الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2017

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(-1;1;-2)$ و $B(1;-3;-4)$ والمستقيم (Δ) ذا التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x=t-2 \\ y=-t+2 \\ z=2t-4 \end{cases} ;\ t\in\mathbb{R}$

وليكن (Δ') المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(-1;2;1)$ شعاع توجيه له .

1) بيّن أنّ المستقيمين (Δ) و (Δ') يتقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

2) ليكن (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ) و (Δ') .

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

3) نسمّي (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $AM^2+BM^2=20$.

بيّن أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2 .

4) حدّد الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة : $104x-20y=272 \cdots\cdots (E)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 104 ثم بيّن أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

2) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 ، ويكتب $\overline{1\alpha\beta01}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 حيث α و β عددان طبيعيان.

عيّن α و β ، ثم اكتب λ في النظام العشري .

3) تحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي، ثم عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق:

$2m-d=2017$ حيث $m=PPCM\,(a;b)\ ,\ d=PGCD\,(a;b)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $(z-2+2i)(z^2-2\sqrt{2}z+8)=0$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ ، $z_B=\overline{z}_A$ و $z_C=2(1-i)$.

أ) اكتب z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (Ω) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n$ تخيليا صرفا .

جـ) نسمّي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z=z_C-k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ ، مع k يمسح $\mathbb{R}_+$

تحقّق أنّ النقطة C تنتمي إلى (Γ) ، ثم عيّن وأنشئ (Γ).

3) r الدوران الذي مركزه النقطة O وزاويته $\dfrac{2\pi}{3}$ ، h التحاكي الذي مركزه النقطة O ونسبته -2 .

عيّن طبيعة التحويل $h\circ r$ وعناصره المميّزة ، ثم استنتج صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h\circ r$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(-x^3+2x^2)e^{-x+1}$.

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1)-أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحني (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

ب) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=x(x^2-5x+4)e^{-x+1}$

ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

2) اكتب معادلة (T)مماس المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .

3) h الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2e^{-x+2}-4$.

ادرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0;+\infty[$.

4) ارسم المماس (T) والمنحني (C_f) على المجال $[0;+\infty[$.

5) نعتبر m وسيط حقيقي والمعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب: $f(x)=m(x-2)$ ... (E)

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

6) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

اعتمادا على السؤال رقم (1)، شكل جدول تغيّرات الدالة g .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأوّل $u_0=1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=7u_n+8$.

1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n=7^{n+1}-4$.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=1+7+7^2+......+7^n$ و $S'_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S_n و S'_n .

ب) استنتج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18\times S'_n=7^{n+2}-24n-31$.

3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5.

ب) عيّن قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، (P) مستو تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-t-2\lambda+2 \\ y=3t+4\lambda-3 \\ z=3t+4\lambda-1 \end{cases}$

حيث t و λ عددان حقيقيان .

1) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (P).

2) ليكن α عددا حقيقيا من المجال $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ ، ولتكن (E_α) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث

$x^2+y^2+z^2-2x\cos\alpha-2y\sin\alpha-z-\dfrac{3}{4}=0$.

أ) بيّن أنّ: من اجل كل α من المجال السابق ، (E_α) هي سطح كرة يطلب تعيين إحداثيات مركزها ω_α بدلالة α ونصف قطرها R.

ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي α الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) .

3) في الحالة التي يكون فيها المستوي (P) مماسا لسطح الكرة (E_α)

عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة ω_α والعمودي على المستوي (P)

واستنتج إحداثيات I نقطة تماس (E_α) مع المستوي (P).

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) اكتب العدد $\left(\dfrac{5}{2}+i\right)^2$ على الشكل الجبري ثم استنتج الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\dfrac{21}{4}+5i$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A , B , C و I ذات اللواحق : $z_A=\dfrac{3}{2}+\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=-\dfrac{3}{2}i$ ، $z_C=-\overline{z}_A$ و $z_I=i$.

1) اكتب z_A و z_C على الشكل الجبري .

2) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسي مستنتجا طبيعة المثلث ABC .

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول A إلى I .

أ) اكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S ثم عيّن نسبته وزاويته.

ب) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 2$ التحويل النقطي T_n كما يلي: $T_n = \underbrace{S \circ S \circ \cdots \circ S}_{n \text{ مرة}}$

عيّن قيم n حتى يكون T_n تحاكيا ، عين عندئذ عناصره المميزة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{1}{x}-\ln x$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي :
$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x+1}{x-\ln x} \ ; \ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أثبت أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين ،

ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \dfrac{f(x)}{x}$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.

3) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسّر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x-\ln x$

أ) بيّن أن: من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x)>0$ ،

واستنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=1$.

ب) ارسم (C_f) . (نأخذ $f(\alpha)\approx 2,31$)

5) لتكن الدالة F المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

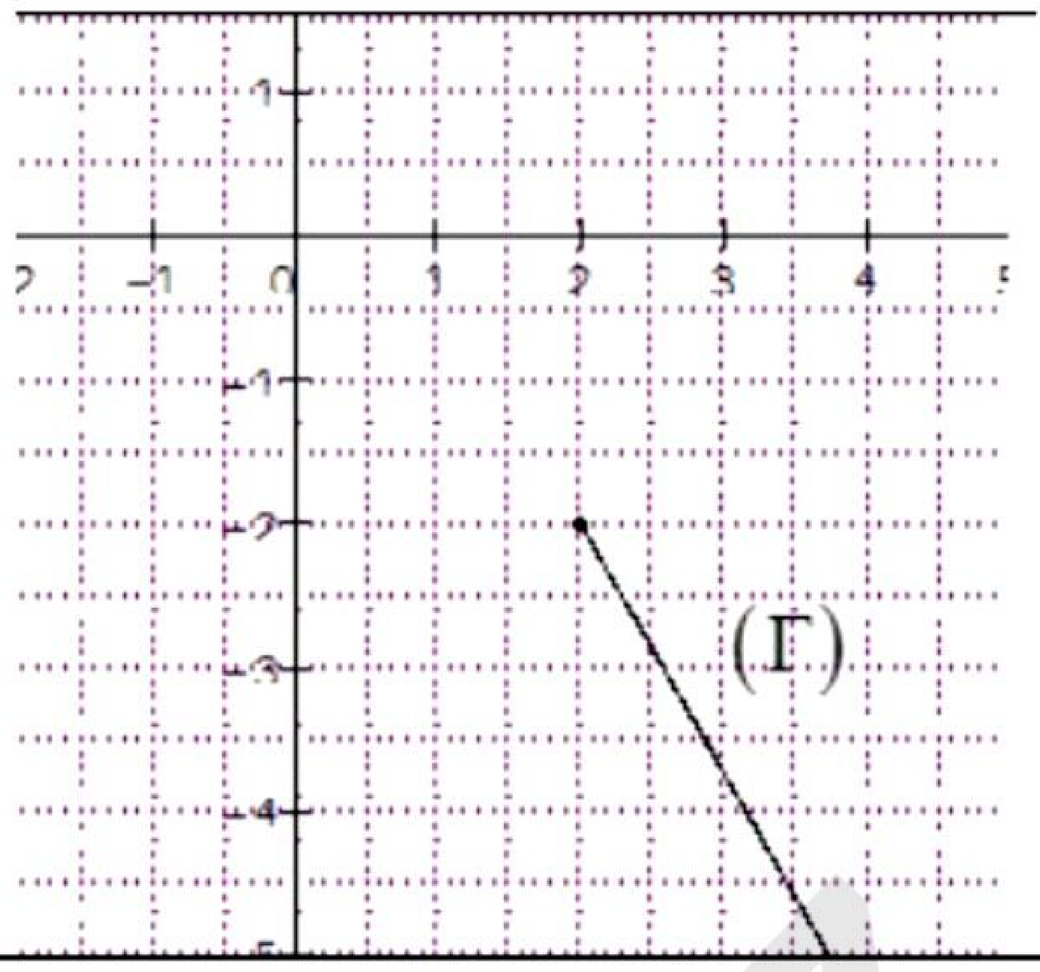
– بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\dfrac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$.

– اعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصرا له.

انتهى الموضوع الثاني

		الموضـــــــوع الأول
		التمرين الأول: (04 نقاط)
01	0.25 0.50 0.25	1) بيان أنّ المستقيمين متقاطعان $(\Delta'):\begin{cases}x=-t'+1\\ y=2t'-3\\ z=t'-4\end{cases}\quad / t'\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}t-2=-t'+1\\ -t+2=2t'-3\\ 2t-4=t'-4\end{cases}$ معناه $\begin{cases}t=1\\ t'=2\end{cases}$ $(\Delta)\cap(\Delta')=\{A(-1;1;-2)\}$
1.25	0.50 0.75	2) التمثيل الوسيطي للمستوي هو : $(P):\begin{cases}x=\alpha-\beta-1\\ y=-\alpha+2\beta+1\\ z=2\alpha+\beta-2\end{cases}\quad \alpha;\beta\in\mathbb{R}$ استنتاج المعادلة الديكارتية $(P):5x+3y-z=0$
01	01	3) بيان أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2. طريقة (1): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $IM^2=10-AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$ تكافئ $IM=2$ طريقة (2): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$
0.75	0.50 0.25	4) الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) . $d(I;(P))=0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2
		التمرين الثاني: (04 نقاط)
	0.25 0.25	1) أ) $p\gcd(20;104)=4$ بما أن $p\gcd(20;104)$ قاسم للعدد 272 فان المعادلة (E) تقبل حلول
1.25	0.25 0.50	ب) بيان أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$ (E) تكافئ $26x-5y=68$ ومنه $26x\equiv 68[5]$ ومنه $x\equiv 3[5]$ مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S=\{(5k+3;26k+2)\quad / k\in\mathbb{Z}\}$
1.50	0.50 0.25	2) تعيين α و β $\overline{1\alpha\alpha\beta01}=\overline{1\alpha\beta01}$ تكافئ $\begin{cases}104\alpha-20\beta=272\\ 0\le\alpha\le 3;0\le\beta\le 3\end{cases}$

	0.50 0.25	معناه $\begin{cases}\alpha = 5k+3\\ \beta = 26k+2\\ 0\le\alpha\le 3;0\le\beta\le 3\end{cases} \quad / k\in\mathbb{N}$ معناه $\begin{cases}\alpha=3\\ \beta=2\end{cases}$ كتابة λ في النظام العشري: $\lambda = 2017$
1.25	2×0.25 0.25 2×0.25	3) التحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي تعيّين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m-d=2017$ $2m-d=2017$ تكافئ $\begin{cases}a'b' = \dfrac{2017}{d}+1\\ a=a'd;b=b'd\\ p\gcd(a',b')=1\end{cases}$ ومنه : $(a;b)\in\{(1;1009),(1009;1)\}$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	0.25 3×0.25	1) حل المعادلة : $\Delta = -24 = (2i\sqrt{6})^2$ $S=\{2-2i;\sqrt{2}+i\sqrt{6};\sqrt{2}-i\sqrt{6}\}$
3.25	3×0.25 0.25 0.25	2) أ) $z_A = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ بما أن $OA=OB=OC=2\sqrt{2}$ فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.
	0.25 0.50	ب) $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n = e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف معناه $\dfrac{7\pi n}{12} = \dfrac{\pi}{2}+k\pi$ معناه $n=12h+6 \quad / h\in\mathbb{N}$
	0.25 0.50 0.25	جـ) التحقق أن C نقطة من (Γ) من اجل $z\neq z_C$: $z = z_C - k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z-z_C) = \pi + \arg\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $(\vec{u};\overrightarrow{CM}) = -\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$

<table>
<tr>
<td></td>
<td>0.25</td>
<td>و منه (Γ)مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\dfrac{\pi}{3}$.
انشاء (Γ).

</td>
</tr>
<tr>
<td>0.75</td>
<td>0.50
0.25</td>
<td>3) تعيّين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $\dfrac{-\pi}{3}$
صورة الدائرة(Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة(Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">التمرين الرابع: (07 نقاط)</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">2.25</td>
<td>0.25
0.25
0.25</td>
<td>1) أ) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$
$y=0$ معادلة المقارب للمنحني (C_f).</td>
</tr>
<tr>
<td>0.50
0.25
0.25
0.50</td>
<td>ب) بيان أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$
إشارة $f'(x)$
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 0   1   4 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>−   0   +   0   −   0   +</td></tr>
</table>
اتجاه تغيّر الدالة f
f متزايدة تماما على $[0;1]$و $[4;+\infty[$
f متناقصة تماما على $[1;4]$و $]-\infty;0]$
جدول التغيّرات
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>0</td><td>↗</td><td>1</td><td>↘</td><td>$-32e^{(-3)}$</td><td>↗</td><td>0</td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr>
<td>0.50</td>
<td>0.50</td>
<td>2) معادلة المماس (T)
$y = -4e^{-1}(x-2)$</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>1.50</td>
<td>0.25
0.25
0.25
0.25
0.25
0.25</td>
<td>

3) دراسة اتجاه تغير الدالة h

$h'(x)=x(2\text{-}x)e^{-x+2}$

h متزايدة تماما على $[0;2]$

h متناقصة تماما $[2;+\infty[$

استنتاج إشارة $h(x)$:

<table>
<tr><td>x</td><td>0 2 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$h'(x)$</td><td>$+$ 0 $-$</td></tr>
<tr><td>$h(x)$</td><td>$\nearrow$ 0 $\searrow$</td></tr>
</table>

من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ فإن $h(x)\leq 0$

تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T)

إشارة $f(x)-\left(-4e^{-1}(x-2)\right)=(2-x)\times e^{-1}\times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$

<table>
<tr><td>x</td><td>0 2 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$(2-x)h(x)$</td><td>0 $-$ 0 $+$</td></tr>
</table>

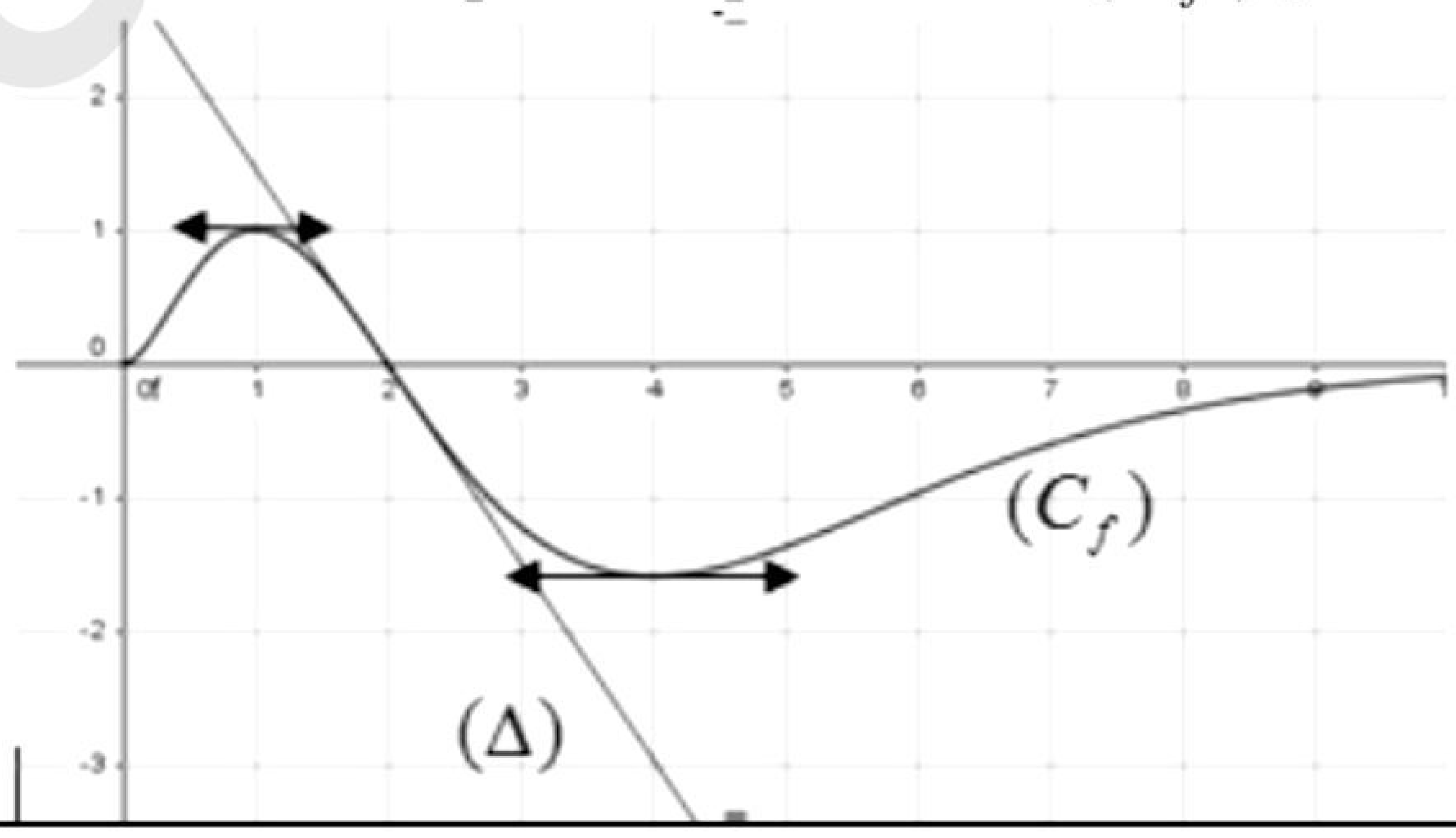
(C_f)فوق (T) على المجال $]2;+\infty[$

(C_f)تحت (T) على المجال $]0;2[$

</td>
</tr>
<tr>
<td>01</td>
<td>0.25
0.75</td>
<td>

4) ارسم المماس (T)

والمنحني (C_f) على المجال $[0\,;+\infty[$.



</td>
</tr>
<tr>
<td>0.75</td>
<td>0.75</td>
<td>

5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).

اذا كان $m=-4e^{-1}$ او $m>0$ فان المعادلة لها حلا وحيد

إذا كان $-4e^{-1}<m<0$ فان للمعادلة ثلاثة حلول

إذا كان $m=0$ فان للمعادلة حلين

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>0.25</td>
<td>

6) جدول تغيّرات الدالة g .

الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب

</td>
</tr>
</table>

01		(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين $g'(x)=\frac{-4x^2+5x-1}{x^3}e^{1-\frac{1}{x}}$)
	0.25	النهايات : $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)=0$
	0.25	إشارة $g'(x)$

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

جدول تغيرات g

x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$(-32)e^{(-3)}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

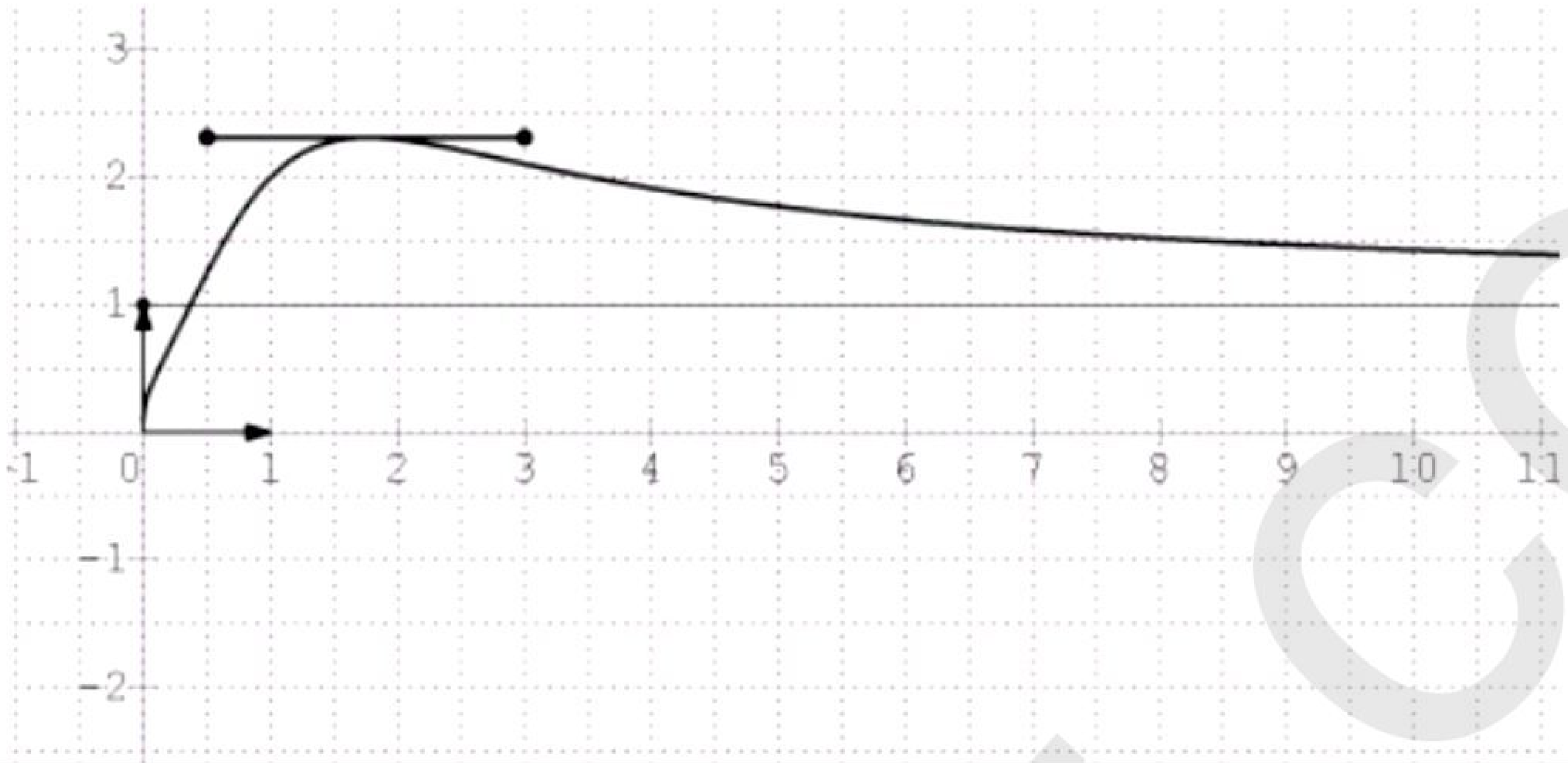
0.25

الموضـــــــــــــوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) برهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.	**0.75**	**0.75**
أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{7^{n+1}-1}{6}$ ايجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n = 7S_n - 4(n+1)$	**0.25** **0.50**	**1.25**
ب) استنتاج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.	**0.50**	
2) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5. $7^{4k} \equiv 1[5]$; $7^{4k+1} \equiv 2[5]$; $7^{4k+2} \equiv 4[5]$; $7^{4k+3} \equiv 3[5]$ $/ k \in \mathbb{N}$	**4×0.25**	**01**
ب) تعيين قيم n $S'_n \equiv 0[5]$ معناه $n \in \{20h+12 \ ;20h+13 \ ;20h+10 \ ;20h+19 \ / h \in \mathbb{N}\}$	**4×0.25**	**01**
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P) : $y - z + 2 = 0$	**0.75**	**0.75**
2) أ) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x\cos\alpha - 2y\sin\alpha - z - \frac{3}{4} = 0$ تكافئ $(x-\cos\alpha)^2 + (y-\sin\alpha)^2 + (z-\frac{1}{2})^2 = 2$ (E_α) هي سطح كرة مركزها $\omega_\alpha(\cos\alpha ; \sin\alpha ; \frac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	**0.50** **0.50**	**2.25**
ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) . $d((p);\omega_\alpha) = \frac{\frac{3}{2} + \sin\alpha}{\sqrt{2}}$ اذا كان $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{6}\right[$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة اذا كان $\alpha = \frac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α) اذا كان $\alpha \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P) \cap (E_\alpha) = \{ \ \}$	**0.50** **0.25** **0.25** **0.25**	
3) التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) $/ t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = t + \frac{1}{2} \\ z = -t + \frac{1}{2} \end{cases}$	**0.50**	**01**

	0.50	استنتاج إحداثيات $I(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$
		التمرين الثالث: (05 نقاط)
0.75	0.25 2×0.25	I) $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2=\frac{21}{4}+5i$ الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\frac{21}{4}+5i$ هما $\frac{5}{2}+i\,;-\frac{5}{2}-i$
0.75	0.50 0.25	1) $z_A=\frac{5}{2}+i$ $z_C=-\frac{5}{2}+i$
01	0.50 0.50	2) $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ المثلث ABC قائم في Bومتقايس الساقين
2.50	0.75 0.50	3) أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}i$ نسبة التشابه Sهي $\frac{\sqrt{2}}{2}$وزاويته $\frac{\pi}{4}$
	0.25 0.50 2×0.25	ب) $T_n=S\circ S\circ S\circ\dots\circ S=S\left(B;\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n;\frac{n\pi}{4}\right)$ T_nتحاك معناه $n=4k\quad /k\in\mathbb{N}$ العناصره المميزة. مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي : اذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، اذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$
		التمرين الرابع: (07 نقاط)
0.50	0.25 0.25	I) 1) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g . $g'(x)=-\frac{x+1}{x^2}$ g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$
	0.50	**2)** بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$

01	**0.50**	استنتج إشارة $g(x)$ $\begin{array}{cccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & + & 0 & - & \end{array}$
0.75	**0.25** **0.25** **0.25**	II) **1)** اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب
0.50	**0.50**	**2)** اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.
01	**0.25** **0.25** **0.50**	**3)** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=1$ جدول تغيرات الدالة f . $\begin{array}{cccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & 0 & \nearrow & f(\alpha) & \searrow & 1 \end{array}$
2.25	**0.25** **0.25** **0.25** **0.50**	**4)** أ) $h'(x)=\frac{x-1}{x}$ من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x)\geq h(1)$ ومنه $h(x)>0$ الوضع النسبي: $f(x)-1=\frac{1+\ln x}{x-\ln x}$ $\begin{array}{cccccc} x & 0 & & \frac{1}{e} & & +\infty \\ \hline f(x)-1 & & - & 0 & + & \end{array}$ (C_f) تحت (Δ) من اجل $x\in\left]0;\frac{1}{e}\right[$ ، (C_f) فوق (Δ) من اجل $x\in\left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ ، $(C_f)\cap(\Delta)=\left\{A(\frac{1}{e};1)\right\}$

	01	ب) الرسم 
01	0.25 0.25 0.25 0.25	**5)** اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$. من جدول تغيرات الدالة f نجد $f(x) \leq f(\alpha) \cdots\cdots\cdots(1)$ ، إشارة: $f(x)-(\frac{1}{x}+1)=\frac{(x+1)\ln x}{x-\ln x}$ من اجل $x \geq 1$ ، $f(x)-(\frac{1}{x}+1) \geq 0 \cdots\cdots\cdots(2)$ من (1) و (2) نجد : $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ - بما ان $F(e)=\int_1^e f(t)\,dt$ فان $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=e$; $x=1$ - حصر $F(e)$ هو : $e \leq F(\mathrm{e}) \leq f(\alpha)(e-1)$