $f(1)$ ، ثمّ مثّل المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $\left]0;\frac{5}{2}\right]$.

(نأخذ: $f(2)\approx 2{,}3$ ، $f(1{,}64)\approx 1$ و $f\left(\frac{5}{2}\right)\approx 5{,}75$ **)** .

4. احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=\frac{1}{2}$ و $x=2$.

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (03 نقاط)

1. أ - عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقّق: $2n+27\equiv 0[n+1]$.

ب - عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية، حيث: $(b-a)(a+b)=24$.

جـ - استنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2. α و β عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس خمسة على الشكل $\alpha=\overline{10141}$ و $\beta=\overline{3403}$

أ - اكتب العددين α و β في النظام العشري.

ب - عيّن الثنائية $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية حيث: $\begin{cases} b^2-a^2=24 \\ \alpha a-\beta b=9 \end{cases}$.

3. أ - عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و 1434، ثمّ استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478 .

ب - حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $2013x-1434y=27$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z، التالية: $z^2+z+1=0$.

2. نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$؛ النقط A، B و M ذات اللاّحقات:

$z_A=-\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z}_A$ و z على الترتيب. (يرمز $\overline{z}_A$ إلى مرافق z_A)

أ - أُكتب z_A على الشّكل الأسّي.

ب - عيّن مجموعة النقط M من المستوي، حيث: $\arg\left[\left(z-z_A\right)^2\right]=\arg\left(z_A\right)-\arg\left(z_B\right)$.

3. أ - التحويل النقطي r، يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$، حيث: $z'=z_A\cdot z+z_B\sqrt{3}$.

- ما طبيعة التحويل r ؟ عيّن عناصره المميزة.

ب - التحاكي h، يرفق بكلّ نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$، حيث: $z'=-2z+3i$.

- عيّن نسبة ومركز التحاكي h .

جـ - نضع: $S=h\circ r$. (يرمز $\circ$ إلى تركيب التحويلين r و h).

- عيّن طبيعة التّحويل S، مبرزاً عناصره المميزة، ثمّ تحقّق أنّ عبارته المركّبة هي: $z'=2e^{i\frac{\pi}{3}}(z-i)+i$.

4. نعتبر النقطة Ω ذات اللاحقة i والنقط C، D و E؛ حيث: $S(O)=C$ ، $S(C)=D$ و $S(D)=E$.

- بيّن أنّ النقط O، Ω و E في استقامية.

5. أ - عيّن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي، حيث : $z=2e^{i\theta}+e^{i\frac{\pi}{2}}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$.

ب - عيّن (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$؛ النقطتين $A(-1;0;2)$ و $B(1;1;1)$

والمستقيم (Δ) المعرّف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x=2+\alpha \\ y=-2 \\ z=-1-\alpha \end{cases}$ حيث $(\alpha\in\mathbb{R})$.

1. أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

ب - بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (Δ) ليسا من نفس المستوي.

2. $(\mathcal{P})$ المستوي الذي يشمل (AB) ويوازي (Δ).

أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي $(\mathcal{P})$.

ب - أثبت أنّ $x-y+z-1=0$ ، هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$.

3. لتكن N نقطة من المستقيم (Δ) و M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(1+2\beta;1+\beta;1-\beta)$ مع $(\beta\in\mathbb{R})$.

أ - بيّن أنّ النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB).

ب - جد إحداثيات النقطتين M و N حتى تكون M المسقط العمودي للنقطة N على المستوي $(\mathcal{P})$.

جـ - تحقق أن المسافة بين N و $(\mathcal{P})$ هي $\frac{2}{\sqrt{3}}$، ثمّ احسب مساحة المثلث ABN .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I– الدالة g معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ : $g(x)=1+\left(x^2-1\right)e^{-x}$.

1. أ - احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب - ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها. **(نأخذ:** $g(1-\sqrt{2})\simeq-0,25$ و $g(1+\sqrt{2})\simeq1,43$)

2. أ - بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حليّن في $\mathbb{R}$ ، ثمّ تحقّق أنّ أحدهما معدوم والآخر α ، حيث:

$-0,8<\alpha<-0,7$.

ب - استنتج إشارة $g(x)$ ؛ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II– الدالة f معرّفة على $\mathbb{R}$ بِـ : $f(x)=x-(x+1)^2e^{-x}$

$\left(\mathcal{C}_f\right)$ منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (وحدة الطول $2\ cm$)

1. أ - احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ ، مقارب مائل للمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$ عند $+\infty$.

جـ - ادرس وضعية المنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2. أ - بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$. (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f)

ب - شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$. **(نأخذ:** $f(\alpha)\approx-0,9$)

3. أ - بيّن أنّ المنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$ يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب - مثّل (Δ) والمماسين والمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$.

جـ - ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2+me^x=0$.

4. الدالة H معرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ: $H(x)=(-x^2-4x-5)e^{-x}$.

أ - بيّن أن H دالة أصلية للدالة: $x\mapsto(x+1)^2e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

ب - احسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$.

III- (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـِ: $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

(تذكّر أنّ العدد α يحقّق $g(\alpha)=0$)

1. برهن بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1\le u_n\le\alpha$.

2. بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة.

3. استنتج أنّ (u_n) متقاربة، ثمّ احسب نهايتها.

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: 2013

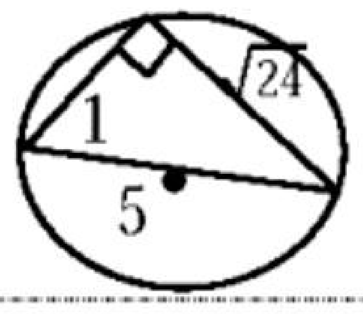
اختبار مادة: الرياضيات الشعبة: رياضيات المدة: 04 ساعات ونصف

الإجابة النموذجية

عدد الصفحات: 4

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التمرين الأوّل: (06 نقاط)		
1. أ - $\frac{z_A - z_B}{z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث OAB متساوي الساقين وقائم في A .	$0,25+0,5$	06
ب - الرباعي $OABC$ مربع ، مساحته $s(OABC)=a^2\ ua$	$0,25\times 2$	
2. أ - $\frac{z_E}{z_A}=\frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ، $z'=\frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}\times z$	$0,25\times 2$	
ب - تبيان أنّ مساحة الرباعي $OEFG$ هي b^2 مقدّرة بوحدة المساحات. $S_{(OEFG)}=\left(\frac{b}{a}\right)^2\times a^2$	$0,25$	
3. أ - $\lvert z_C\rvert^2+\lvert z_E\rvert^2-2\lvert z_C\times z_E\rvert\cos\left[\arg\left(\frac{z_E}{z_C}\right)\right]=a^2+b^2-ab\sqrt{2}$	$0,5$	
ب - المثلث OCE حسب الكاشي: $CE^2=OC^2+OE^2-2OC\times OE\times COS(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OE})=$ $\lvert z_C\rvert-\lvert z_E\rvert^2-2\lvert z_C\rvert\lvert z_E\rvert\cos\left[\arg\left(\frac{z_E}{z_C}\right)\right]=a^2+b^2-ab\sqrt{2}$	$0,25\times 2$	
II. 1- $M_{n+1}=s(M_n)$ معناه $\frac{z_{n+1}}{z_n}=\frac{b}{a}e^{i\frac{3\pi}{4}}$.	$0,25$	
2 - (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{b}{a}$ وحدّها الأول u_0 معرّف بـِ: $u_0=\lvert z_0\rvert=\lvert z_A\rvert=a$. - (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{3\pi}{4}$ وحدها الأوّل v_0 معرّف بـِ: $v_0=\arg(z_A)=\frac{3\pi}{4}$.	$0,75\times 2$	
3 - $T_n=u_0+u_1+u_2+u_3+...+u_n=\frac{a^2}{b-a}\left[\left(\frac{b}{a}\right)^{n+1}-1\right]$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n=+\infty$	$0,5$	
4 - $n=4\ell$ مع $\ell\in\mathbb{N}$.	$0,75$	
التمرين الثاني: (03 نقاط)		
1. أ - تبيان أنّ: $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta;10)$.	$0,75$	03
ب - $PGCD(\alpha;\beta)\in\{1;2;5;10\}$ جـ - $n=10p+2$ مع $p\in\mathbb{N}$.	$0,5\times 2$	
2. أ - دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11.	$0,75$	
ب - $n=110p+82$ مع $p\in\mathbb{N}$.	$0,5$	

عناصر الإجابة (تابع للموضوع الأوّل)	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1. أ - تبيان أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا (ABC).	$0,75$	05
ب - الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي لِـ (ABC) ؛ $3x-2y+z-1=0$ معادلة له.	$0,5\times 2$	
2. أ - $x+y-z+2=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ ؛ (ABC) و $(\mathcal{P})$ متعامدان.	$0,5+0,25$	
ب - (ABC) و $(\mathcal{P})$ متقاطعان وفق مستقيم (Δ) معرّف بِـ $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-7+4t \\ z=-7+5t \end{cases}$.	$0,5$	
ج - $d(D;(ABC))=\sqrt{14}$ ؛ $d(D;(\mathcal{P}))=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ؛ $d(D;(\Delta))=\sqrt{\dfrac{43}{3}}$.	$0,25\times 3$	
3. أ - $x+4y+5z-33=0$ هي معادلة لِـ $(\mathcal{Q})$ ؛ ب - $(\mathcal{P})\cap(ABC)\cap(\mathcal{Q})=\{H\}$ هندسيا. $H\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{7}{3},\dfrac{14}{3}\right)$	$0,5$ $0,25$ $+0,25$	
جـ - $d(D;(\Delta))=DH=\sqrt{\dfrac{43}{3}}$.	$0,25$	
التمرين الرابع: (06 نقاط)		
I – 1. أ - دراسة تغيرات الدالة u	$0,5$	06
ب - تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $e^x-e>3x-4$.	$0,5$	
2. أ - $v'(1)=0$ ب - إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $v(x)\leq 0$.	$0,75+0,5$	
جـ - استنتاج أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $\dfrac{-1+\ln x}{x^2}\leq 3x-4$.	$0,5$	
3. إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $e^x-e+\dfrac{1-\ln x}{x^2}>0$.	$0,5$	
II – 1. $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$0,5$	
2. الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ؛ جدول تغيّرات الدالة f	$0,5\times 2$	
3. $f(1)=0$ ؛ إنشاء المنحني $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $\left]0;\dfrac{5}{2}\right]$.	$0,5$	
4. المساحة : $A=-\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{2} f(x)dx, ua \approx 1,024\ ua$ $(\int f(x)dx = e^x-\dfrac{e}{2}x^2+\dfrac{1}{2}(\ln x)^2+c)$	$0,25+$ $0,25+$ $0,25$	

العلامة المجموع	مجزأة	(الموضوع الثاني) عناصر الإجابة
		التمرين الأوّل: (03 نقاط)
03	$0,25$	**1. أ -** الأعداد الطبيعية n التي تحقق $2n+27\equiv 0[n+1]$ هي: $0;4;24$
	$0,5$	**ب -** $(a;b)\in\{(1;5);(5;7)\}$.
	$0,25$	**جـ -** طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$:  يمكن استعمال $5^2=\sqrt{24}^2+1^2$ (فيثاغورث)
	$0,25\times 2$	**2. أ -** $\alpha=\overline{10141}=671$ و $\beta=\overline{3403}=478$
	$0,5$	**ب -** $\begin{cases}b^2-a^2=24\\671a-478b=9\end{cases}$ معناه $(a;b)=(5;7)$
	$0,25\times 2$	**3. أ -** $PGCD(2013;1434)=3$ ؛ $PGCD(671;478)=1$
	$0,5$	**ب -** $2013x-1434y=27$ معناه $(x;y)=(478k+5;671k+7)$ مع $k\in\mathbb{Z}$.
		التمرين الثاني: (05 نقاط)
05	$0,5$	**1.** $z^2+z+1=0$ معناه $z=\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ أو $z=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.
	$0,5+0,25$	**2. أ -** $z_A=-\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}=e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ **ب -** مجموعة النقط هي المستقيم (OA) باستثناء النقطة A.
	$0,5$	**3. أ -** r هو دوران زاويته $-\dfrac{2\pi}{3}$ و مركزه $\omega(0;1)$
	$0,5$	**ب -** نسبة التحاكي h هي -2 ومركزه هو النقطة $\omega(0;1)$.
	$0,75$	**جـ -** r هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته 1 وزاويته $-\dfrac{2\pi}{3}$ ؛ h هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته 2 وزاويته π. إذن S هو تشابه مباشر مركزه $\omega(0;1)$ ونسبته $1\times 2=2$ وزاويته $-\dfrac{2\pi}{3}+\pi=\dfrac{\pi}{3}$.
	$0,25$	التحقّق من الكتابة المركّبة
	$0,75$	**4.** تبيان أنّ النقط O، Ω وَ E في استقامية.
	$0,5$	**5. أ -** المجموعة (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 2.
	$0,5$	**ب -** (Γ) هي الدائرة ذات المركز Ω ونصف القطر 4.
		التمرين الثالث: (04 نقاط)
	$0,25$	**1. أ -** $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AB).
	$0,5$	**ب -** المستقيمان (AB) و (Δ) غير متقاطعين وغير متوازيين إذن هما ليسا من نفس المستوي.

(تابع للموضوع الثاني) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
2. أ - $(\lambda\in\mathbb{R});(\gamma\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-1+2\lambda+\gamma \\ y=\lambda \\ z=2-\lambda-\gamma \end{cases}$ وهو تمثيل وسيطي للمستوي $(\mathscr{P})$.	$0,25$	03
ب - إثبات أن $x-y+z-1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(\mathscr{P})$.	$0,25$	
3. أ - تبيان أنّ النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB).	$0,25$	
ب - $M\left(-\frac{11}{3};-\frac{4}{3};\frac{10}{3}\right)$ و $N(-3;-2;4)$.	$0,75$	
جـ - $d(N,(P))=\frac{2}{\sqrt{3}}$ حساب مساحة المثلث ABN. $S(ABN)=\sqrt{2}\ u.a$	$0,5+0,25$	
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I- 1. أ - $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$.	$0,25\times2$	08
ب - $g'(x)=-(x^2-2x-1)e^{-x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ ؛ جدول تغيّرات الدالة g.	$0,25\times3$	
2. أ - $g(x)=0$ تقبل حلاً في $\left]-\infty;1-\sqrt{2}\right]$ وحلاً في $\left[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right]$ إذن تقبل حلين في $\mathbb{R}$	$0,5$	
$g(0)=0$ ؛ $\alpha\in\left]-0,8\,;-0,7\right[$ $g(-0,8)\times g(-0,7)<0$	$0,25\times2$	
ب - $x\in\left]-\infty;\alpha\right[\cup\left]0;+\infty\right[$ ، $g(x)>0$ ؛ $x\in\left]\alpha;0\right[$ ، $g(x)<0$ و $g(\alpha)=g(0)=0$	$0,25$	
II- 1. أ - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$0,25\times2$	
ب - $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=0$	$0,25$	
جـ - من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-x<0$ ومنه المنحني $(\mathscr{C}_f)$ يقع أسفل المستقيم (Δ).	$0,25$	
2. أ - تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$	$0,25$	
ب - جدول تغيرات الدالة f	$0,25$	
3. أ - تبيان أن المنحني $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مماسين ($f'(x)=1$ لهما حلان $x=1$ أو $x=-1$)؛ $y=x$ ؛ $y=x-\frac{4}{e}$	$0,25\times3$	
ب - تمثيل المماسين والمنحني $(\mathscr{C}_f)$.	$0,25\times3$	
جـ - المناقشة بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $(x+1)^2+me^x=0$	$0,5$	
4. $H'(x)=(x+1)^2e^{-x}$	$0,25$	
ب - $S=4(2e-5)\ cm^2$	$0,25$	
III- 1. البرهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1\le u_n\le\alpha$.	$0,75$	
2. المتتالية (u_n) متناقصة لأنّ: $u_{n+1}-u_n=-(u_n+1)^2e^{-u_n}<0$	$0,25$	
3. استنتاج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ؛ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-1$	$0,25\times2$	