

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: ( 04 نقاط )

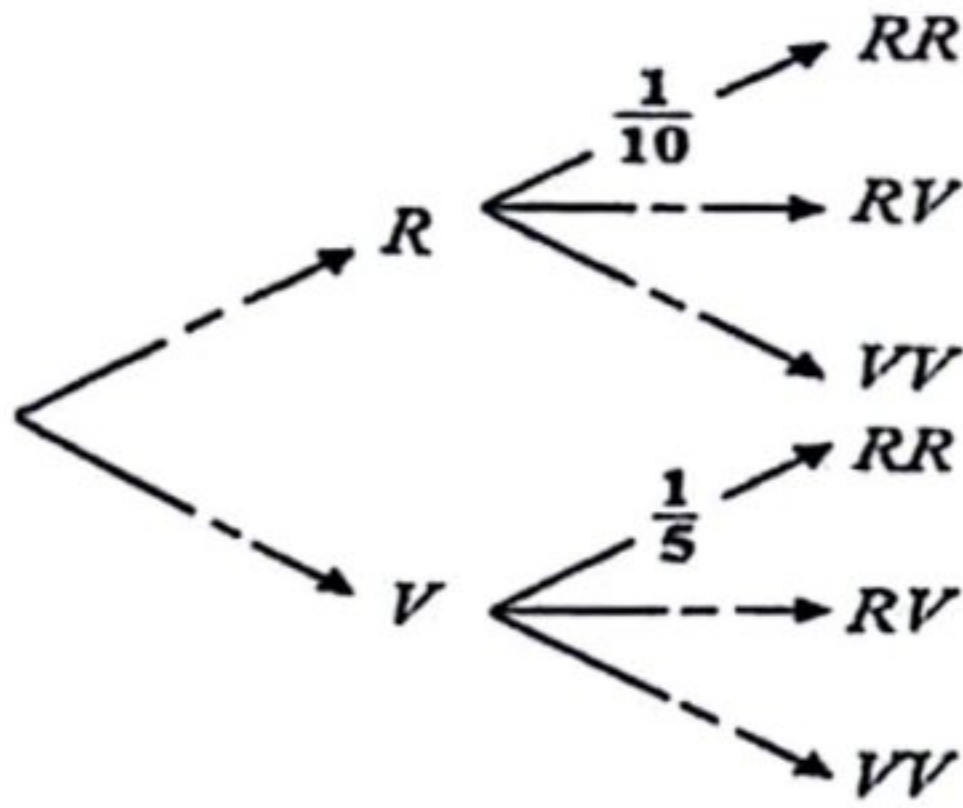
يحتوي صندوق  $U_1$  على 5 كرات منها: كرتان حمراوان وثلاث كرات خضراء، ويحتوي صندوق  $U_2$  على 5 كرات منها: ثلاث كرات حمراء وكرتان خضراوان (جميع الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس).  
نسحب عشوائيا 3 كرات بالكيفية التالية: نقوم بسحب كرة واحدة من  $U_1$  ونسجل لونها.

- إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء نعيدها إلى  $U_1$  ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد.

- وإذا كانت الكرة المسحوبة خضراء نضعها في  $U_2$  ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد.

نعتبر الحوادث  $R$ : « الحصول على كرة حمراء » ،  $V$ : « الحصول على كرة خضراء »

$A$ : « الحصول على 3 كرات من نفس اللون » ،  $B$ : « الحصول على كرة خضراء على الأقل »



(1) انقل وأكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

(2) احسب احتمالي الحادثتين  $A$  و  $B$

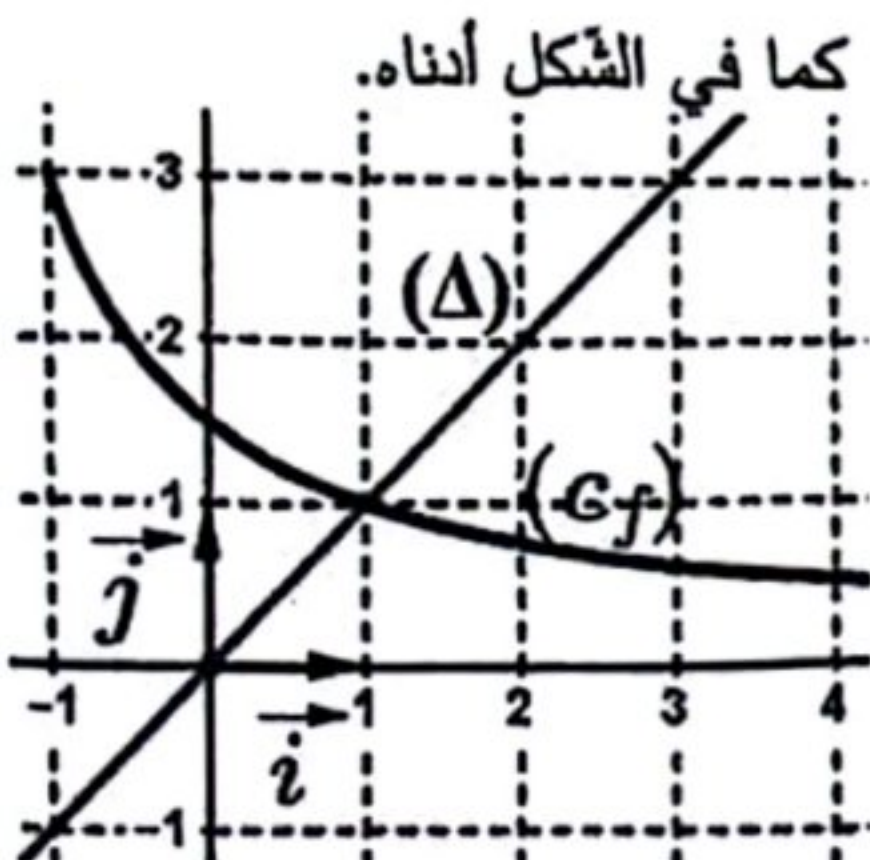
(3)  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات

بالكيفية السابقة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضي.

التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

(1)  $f$  الدالة المعرفة على  $[-1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{3}{x+2}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى



المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ،  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  كما في الشكل أدناه.

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad , \quad u_0 = -1$$

(أ) انقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل).

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.

$$(2) (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = \frac{1-u_n}{3+u_n}$$

(أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $-\frac{1}{3}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

(ب) استنتج كتابة  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة  $n$  كلاً من  $S_n$  و  $T_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $T_n = \ln|v_0| + \ln|v_1| + \dots + \ln|v_n|$   
التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  الآتية:  $(iz+2)(z^2+2\sqrt{3}z+4)=0$

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  و  $A, B, C$  نقط من المستوي

لاحقاتها على الترتيب  $z_A, z_B, z_C$  حيث:  $z_A = 2i, z_B = -\sqrt{3} + i, z_C = \bar{z}_B$  و

(أ) اكتب كلاً من  $z_A, z_B, z_C$  على الشكل المثلثي.

(ب) استنتج أن النقط  $A, B, C$  تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(ج) حدّد طبيعة المثلث  $ABC$  ثم عيّن لاحقة مركز ثقله.

(3)  $z$  عدد مركب حيث:  $z = (\cos\theta + i\sin\theta)z_A$  و  $\theta$  عدد حقيقي مع  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

- عيّن قيمة  $\theta$  بحيث يكون  $\frac{5\pi}{6}$  عمدة للعدد  $z$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول  $2cm$ ).

(1) (أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وبين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = -x - 2$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $-\infty$

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(T)$  موازياً لـ  $(\Delta)$  ، يُطلب تعيين معادلة له.

(4) أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلين فقط  $\alpha$  و  $\beta$  ثم تحقق أن:  $-2,2 < \alpha < -2,1$  و  $0,8 < \beta < 0,9$

(5) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثياتها.

(6) (أ) ارسم كلاً من  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C_f)$

(ب) ناقش بياناً وحسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $e^{2x} - e^x - m - 2 = 0$

(7) احسب بالسنتيمتر المربع  $\mathcal{M}$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيمتين التي معادلاتها:

$$x=0 \text{ و } x=-1, y=-x-2$$

الموضوع الثاني

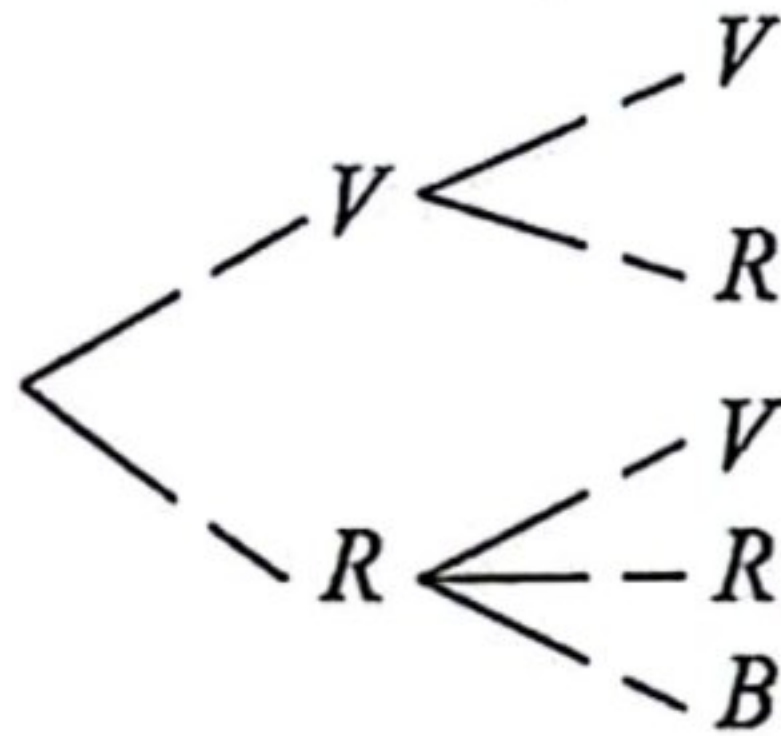
التمرين الأول: ( 04 نقاط )

- (1) انشر  $(1+i)^2$  ثم حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  الآتية:  $z^2 = 8i$
- (2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  و  $A, B, C$  نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب  $z_A, z_B, z_C$  حيث:  $z_A = 2 + 2i$  ،  $z_B = -z_A$  ، و  $z_C = \bar{z}_B$
- (أ) اكتب كلاً من  $z_A, z_B, z_C$  على الشكل المثلثي.
- (ب) استنتج أن النقط  $A, B, C$  تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.
- (3) تحقق أن:  $z_A - z_C = i(z_B - z_C)$  ثم حدّد طبيعة المثلث  $ABC$
- (4) عيّن  $z_D, z_E$  لاحقتي النقطتين  $D, E$  على الترتيب حتى تكون النقطة  $C$  مركز المربع  $ABDE$
- التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

- (I) يحتوي صندوق  $U_1$  على 6 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها: 3 كرات خضراء وكرتان حمراوان وكرتة بيضاء واحدة. نسحب عشوائياً من الصندوق  $U_1$  كرتين في آن واحد ونعتبر الحادثتين:
- $E$ : « الحصول على كرتة حمراء واحدة فقط » ،  $F$ : « الحصول على كرتين من نفس اللون ».
- (1) احسب  $P(E)$  احتمال الحادثة  $E$

(2) بين أن  $P(F)$  احتمال الحادثة  $F$  يساوي  $\frac{4}{15}$  ثم استنتج احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين.

- (II) يحتوي صندوق آخر  $U_2$  على 6 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها: 4 كرات خضراء وكرتان حمراوان. نرسم بـ  $V, R, B$  إلى خضراء، حمراء، بيضاء على الترتيب، ونسحب عشوائياً من  $U_2$  كرتة واحدة ونسجل لونها.
- إذا كانت الكرتة المسحوبة خضراء، نسحب كرتة أخرى من  $U_2$  دون إرجاع الكرتة الأولى.



- وإذا كانت الكرتة المسحوبة حمراء، نسحب كرتة واحدة من  $U_1$
- (1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

- (2) (أ) ما احتمال الحصول على كرتة حمراء في السحب الثاني؟
- (ب) بين أن احتمال الحصول على كرتة خضراء في السحب الأول
- علما أن الكرتة الثانية المسحوبة حمراء يساوي  $\frac{12}{17}$

التمرين الثالث: ( 05 نقاط )

- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{5x}{2x+1}$
- (2)  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = f(u_n)$

- (أ) احسب الحدين  $u_1$  و  $u_2$  ثم خمن اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$
- (ب) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $2 < u_n \leq 3$
- (ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

$$(3) (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = 3^n \left( 1 - \frac{2}{u_n} \right)$$

(أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{3}{5}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

(ب) استنتج بدلالة  $n$  حساب المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + 5v_1 + 5^2 v_2 + \dots + 5^n v_n$

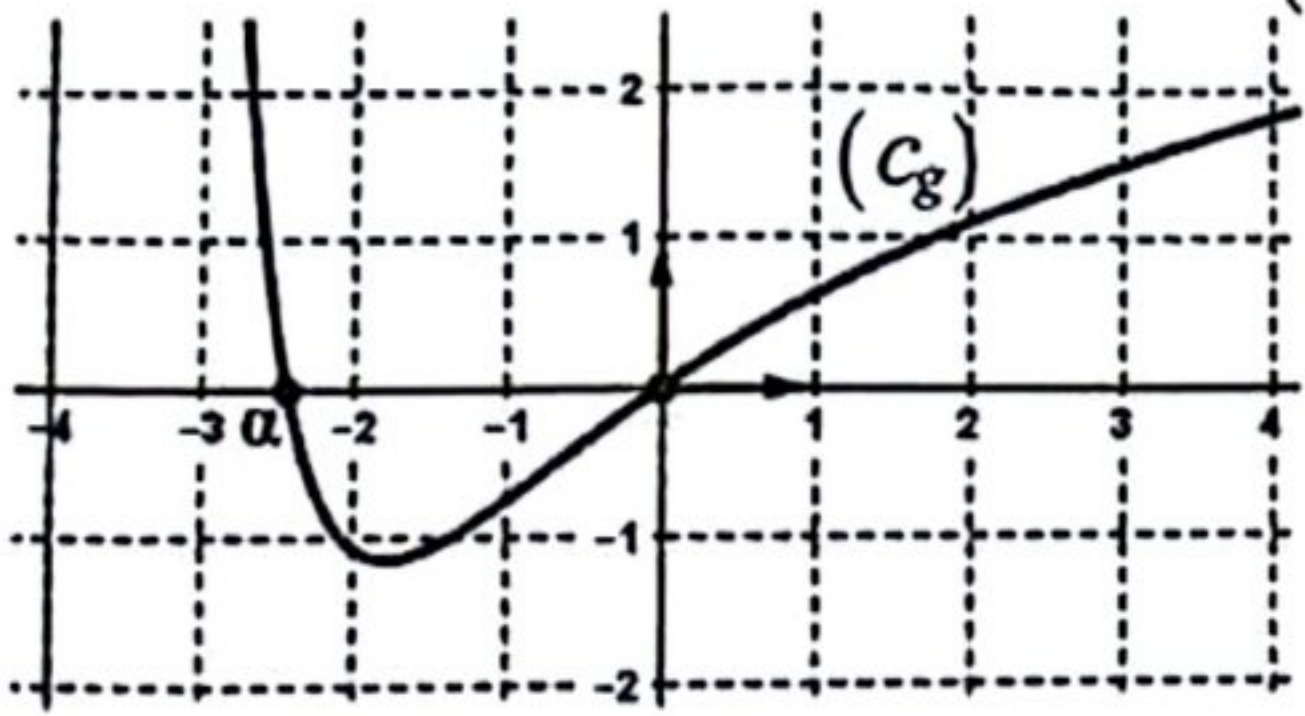
(ج) اكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$(4) \text{ (أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد طبيعي } n, \frac{6}{u_n} = 3 - \frac{1}{5^n}$$

(ب) استنتج بدلالة  $n$  حساب المجموع  $T_n$  حيث:  $T_n = \frac{6}{u_0} + \frac{6}{u_1} + \dots + \frac{6}{u_n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$$(I) \text{ } g \text{ الدالة المعرفة على } ]-4; +\infty[ \text{ بـ: } g(x) = \frac{x^2 + (x^2 + 8x) \ln(x+4)}{(x+4)^2}$$



تمثيلها البياني  $(C_g)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاها  $\alpha$  و  $0$  كما في الشكل المقابل.

(1) بقراءة بيانية، حدّد إشارة  $g(x)$  على  $]-4; +\infty[$

(2) تحقق أن:  $-2,5 < \alpha < -2,4$

$$(II) \text{ } f \text{ الدالة المعرفة على } ]-4; +\infty[ \text{ بـ: } f(x) = \frac{x^2 \ln(x+4)}{x+4}$$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$  وبين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل  $x$  من  $]-4; +\infty[$ ،  $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) (أ) عيّن فاصلتي نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

(ب) احسب  $f(2)$ ،  $f(4)$  ثم ارسم  $(C_f)$  (ناخذ:  $f(\alpha) \simeq 1,7$ )

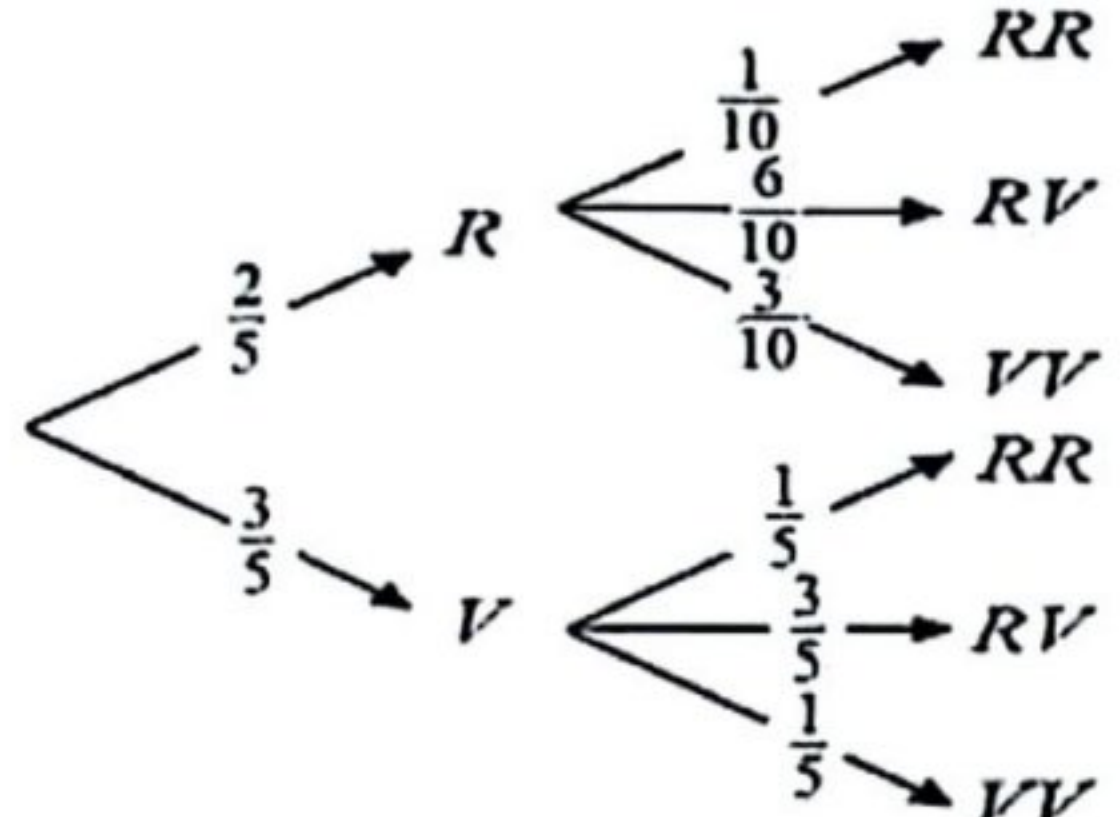
(4) عيّن قيم العدد الحقيقي الموجب تماما  $m$  حتى يكون للمعادلة:  $f(x) = \ln m$  ثلاثة حلول مختلفة.

(5)  $h$  الدالة المعرفة على  $]-4; +\infty[$  بـ:  $h(x) = \frac{(x^2 + 1) \ln(x+4)}{x+4}$ ،  $(C_h)$  تمثيلها البياني.

(أ) بين أنه: من أجل كل  $x$  من  $[-3; 0]$ ،  $h(x) - f(x) \geq 0$

(ب) احسب  $\mathcal{A}$  مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ  $(C_h)$ ،  $(C_f)$  والمستقيمين ذوي المعادلتين:  $x = 0$  و  $x = -3$

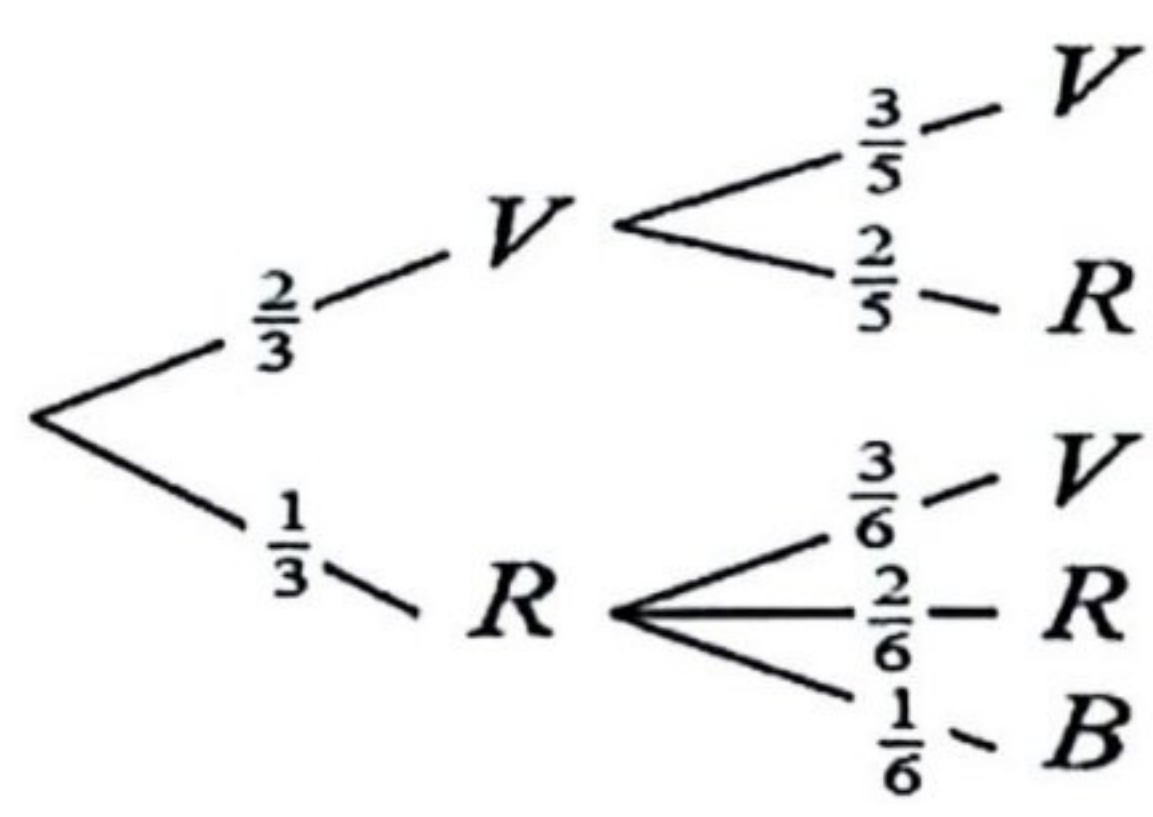
انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)										
العلامة	مجزأة											
التمرين الأول ( 04 نقاط )												
1,5	0,25×6	<p style="text-align: right;">الشجرة:</p> 										
1	0,5×2	$P(B) = 1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25} \quad , \quad P(A) = \frac{4}{25}$										
1,5	0,25	$X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3\}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>x_i</math></th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>P(X=x_i)</math></td> <td><math>\frac{3}{25}</math></td> <td><math>\frac{12}{25}</math></td> <td><math>\frac{9}{25}</math></td> <td><math>\frac{1}{25}</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x_i$	0	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{3}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{1}{25}$
	$x_i$		0	1	2	3						
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{1}{25}$								
0,25	0,25×4	$E(X) = \frac{33}{25}$										
التمرين الثاني ( 04 نقاط )												
1	0,5	(أ) تمثيل الحدود $u_0, u_1, u_2, u_3$										
	0,25×2	(ب) $(u_n)$ ليست رتيبة ومتقاربة.										
2	0,5	(أ) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_{n+1} = -\frac{1}{3} v_n$										
	0,5	$v_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$										
	0,5	(ب) $u_n = -3 + \frac{4}{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n} \quad \text{أو} \quad u_n = \frac{1 - 3v_n}{1 + v_n} = \frac{1 - 3\left(-\frac{1}{3}\right)^n}{1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n}$										
	0,5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$										
1	0,5	$S_n = \frac{3}{4} \left(1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$										
	0,5	$T_n = -\frac{1}{2} n(n+1) \ln 3$										
التمرين الثالث ( 05 نقاط )												
1,5	0,5×3	$S = \{2i; -\sqrt{3} - i; -\sqrt{3} + i\}$										

3	0,5×3	$z_B = 2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ ، $z_A = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ (أ) $z_C = 2\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$	(2)										
	0,25	(ب) $ z_A  =  z_B  =  z_C  = 2$											
	0,5	ومنه: النقط $A$ ، $B$ و $C$ تنتمي إلى الدائرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها 2											
	0,5	(ج) المثلث $ABC$ متساوي الساقين. لاحقة مركز ثقله هي: $-\frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{2}{3}i$											
0,5	0,25×2	$\arg(z) = \theta + \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ومنه: $\theta + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$ أي: $\theta = \frac{\pi}{3}$	(3)										
التمرين الرابع ( 07 نقاط )													
1,25	0,25×2	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ تبيان أن:	(1)										
	0,25	(ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (-x-2)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2x} - e^x) = 0$ أي: $(\Delta)$ ذو المعادلة: $y = -x-2$ مقارب مائل للمنحني $(C_f)$ عند $-\infty$											
	0,5	(ج) من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f(x) - (-x-2) = e^x(e^x - 1)$ ، لما $x=0$ : $(\Delta)$ يقطع $(C_f)$ في $A(0; -2)$ لما $x < 0$ : $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ ولما $x > 0$ : $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$											
1,25	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$	(2)										
	0,5	(ب) الدالة $f$ متناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ و متزايدة تماما على $[0; +\infty[$											
	0,25	جدول التغيرات: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>-\infty</math></th> <th>0</th> <th><math>+\infty</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td>-2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </tbody> </table>		$x$	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	0	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	$+\infty$	-2	$+\infty$										
0,75	0,5+0,25	(3) $f'(x) = -1$ تكافئ $x = -\ln 2$ ، $(T): y = -x - \frac{9}{4}$											
1,25	0,25	$f$ مستمرة على $\mathbb{R}$ ورتيبة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[0; +\infty[$	(4)										
	0,25×2	وتغير إشارتها على كل منهما، ومنه: للمعادلة $f(x) = 0$ حلان $\alpha$ و $\beta$ في $\mathbb{R}$ وبما أن $f(-2,2) \times f(-2,1) < 0$ فإن $-2,2 < \alpha < -2,1$											
	0,25×2	وبما أن $f(0,8) \times f(0,9) < 0$ فإن $0,8 < \beta < 0,9$											
0,5	0,25×2	من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $f''(x) = e^x(4e^x - 1)$ . $f''$ تنعدم وتغير إشارتها عند $-\ln 4$ و $B\left(-\ln 4; -\frac{35}{16} + \ln 4\right)$ نقطة الانعطاف.	(5)										

1,5	0,25×2 0,5		(أ) رسم (Δ) ، (T) رسم (C_f)	(6)
	0,5	<p>ب) <math>e^{2x} - e^x - m - 2 = 0</math> تكافئ <math>f(x) = -x + m</math></p> <p><math>m &lt; -\frac{9}{4}</math> : لا توجد حلول ، <math>m = -\frac{9}{4}</math> أو <math>m \geq -2</math> : يوجد حل واحد.</p> <p><math>-\frac{9}{4} &lt; m &lt; -2</math> : يوجد حلان مختلفان.</p>		
0,5	0,5	$A = 4 \int_{-1}^0 ((-x-2) - f(x)) dx = \left(2 - \frac{4}{e} + \frac{2}{e^2}\right) cm^2$	(7)	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني )
العلامة	مجزأة	
التمرين الأول ( 04 نقاط )		
1	0,25 0,25×3	$(1+i)^2 = 2i$ $z^2 = 8i$ تكافئ $z = -2 - 2i$ أو $z = 2 + 2i$ (1)
1,5	0,25×3	$z_B = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ ، $z_A = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ (أ) $z_C = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
	0,25 0,25×2	(ب) $ z_A  =  z_B  =  z_C  = 2\sqrt{2}$ النقط $A$ ، $B$ ، $C$ تنتمي إلى الدائرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها $2\sqrt{2}$
1	0,5 0,25×2	التحقق أن: $z_A - z_C = i(z_B - z_C) = 4$ لدينا: $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = i$ ومنه المثلث $ABC$ قائم في $C$ ومتساوي الساقين. (3)
0,5	0,25×2	$z_D = -6 + 2i$ تكافئ $\frac{z_A + z_D}{2} = z_C$ $z_E = -2 + 6i$ تكافئ $\frac{z_B + z_E}{2} = z_C$ (4)
التمرين الثاني ( 04 نقاط )		
1	0,5×2	عدد الحالات الممكنة: $C_6^2 = 15$ ، $P(E) = \frac{C_2^1 \times C_4^1}{C_6^2} = \frac{8}{15}$ (I) (1)
1	0,5×2	$P(\bar{F}) = 1 - P(F) = \frac{11}{15}$ ، $P(F) = \frac{C_2^2 + C_3^2}{C_6^2} = \frac{4}{15}$ (2)
1	0,5 + 0,25×2	الشجرة:  (II) (1)
1	0,25×2	(أ) احتمال الحصول على كرية حمراء في السحب الثاني هو $p_1$ حيث: $p_1 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{17}{45}$ (2)

	0,25×2	(ب) احتمال الحصول على كرية خضراء في السحب الأول علما أن الكرية الثانية المسحوبة حمراء هو $p_2$ حيث: $p_2 = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{2}{5}}{p_1} = \frac{12}{17}$											
التمرين الثالث ( 05 نقاط )													
0,5	0,25×2	(1) لدينا: $f'(x) = \frac{5}{(2x+1)^2}$ ومنه: $f$ متزايدة تماما.											
2	0,25×3	(أ) $u_1 = \frac{15}{7}$ و $u_2 = \frac{75}{37}$ ، التخمين: $(u_n)$ متناقصة تماما.											
	0,5+0,25	(ب) البرهان بالتراجع أن: $2 < u_n \leq 3$											
	0,5	(ج) $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(2-u_n)}{2u_n+1}$ ، $(u_n)$ متناقصة تماما.											
2	0,5	(أ) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_{n+1} = \frac{3}{5} v_n$ ، $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{3}{5}$											
	0,25×2	$v_0 = \frac{1}{3}$ و $v_n = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{5}\right)^n$											
	0,5	(ب) $S_n = \frac{1}{6}(3^{n+1} - 1)$											
	0,25×2	(ج) عبارة $u_n$ : $u_n = \frac{6}{3 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$											
0,5	0,25	(أ) التحقق أن: $\frac{6}{u_n} = 3 - \frac{1}{5^n}$											
	0,25	(ب) $T_n = 3(n+1) - \frac{5}{4} \left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right] = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n + 3n + \frac{7}{4}$											
التمرين الرابع ( 07 نقاط )													
0,5	0,5	(I) إشارة $g(x)$ : <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-4</td> <td><math>\alpha</math></td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	$x$	-4	$\alpha$	0	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-	0	+
$x$	-4	$\alpha$	0	$+\infty$									
$g(x)$	+	0	-	0	+								
0,5	0,25×2	(2) لدينا: $g(-2,5) = 0,3$ و $g(-2,4) = -0,22$ ومنه: $-2,5 < \alpha < -2,4$											
1	0,5×2	(II) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = -\infty$ ، تبيان أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$											
1,75	0,75	(أ) من أجل كل $x$ من $]-4; +\infty[$ ، $f'(x) = g(x)$											
	0,5	(ب) $f$ متناقصة تماما على $[\alpha; 0]$ ومتزايدة تماما على كل من $[0; +\infty[$ و $]-4; \alpha]$											

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$$(u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة بـ: } u_0 = 0 \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = \frac{4 - u_n}{2 + u_n}$$

(1) احسب الحدود  $u_1, u_2, u_3$  ثم برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n, 0 \leq u_n \leq 2$

$$(2) (v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 4}$$

(أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $-\frac{2}{3}$  ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

$$\text{ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي } n, u_n = \frac{5}{1 - v_n} - 4 \text{ ثم احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

(3) من أجل كل عدد طبيعي  $n$ , نضع:

$$T_n = \frac{1}{4 + u_n} + \frac{1}{4 + u_{n+1}} + \dots + \frac{1}{4 + u_{n+2024}} \quad \text{و} \quad S_n = v_n + v_{n+1} + \dots + v_{n+2024}$$

- احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $T_n$  بدلالة  $n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = x e^{-x+1} - 2$

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$		$g(1)$	-2

- احسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$

(II) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -2x + 3 - x e^{-x+1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , (وحدة الطول  $2cm$ ).

$$(1) \text{ أ) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

ب) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -2x + 3$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$  عند  $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للمنحني  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$

$$(2) \text{ أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي } x, f'(x) = g(x) - e^{-x+1}$$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$ , يُطلب تعيين معادلة له.

(4) أ) ارسم  $(\Delta)$ ,  $(T)$  و  $(C_f)$

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $f(x) = -2x + m$  حلين مختلفين.

$$(5) \text{ أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: } \int_0^1 x e^{-x+1} dx = e - 2$$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع  $\mathcal{A}$  مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين

معادلتاهما:  $x = 0$  و  $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

		جدول التغيرات:																		
	0,5	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td colspan="5"> </td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$						
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$0$	$+\infty$																
$f'(x)$	+	0	-	0	+															
$f(x)$																				
	0,25x2	(أ) $f(x)=0$ تكافئ $x \in \{-3;0\}$																		
	0,25x2	(ب) $f(4)=6\ln 2 \simeq 4,2$ ، $f(2)=\frac{2}{3}\ln 6 \simeq 1,2$ رسم $(C_f)$ : 																		
1,75	0,75		(3)																	
0,5	0,5	للمعادلة: $f(x)=\ln m$ ثلاثة حلول مختلفة من أجل $1 < m < e^{f(\alpha)}$	(4)																	
	0,5	(أ) تبين أنه: من أجل كل $x$ من $[-3;0]$ ، $h(x) - f(x) \geq 0$																		
1	0,5	(ب) حساب مساحة: $\mathcal{A} = \int_{-3}^0 \frac{\ln(x+4)}{x+4} dx = 2(\ln 2)^2$ u.a	(5)																	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.