



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2020

الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $[1; 4]$ بـ: $f(x) = \frac{4x+4}{9-x}$.

1 أ. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[1; 4]$.

ب. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; 4]$ فإن: $f(x) \in [1; 4]$.

2 المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول $u_0 = 2$ حيث: $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n < 4$.

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة.

3 المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ، كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 4}$.

أ. برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

ب. عبّر عن الحد العام v_n بدلالة n ، ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4 المجموع S_n معرف بـ: $S_n = v_0 + 8v_1 + 8^2v_2 + \dots + 8^n v_n$. احسب S_n بدلالة n .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

صندوق به 5 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس).

نسحب من الصندوق كرية واحدة حيث: إذا ظهرت كرية حمراء نُعيدها إلى الصندوق ونُضيف له كرية بيضاء

وإذا ظهرت كرية بيضاء نُعيدها إلى الصندوق ونُضيف له كرية حمراء، ثم نُكرّر العملية مرّة ثانية.

1 انقل شجرة الاحتمالات المقابلة التي تُتمذج هذه التجربة ثم أكملها.

2 بيّن أنّ احتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء هو $\frac{1}{8}$.

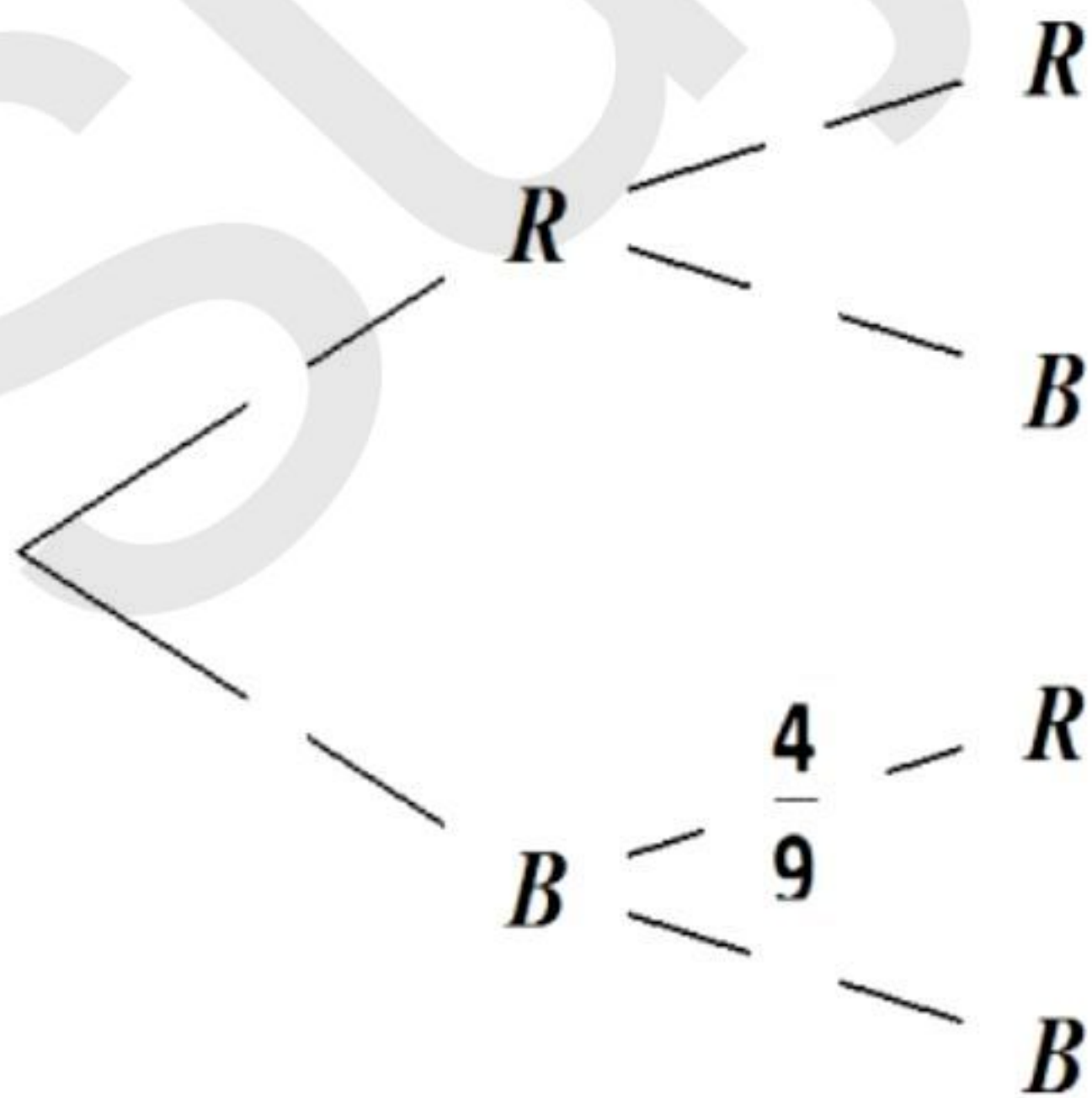
3 احسب احتمال أن يوجد في الصندوق 4 كريات حمراء على الأقل.

4 ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد الكريات البيضاء الموجودة

في الصندوق بعد العملية الثانية.

أ. برّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: 5، 6 و 7.

ب. عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضياتي.





التمرين الثالث: (05 نقاط)

ليكن n عددا طبيعيا أكبر تماما من 1.

نعتبر الأعداد الطبيعية a ، b ، و c حيث: $a = 4n + 1$ ، $b = 6n + 1$ ، و $c = 3n + 2$.

(1) أثبت أن العددين a و b أوليان فيما بينهما.

(2) نسمي α القاسم المشترك الأكبر للعددين a و c .

أثبت أن α يقسم 5، ثم عين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $\alpha = 5$.

(3) نسمي β القاسم المشترك الأكبر للعددين a و bc .

أ. أثبت أن α يقسم β .

ب. أثبت أن العددين β و b أوليان فيما بينهما ثم استنتج أن: $\alpha = \beta$.

(4) نعتبر العددين الطبيعيين A و B حيث: $A = 4n^2 - 3n - 1$ و $B = 18n^3 - 3n^2 - 13n - 2$.

أ. بين أن كلا من العددين A و B مضاعف للعدد الطبيعي $(n-1)$.

ب. نضع: $d = PGCD(A; B)$. عبّر حسب قيم α عن d بدلالة n . (لاحظ أن: $bc = 18n^2 + 15n + 2$)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty; 0]$ كما يلي: $g(x) = -2e^x$ و $h(x) = x(e^x + 1)$.

حدّد إشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$.

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ: $f(x) = (x-3)e^x + \frac{1}{2}x^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty; 0]$: $f'(x) = h(x) + g(x)$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.

(2) احسب $f(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 0]$ ثم تحقّق أن: $-1.5 < \alpha < -1.4$.

(4) (P) هو التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty; 0]$.

أ. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب. ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_f) .

ج. أنشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 0]$.

(5) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $|f(x)| = e^m$ في $]-\infty; 0]$.



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) حل المعادلة: $3x - 5y = 2$ ذات المجهول $(x; y)$ حيث x و y عدنان صحيحان.
- (2) أ. ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد الطبيعي 9^n على 7.
ب. ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد الطبيعي 4^n على 11.
- (3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $[77] 14 \times 4^n + 11 \times 9^n - 4 \equiv 0$.
- (4) ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم، نضع: $u_n = 3 \times 4^n + 4 \times 9^n$ و $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15n}$
أ. عبّر عن S_n بدلالة n .
ب. أثبت أن S_n مضاعف للعدد 77.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- يحتوي صندوق على كريات متماثلة منها: n كرية بيضاء تحمل العدد π (n عدد طبيعي و $n \geq 2$) و 4 كريات حمراء تحمل الأعداد $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و π و كريتين خضراوين تحملان العددين $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$.
- نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من هذا الصندوق.
- (1) أ. احسب احتمال كل من A و B حيث:

A : "سحب كريتين من نفس اللون" و B : "سحب كريتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون"

ب. عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون: $P(A) = \frac{17}{55}$.

- (2) نفرض في ما يلي: $n = 5$ و نسمي α و β العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين.

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد: $\cos(\alpha)\cos(\beta)$

أ. برّر أن قيم المتغير العشوائي X هي: $1, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{2}$.

ب. بيّن أن: $P(X = 0) = \frac{27}{55}$.

ج. عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) معرفتان على \mathbb{N} ب:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3\alpha v_n + (1-3\alpha)u_n \end{array} \right. \quad \text{و} \quad \left\{ \begin{array}{l} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = 3\alpha u_n + (1-3\alpha)v_n \end{array} \right.$$

(α عدد حقيقي)

المتتالية العددية (w_n) معرفة على \mathbb{N} ب: $w_n = v_n - u_n$



- (1) أ. احسب w_0 ثم احسب w_1 بدلالة α .
ب. بين أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $(6\alpha-1)$.
ج. اكتب عبارة w_n بدلالة n و α ، ثم عيّن قيم α حتى تكون: $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0$.

نفرض في كل ما يلي: $\frac{1}{6} < \alpha < \frac{1}{3}$

- (2) أ. أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما و أن (v_n) متناقصة تماما.
ب. استنتج أن (u_n) و (v_n) متقاربتان نحو نفس النهاية ℓ .
(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + v_n = 2$ ، واستنتج قيمة ℓ .
(4) احسب بدلالة α المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2020}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = \ln(\sqrt{9x^2 + 1} + 3x)$

ليكن (C_f) المنحنى البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أ. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{9x^2 + 1}}$.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

- (2) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = f(x) - x$.
أ. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$.

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{-9x^2 + 8}{(\sqrt{9x^2 + 1})(3 + \sqrt{9x^2 + 1})}$

ج. ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها. (نأخذ $g\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \approx 0,8$)

- (3) أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3}; +\infty\right[$ ثم تحقّق أن: $2.83 < \alpha < 2.84$.

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty[$.

ج. حدّد الوضع النسبي للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ و المنحنى (C_f) على المجال $[0; +\infty[$.


- (4) نعتبر الدالة k المعرفة على $[0; +\infty[$ ب: $k(x) = \ln(6x)$ و ليكن (γ) منحنيا البياني في المعلم السابق.

أ. بين أن (γ) هو صورة منحنى الدالة: $x \mapsto \ln x$ بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.

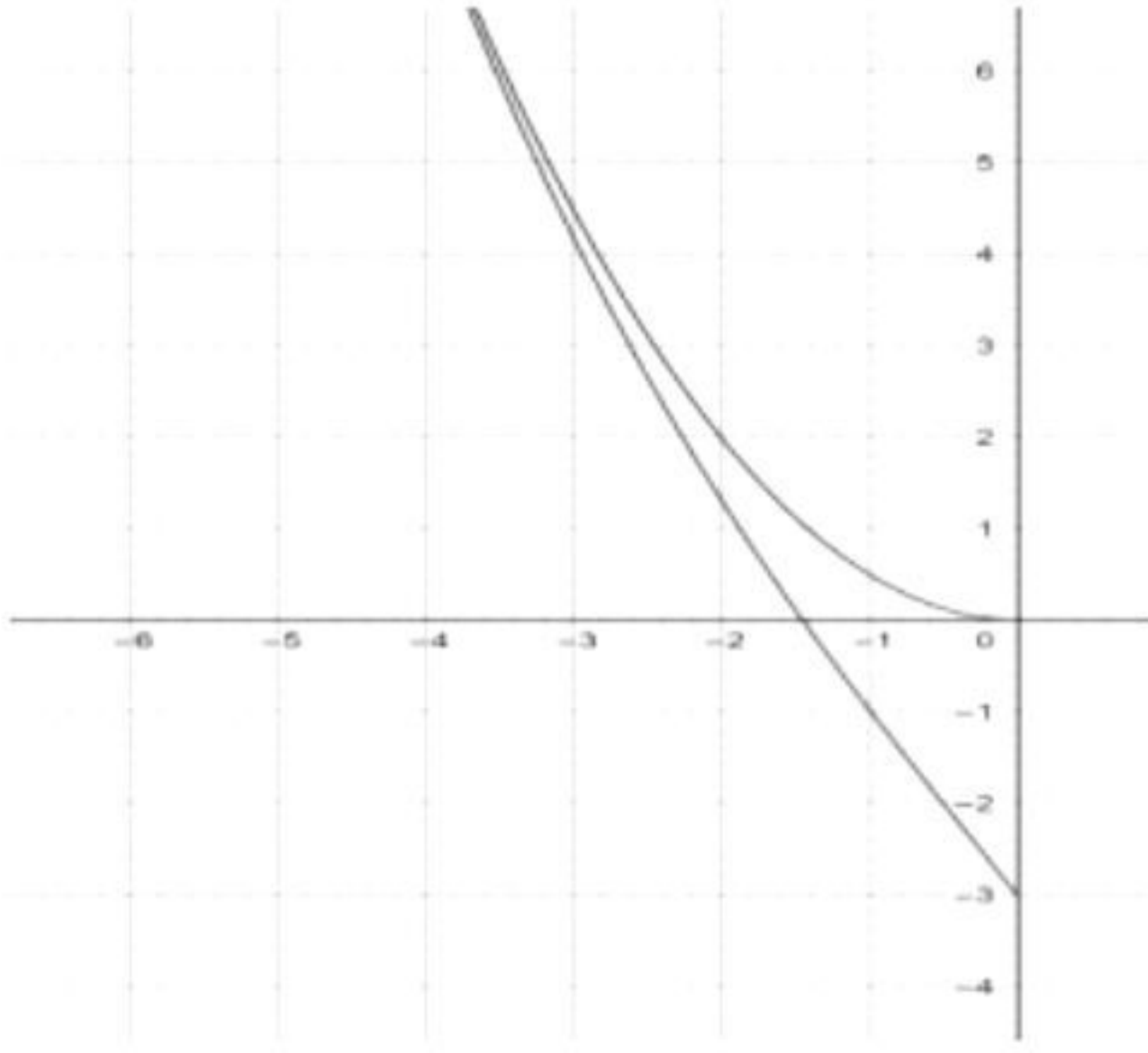
ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - k(x)]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(5) أ. بين الدالة f فردية.

ب. انشئ كلا من (Δ) ، (γ) و (C_f) على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج انشاء المنحنى (C_f) على \mathbb{R} .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)								
مجموعة	مجزأة									
التمرين الأول: (04 نقاط)										
0.75	2×0.25 0.25	(1) أ. لدينا: $f'(x) = \frac{40}{(9-x)^2}$ ومنه f متزايدة تمامًا على $[1;4]$. ب. من أجل: $x \in [1;4]$ يكون $f(x) \in [f(1);f(4)]$								
1.25	2×0.25 2×0.25 0.25	(2) أ. البرهان بالتراجع. ب. لدينا: $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 4)}{9 - u_n}$ ونجد أن (u_n) متناقصة تمامًا. الاستنتاج: (u_n) متناقصة تمامًا و محدودة من الأسفل فهي متقاربة.								
1.25	2×0.25 2×0.25 0.25	(3) أ. لدينا: $v_{n+1} = \frac{5}{8}v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{8}$ و $v_0 = -\frac{1}{2}$. ب. عبارة v_n و عبارة u_n : $v_n = \frac{-1}{2}\left(\frac{5}{8}\right)^n$ ، $u_n = \frac{4\left(\frac{5}{8}\right)^{n+2}}{\left(\frac{5}{8}\right)^{n+2}}$ حساب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$								
0.75	0.75	(4) نجد: $S_n = \frac{-1}{8}(5^{n+1} - 1)$								
التمرين الثاني: (04 نقاط)										
1.25	0.25x5	(1) شجرة الاحتمالات: 								
0.5	0.5	(2) احتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء: $\frac{3}{8} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{8}$								
0.75	0.75	(3) احتمال أن يوجد في الصندوق 4 كريات حمراء على الأقل: $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$								
1.50	0.5 0.75 0.25	(4) أ. تبرير أن قيم المتغير العشوائي X هي: 5 ، 6 ، و 7 ب. تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي. $E(X) = \frac{52}{9}$ <table border="1" data-bbox="595 2146 1021 2322"> <tr> <td>x_i</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td> <td>$\frac{25}{72}$</td> <td>$\frac{38}{72}$</td> <td>$\frac{9}{72}$</td> </tr> </table>	x_i	5	6	7	$P(X=x_i)$	$\frac{25}{72}$	$\frac{38}{72}$	$\frac{9}{72}$
x_i	5	6	7							
$P(X=x_i)$	$\frac{25}{72}$	$\frac{38}{72}$	$\frac{9}{72}$							
التمرين الثالث: (05 نقاط)										
0.75	0.75	(1) لدينا: $3a - 2b = 1$ ، إذن حسب بيزو a و b أوليان فيما بينهما								
1.5	0.75 0.75	(2) لدينا: (αa) و (αc) ومنه: $(\alpha (4c-3a))$ أي $\alpha 5$. $\alpha = 5$ معناه $(a \equiv 0[5])$ و $(c \equiv 0[5])$ أي $n \equiv 1[5]$ ومنه $n = 5k + 1$ ، $k \in \mathbb{N}$								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
1.5	0.5	3) أ. إثبات أن α يقسم β . لدينا $(\alpha a$ و αc) ومنه $(\alpha bc$ و αa) وبالتالي $\alpha pgcd(a, bc)$ أي $\alpha \beta$
	0.5	ب. إثبات أن β و b أوليان فيما بينهما: نفرض أن d قاسم مشترك لـ β و b $(d \beta$ و $d b$) ومنه $(\alpha b$ و $d a$) وبالتالي $d pgcd(a, b)$ أي: $d=1$
	0.5	ملاحظة: يمكن استعمال مبرهنة بيزو استنتاج أن: $\alpha = \beta$ $(\beta bc$ و $\beta \wedge b=1$) ومنه $(\beta c$ و βa) وعليه $\beta \alpha$ $(\beta \alpha$ و $\alpha \beta$) معناه $\alpha = \beta$
1.25	0.5	4) أ. لدينا: $A = (n-1)(4n+1)$ و $B = (n-1)bc$ إذن كلاً من A و B مضاعف لـ $(n-1)$
	0.25x3	ب. لدينا $d = PGCD(A, B)$ ومنه $d = PGCD(a, bc)$ ومنه $d = (n-1)\beta = (n-1)\alpha$ وعليه من أجل $\alpha = 1$: $d = n-1$ ، من أجل $\alpha = 5$: $d = 5n-5$
التمرين الرابع : (07 نقاط)		
0.5	0.25x2	I) من أجل $x \in]-\infty; 0]$ و $h(x) \leq 0$ و $g(x) < 0$
1.25	0.5+0.25	II) 1) أ. من أجل كل x من $]-\infty; 0]$: $f'(x) = x(e^x + 1) + (-2e^x) = h(x) + g(x)$
	0.5	ب. f متناقصة تماماً على المجال $]-\infty; 0]$.
1	0.25x2 0.5	2) نجد: $f(0) = -3$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x - 3e^x + \frac{1}{2}x^2) = +\infty$ جدول التغيرات
1	0.75 0.25	3) f مستمرة ومتناقصة تماماً على المجال $]-\infty; 0]$ وتأخذ قيمها في $]-3; +\infty[$ ومنه $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في $]-\infty; 0]$. التحقق أن $\alpha \in]-1,5; -1,4[$: $f(-1,5) = 0,121$ ، $f(-1,4) = -0,105$
1.75	0.5x2	4) أ. نجد: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - \frac{1}{2}x^2) = 0$ ، إذن: (P) منحنى مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$
	0.5+0.25	ب. من أجل كل x من $]-\infty; 0]$: $f(x) - \frac{1}{2}x^2 = (x-3)e^x$ ومنه $f(x) - \frac{1}{2}x^2 < 0$ وبالتالي (C_f) أسفل (P) على المجال $]-\infty; 0]$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
0.75	0.25 0.5	 <p>ج. إنشاء (P) و (C_f):</p>
0.75	0.25×3	<p>(5) المناقشة البيانية وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x) = e^m$ في $] -\infty ; 0]$</p> <p>من أجل $m \leq \ln 3$ المعادلة تقبل حلين مختلفين.</p> <p>من أجل $m > \ln 3$ المعادلة تقبل حل واحد</p>

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)																				
مجموعة	مجزأة																					
التمرين الأول: (04 نقاط)																						
1	1	(1) $(x; y) = (5k - 1; 3k - 1)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$																				
1	0.5	(2) أ) بواقي القسمة الاقليدية للعدد 9^n على 7 ($k \in \mathbb{N}$) ب) بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على 11 ($k' \in \mathbb{N}$)																				
	0.5																					
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>n</td> <td>$3k$</td> <td>$3k+1$</td> <td>$3k+2$</td> </tr> <tr> <td>باقي القسمة</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>n</td> <td>$5k'$</td> <td>$5k'+1$</td> <td>$5k'+2$</td> <td>$5k'+3$</td> <td>$5k'+4$</td> </tr> <tr> <td>باقي القسمة</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>9</td> <td>3</td> </tr> </table>	n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	باقي القسمة	1	2	4	n	$5k'$	$5k'+1$	$5k'+2$	$5k'+3$	$5k'+4$	باقي القسمة	1	4	5	9	3
n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$																			
باقي القسمة	1	2	4																			
n	$5k'$	$5k'+1$	$5k'+2$	$5k'+3$	$5k'+4$																	
باقي القسمة	1	4	5	9	3																	
1	0.25×3 0.25	(3) بما أن 7 و 11 أوليان فيما بينهما فإن: $\begin{cases} 9^n \equiv 1[7] \\ 4^n \equiv 5[7] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 11 \times 9^n - 4 \equiv 0[7] \\ 14 \times 4^n - 4 \equiv 0[11] \end{cases}$ يعني $\begin{cases} 14 \times 4^n + 11 \times 9^n - 4 \equiv 0[7] \\ 14 \times 4^n + 11 \times 9^n - 4 \equiv 0[11] \end{cases}$ أي: $n = 3\alpha = 5\beta + 2$ ومنه $3\alpha - 5\beta = 2$ (α, β عدنان طبيعيان) $n = 15p - 3$ ومنه $(\alpha; \beta) = (5p - 1; 3p - 1)$ حيث $(p \in \mathbb{N}^*)$																				
1	0.5	(4) أ. $S_n = 4(4^{15n-1}) + \frac{9}{2}(9^{15n-1})$. ب. إثبات أن S_n مضاعف للعدد 77. $S_n \equiv 0[77]$ يعني $2S_n \equiv 0[77]$ أي																				
	0.5	$\begin{cases} 8(4^{15n-1}) + 9(9^{15n-1}) \equiv 0[7] \\ 8(4^{15n-1}) + 9(9^{15n-1}) \equiv 0[11] \end{cases}$ أي $8(4^{15n-1}) + 9(9^{15n-1}) \equiv 0[77]$ أي $\begin{cases} (1)^{5n} - 1 \equiv 0[7] \\ (1)^{3n} - 1 \equiv 0[11] \end{cases}$ محققة دوما أي $\begin{cases} (4^3)^{5n} - 1 \equiv 0[7] \\ (9^5)^{3n} - 1 \equiv 0[11] \end{cases}$ أي $\begin{cases} 4^{15n} - 1 \equiv 0[7] \\ 9^{15n} - 1 \equiv 0[11] \end{cases}$																				
التمرين الثاني: (04 نقاط)																						
1.5	0.5×2	(1) أ. $P(B) = \frac{n^2 - n + 2}{n^2 - n + 14}$ ، $P(A) = \frac{n^2 - n + 14}{(n+5)(n+6)}$. ب. $P(A) = \frac{17}{55}$ يعني $n = 5$																				
	0.5																					
1	0.5	(2) أ. بعد الحساب نجد قيم المتغير العشوائي X ، $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ ، 1 .																				
	0.5	ب. $P(X = 0) = \frac{C_3^1 \times C_8^1 + C_3^2}{C_{11}^2} = \frac{27}{55}$																				

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)									
مجموعة	مجزأة										
1.5	1	ج. قانون احتمال X									
	0.5	<table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>$\frac{-1}{2}$</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{4}$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$p(X=x_i)$</td> <td>$\frac{12}{55}$</td> <td>$\frac{27}{55}$</td> <td>$\frac{1}{55}$</td> <td>$\frac{15}{55}$</td> </tr> </table> <p>$E(X) = \frac{37}{220}$</p>	x_i	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$p(X=x_i)$	$\frac{12}{55}$	$\frac{27}{55}$	$\frac{1}{55}$
x_i	$\frac{-1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	1							
$p(X=x_i)$	$\frac{12}{55}$	$\frac{27}{55}$	$\frac{1}{55}$	$\frac{15}{55}$							
التمرين الثالث: (05 نقاط)											
2	2×0.25	(1) أ. $w_1 = 4(6\alpha - 1)$ ، $w_0 = 4$									
	0.5	ب. $w_{n+1} = (6\alpha - 1)w_n$ متتالية هندسية أساسها $(6\alpha - 1)$.									
	0.5	ج. $w_n = 4(6\alpha - 1)^n$									
	0.5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0$ يعني $-1 < 6\alpha - 1 \leq 1$ ومنه $0 < \alpha \leq \frac{1}{3}$.									
1.75	0.5	(2) أ. $u_{n+1} - u_n = -(3\alpha - 1)w_n$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا.									
	0.5	ب. $v_{n+1} - v_n = (3\alpha - 1)w_n$ ومنه المتتالية (v_n) متناقصة تمامًا.									
	0.5	ب. بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تمامًا و المتتالية (v_n) متناقصة تمامًا و $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$ فإنهما متجاورتان وبالتالي مقاربتان نحو نفس النهاية l .									
	0.25	(3) لدينا $u_{n+1} - u_n = -(3\alpha - 1)w_n$ و $v_{n+1} - v_n = (3\alpha - 1)w_n$ إذا $u_{n+1} + v_{n+1} = u_n + v_n = u_0 + v_0 = 2$ استنتاج قيمة l : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = 2$ ومنه $l = 1$									
0.75	0.5	(4) نجد: $S = 2021 - \frac{(6\alpha - 1)^{2021} - 1}{3\alpha - 1}$									
0.5	0.5	التمرين الرابع: (07 نقاط)									
1.75	2×0.25	(1) أ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (مع التبرير)									
	0.25	اثبات أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$									
	0.5	ب. من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{9x^2 + 1}}$									
	0.25	ج. من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) > 0$ ، إذن f متزايدة تمامًا على \mathbb{R} . جدول تغيّرات الدالة f .									
1	0.5	(2) أ. تبيان أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$									
	0.5	ب. تبيان أن من أجل كل $x \geq 0$: $g'(x) = \frac{-9x^2 + 8}{(\sqrt{9x^2 + 1})(3 + \sqrt{9x^2 + 1})}$									

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموعة	مجزأة									
0.75	0.25	<p>ج. إشارة $g'(x)$ هي من إشارة $(-9x^2 + 8)$.</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{2\sqrt{2}}{3}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table>	x	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-
	x	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$+\infty$						
	$g'(x)$	+	0	-						
0.25	0.25	<p>g متزايدة تماماً على $\left[0; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right]$ و متناقصة تماماً على المجال $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3}; +\infty\right[$</p>								
	0.25	<p>جدول تغيرات الدالة g</p>								
1.5	0.5	<p>3 أ. g مستمرة ورتيبة تماماً على $\left[\frac{2\sqrt{2}}{3}; +\infty\right[$ وتأخذ قيمها في المجال $]-\infty; g(\frac{2\sqrt{2}}{3})]$</p>								
	0.25	<p>التحقق من أن $2,83 < \alpha < 2,84$: $g(0.84) \approx -0.005$ و $g(0.83) \approx 0.001$</p>								
	0.25	<p>ب. استنتاج إشارة $g(x)$:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$g(x)$</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	0	α	$+\infty$	$g(x)$	0	+	0
	x	0	α	$+\infty$						
$g(x)$	0	+	0							
	0.5	<p>ج. الوضع النسبي : (C_f) فوق (Δ) على المجال $]0; \alpha[$</p> <p>(C_f) تحت (Δ) على المجال $]\alpha; +\infty[$</p> <p>(C_f) و (Δ) متقاطعان في نقطتين فاصلتهما 0 و α</p>								
0.75	0.25	<p>4 أ. لدينا $k(x) = \ln 6 + \ln x$ إذن (γ) هو صورة المنحني الممثل للدالة $x \mapsto \ln x$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(0; \ln 6)$.</p>								
	2x0.25	<p>ب. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - k(x)) = 0$. نستنتج أن (γ) منحني مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$.</p>								
1.25	0.25	<p>5 أ. إثبات أن الدالة f فردية.</p>								
	3x0.25	<p>ب. رسم كل من (γ)، على المجال $]0; +\infty[$ و رسم (C_f) و (Δ) على المجال $]0; +\infty[$.</p>								
	0.25	<p>استنتاج الرسم للمنحني (C_f) على \mathbb{R}.</p>								