الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

حان بكالوريا التعليم الثانوي — الدورة: 2026

عبة: رياضيات

بار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

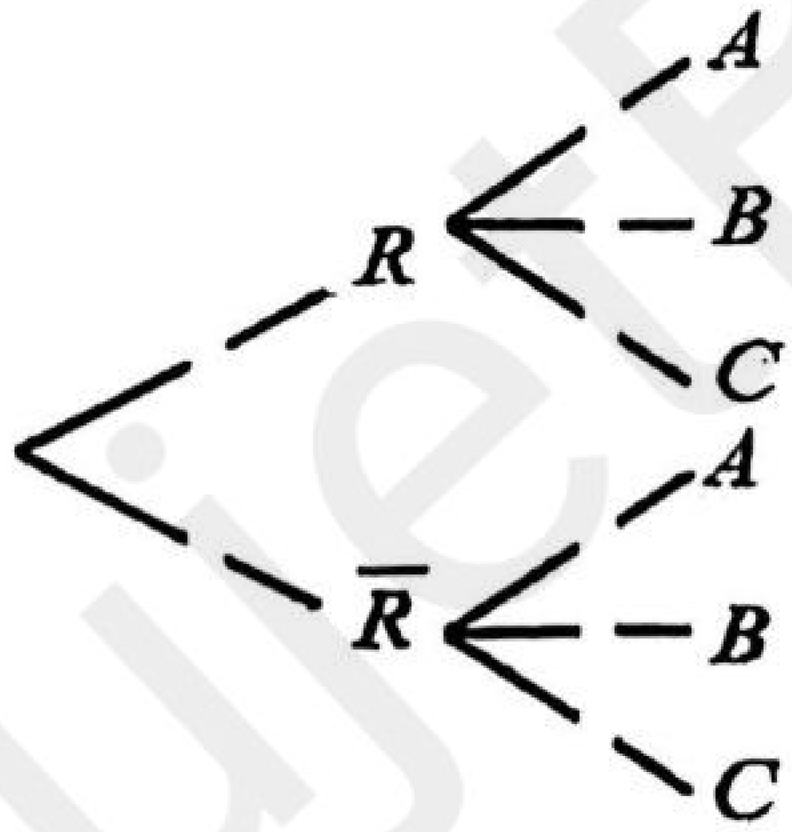
يحتوي كيس U على 4 كريّات حمراء و 3 كريّات خضراء ويحتوي كيس V على كريّتين حمراوين وكريّتين خضراوين.

كلّ الكريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس.

نسحب عشوائيا كريّتين في آن واحد من U ، إذا كانتا حمراوين نضعهما في V ثمّ نسحب منه عشوائيا كريّتين في آن واحد، وإذا لم تكونا حمراوين معا نعيدهما إلى U ثمّ نسحب من V كريّتين في آن واحد، ونعتبر الحوادث:

R : « سحب كريّتين حمراوين من U » ، A : « سحب كريّتين حمراوين من V »

B : « سحب كريّتين خضراوين من V » ، C : « سحب كريّتين من لونين مختلفين من V »



1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) تحقّق أنّ: $P(A)=\frac{7}{30}$ واحسب $P(B)$ و $P(C)$

3) احسب احتمال سحب كريّتين حمراوين من U علما أنّ الكريّتين المسحوبتين من V خضراوان.

4) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب بالكيفية السابقة عدد الكريّات الخضراء المسحوبة من الكيس V

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ احسب الأمل الرياضياتي $E(21X+1428)$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

1) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z-1+i\sqrt{3})(z^2-2z+2)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث:

$$z_A=1+i \text{ ، } z_B=1-i\sqrt{3} \text{ ، } z_C=1-i \text{ و } z_D=\frac{1-\sqrt{3}}{2}(1+i)$$

أ) اكتب كلا من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل المثلثي.

ب) استنتج الشكل المثلثي للعدد المركب L حيث: $L=\dfrac{z_A}{z_B}$

جـ) لكتب العدد L على الشكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{7\pi}{12}$

3) أ) تحقّق أنّ $z_D - z_A = i\left(z_D - z_B\right)$ ثمّ بيّن أنّ المثلث ABD قائم ومتساوي الساقين.

ب) عيّن z_E لاحقة النقطة E مرجح الجملة $\left\{(A;1),(B;1),(D;-1)\right\}$ ثمّ حدّد طبيعة الرباعي $AEBD$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ... $675x-525y=\alpha$ حيث: x و y عددان صحيحان و α عدد صحيح غير معدوم.

1) عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 675 و 525 ثمّ استنتج قيم α التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلولا.

2) نضع: $\alpha=825$

أ) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(2;1)$ حلّ لها.

ب) عيّن كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي من أجلها يكون $PGCD(x;y)=11$

3) أ) أثبت أنه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ العددين $7n+4$ و $9n+5$ أوليّان فيما بينهما.

ب) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم n القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b حيث: $a=77n^2+44n$ و $b=99n^2+55n$

4) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد L على 7 حيث: $L=1+2+2^2+\dots+2^{2025}$

5) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $L+b-a+3\equiv 0[7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $g(x)=(x-1)^2+\ln\left((x-1)^2\right)$

1) أ) بيّن أنه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $g'(x)=\dfrac{2(x-1)^2+2}{x-1}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها (لا يُطلب حساب النهايات).

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]1,7\,;\,1,8[$

ب) تحقّق أنّ $2-\alpha$ حلّ للمعادلة $g(x)=0$ ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=x-2-\dfrac{2+\ln\left((x-1)^2\right)}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-2$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f(2-x)+f(x)=-2$

- استنتج أنّ للمنحني (C_f) مركز تناظر، يُطلب تعيين إحداثييه.

4) أ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') يوازيان (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.

ب) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq-2{,}2$ و $f(2-\alpha)\simeq0{,}2$)

جـ) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x)=x+m$ حلّين بالضبط.

5) أ) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي $y=x-2$ ، $x=2$ و $x=\lambda$ حيث: $\lambda>2$ ، $\mathcal{A}(\lambda)$ مقدرة بوحدة المساحة.

ب) عيّن قيمة λ حتى يكون: $\mathcal{A}(\lambda)=2\left(\ln(\lambda-1)\right)^2$

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (02) صفحتين (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و ABC مثلث قائم في A حيث: $A(6;9)$ ، $B(\alpha;0)$ ، $C(0;\beta)$ و α ، β عددان صحيحان.

1) بيّن أنّ الثنائية $(\alpha;\beta)$ تحقق المعادلة: (E).... $2x+3y=39$ و x ، y عددان صحيحان.

2) أ) تحقق أنّ الثنائية $(6;9)$ حلّ لـ (E) ثم عيّن كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E)

ب) استنتج كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $PGCD(x;y)=39$

3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1447^{2026} على 9

4) عيّن كلّ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حتى يكون $4^{y+30}\equiv 1[9]$ و $-21\leq y\leq -15$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يضم قسم لشعبة الرياضيات 8 ذكور من بينهم أحمد و 6 إناث من بينهن فاطمة.

1) نختار بطريقة عشوائية 3 تلاميذ من القسم للمشاركة في أولمبياد الرياضيات، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « التلاميذ المختارون من نفس الجنس » ، B : « من بين التلاميذ المختارين أنثى على الأقل »

C : « فاطمة من بين التلاميذ المختارين » ، D : « أحمد وفاطمة لا يتم اختيارهما معا »

E : « فاطمة من بين التلاميذ المختارين علما أنّ كلّ التلاميذ المختارين من الإناث »

- احسب احتمالات الحوادث A ، B ، C ، D و $A\cup B$ وبيّن أنّ احتمال الحادثة E يساوي $\frac{1}{2}$

2) نفرض أنّ عدد الإناث هو n حيث: $n\geq 2$ ونختار عشوائيا مُمثّلين اثنين للقسم.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية اختيار لمُمثّلي القسم عدد الإناث المختارات و $E(X)$ أمله الرياضياتي.

أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ بيّن أنّ: $E(X)=\dfrac{2n}{n+8}$

ب) جد قيمة n التي من أجلها يكون $E(X)$ عددا طبيعيا.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

θ عدد حقيقي حيث: $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

1) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z-i\sqrt{3})(z^2-4(\sin\theta)z+4)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث:

$z_A=i\sqrt{3}$ ، $z_B=2(\sin\theta+i\cos\theta)$ ، $z_C=2(\sin\theta-i\cos\theta)$ و $z_D=1+i\sqrt{3}$

أ) اكتب كلًّا من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشّكل المثلّثي.

ب) استنتج أنّ النقط B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

ج) بيّن أنّ: $\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2026}+\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{1447}=-1-i$

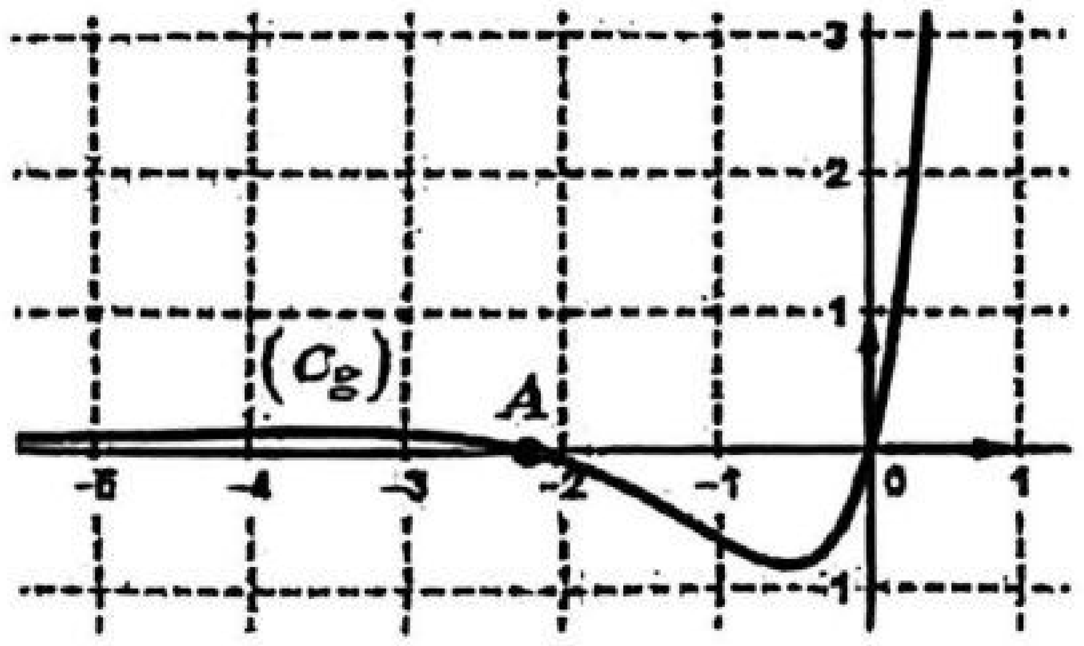
د) عيّن قيم العدد θ حتى يكون ABC مثلثًا قائما في B

3) نضع: $\theta=\frac{\pi}{6}$ ونعتبر العدد المركب L حيث: $L=-(1+i)\,z_B$

أ) اكتب L على الشّكل المثلّثي وعلى الشّكل الجبري.

ب) استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\frac{19\pi}{12}$ و $\sin\frac{19\pi}{12}$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)



I) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2+2x)e^x+2xe^{2x}$

التمثيل البياني (c_g) للدّالة g يشمل النقطة $A(\alpha\,;0)$

كما هو موضّح في الشّكل المقابل.

1) تحقّق أنّ: $-2{,}3<\alpha<-2{,}2$

2) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2e^x}{e^x+1}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

2) بيّن أنّه: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

3) أ) بيّن أنّ المنحني (P) ذا المعادلة $y=x^2$ مقارب للمنحني (c_f) عند $+\infty$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (c_f) و (P) ثمّ ارسم (P) و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq 0{,}5$)

4) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=\int_0^1\frac{e^x}{e^x+1}dx$ ومن أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $u_n=\int_0^1\frac{x^ne^x}{e^x+1}dx$

أ) احسب u_0 ثمّ برّر أنّ المتتالية (u_n) موجبة.

ب) بيّن أنّ (u_n) متناقصة ثمّ استنتج أنها متقاربة.

ج) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x حيث: $0\leq x\leq 1$ ، $\frac{1}{2}\leq\frac{e^x}{e^x+1}\leq\frac{e}{e+1}$

د) استنتج أنّه من أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $\frac{1}{2(n+1)}\leq u_n\leq\frac{e}{(e+1)(n+1)}$ ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

- فسّر هندسيا العدد u_2 وأعط حصرا له.

انتهى الموضوع الثّاني