الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — الدورة: 2026

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأوّل

### التمرين الأوّل: ( 04 نقاط )

I) يحتوي كيس على 9 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس منها: كريّتان تحملان الرّقم 1 وأربع كريّات تحمل الرّقم 2 وثلاث كريّات تحمل الرّقم 3 . نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريّات في آن واحد ونعتبر الحوادث:

$A$ : « سحب ثلاث كريّات تحمل نفس الرّقم » ، $B$ : « سحب ثلاث كريّات أرقامها مختلفة مثنى مثنى »

$C$ : « سحب ثلاث كريّات مجموع أرقامها عدد زوجي »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث $A$ ، $B$ و $C$ على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap C)=\frac{1}{21}$ ثمّ استنتج $P_A(C)$

2) $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الكريّات التي تحمل الرّقم 2

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

II) نضيف إلى محتوى الكيس السّابق $n$ كريّة تحمل الرّقم 1 ثمّ نسحب منه كريّتين على التوالي دون إرجاع.

- عيّن قيمة $n$ حتى يكون احتمال الحصول على كريّتين لا تحمل أيّ منهما الرّقم 1 يساوي $\frac{1}{5}$

### التمرين الثّاني: ( 04 نقاط )

I) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ الآتية: $(iz+4)(z^2-4z+16)=0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب $z_A$ ، $z_B$ ، $z_C$ و $z_D$ حيث: $z_A=4$ ، $z_B=iz_A$ ، $z_C=2-2i\sqrt{3}$ و $z_D=-iz_C$

1) أ) اكتب كلّا من $z_B$ ، $z_C$ و $z_D$ على الشّكل المثلثي.

ب) علّم النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ ثمّ تحقّق أنّها تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

2) أ) برّر أنّ: $z_D-z_B=\sqrt{3}(z_C-z_A)$ ثمّ استنتج أنّ المستقيمين $(BD)$ و $(AC)$ متوازيان.

ب) بيّن أنّ: $|z_B-z_A|=|z_D-z_C|$

جـ) استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ ثمّ عيّن لاحقة النقطة $G$ مركز ثقله.

3) تحقّق أنّ: $z_D-z_A=i(z_B-z_C)$ ثمّ عيّن الأعداد الطبيعيّة $n$ حتى يكون $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا.

**التمرين الثّالث: ( 05 نقاط )**

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ المعرّفة على المجال $]-2\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{4x}{x+2}$

2) $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) احسب $u_1$ و $u_2$ ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_n>2$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

3) $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يُطلب كتابة $v_n$ بدلالة $n$

ب) عبّر عن $u_n$ بدلالة $n$ ثمّ احسب نهاية المتتالية $(u_n)$

4) نضع: من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}$

- احسب $S_n$ بدلالة $n$ ثمّ استنتج أنّ: $T_n=\dfrac{1}{2}n+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$



**التمرين الرّابع: ( 07 نقاط )**

I) $g$ الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x-2-4\ln x$

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة $g$ وشكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) احسب $g(1)$ ثمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا $\alpha$ في المجال $]3,5\,;3,6[$

ب) استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$

II) $f$ الدّالة المعرّفة على $[0\,;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كلّ $x>0$ ، $f(x)=x^2+2x-4x\ln x$

$(c_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، فسّر النتيجة هندسيا واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x>0$ ، $f'(x)=g(x)$ ثمّ استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ وشكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ $(c_f)$ يقبل نقطة انعطاف $A$ ، يُطلب تعيين إحداثييها.

ب) عيّن معادلة لـ$(T)$ مماس المنحني $(c_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 2

4) أ) ارسم $(T)$ و $(c_f)$ ( نأخذ: $f(\alpha)\simeq 1,7$ )

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول.

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\displaystyle\int_1^e x\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{4}$

ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ$(c_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الأوّل

# الموضوع الثاني

## التمرين الأوّل: ( 04 نقاط )

I) يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس ذات الألوان الأخضر، الأحمر والأبيض.

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كريّة واحدة ونُعرّف قانون احتمال هذه التجربة بالجدول الآتي:

| الكريّة المسحوبة | خضراء | حمراء | بيضاء |
|---|---|---|---|
| الاحتمال | $\frac{1}{10}$ | $a$ | $2a$ |

حيث $a\in\mathbb{R}$

- احسب قيمة $a$ ثمّ استنتج عدد كلّ من الكريّات الخضراء ، الحمراء ، البيضاء.

II) نفرض أنّ الكيس يحتوي على كريّة واحدة خضراء ، 3 كريّات حمراء و 6 كريّات بيضاء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريّات من هذا الكيس ونعتبر الحوادث:

$A$ : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط » ، $B$ : « الحصول على كريّتين بالضبط من نفس اللّون »

$C$ : « الحصول على ثلاث كريّات ليست كلّها من نفس اللّون »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث $A$ ، $B$ و $C$ على الترتيب.

ب) احسب احتمال الحصول على كريّتين بيضاوين علما أنّنا لا نحصل على الكريّة الخضراء.

2) $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الألوان التي تحملها الكريّات المسحوبة.

- بيّن أنّ: $P(X=2)=\frac{27}{40}$ وعيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

## التمرين الثّاني: ( 04 نقاط )

1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ الآتية: $z^2+\alpha z+4=0 \ ... \ (E)$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي.

أ) احسب $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2$ ثمّ استنتج الجذرين التربيعيين للعدد $-2-2i\sqrt{3}$

ب) عيّن $\alpha$ حتى يكون العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حلّا للمعادلة $(E)$ ثمّ استنتج حلّها الآخر.

2) نعتبر الأعداد المركبة $z_1$ ، $z_2$ و $z_3$ حيث: $z_1=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_2=-1-i\sqrt{3}$ و $z_3=\sqrt{2}(1-i)$

أ) اكتب كلّا من $z_1$ ، $z_2$ و $z_3$ على الشّكل المثلثي.

ب) استنتج الشّكل المثلثي للعدد المركب $L$ حيث: $L=\frac{z_1\times z_3}{z_2}$

ج) اكتب $L$ على الشّكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\frac{13\pi}{12}$ و $\sin\frac{13\pi}{12}$

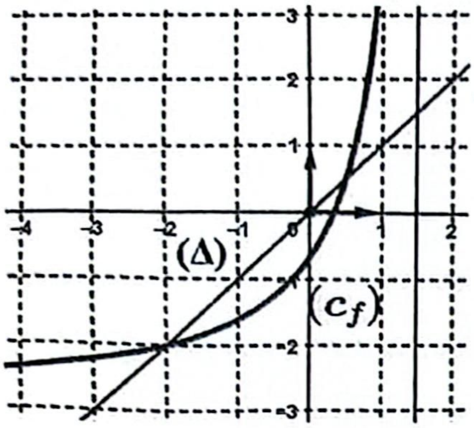
## التمرين الثّالث: ( 05 نقاط )

$f$ الدّالة المعرّفة على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ بـ: $f(x)=\frac{-6x+2}{2x-3}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) بقراءة بيانية، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ وبرّر أنّه: من أجل كلّ $x$ من $[-2\,;0]$ ، $f(x)-x\leq 0$




2) أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ ( دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ).

ب) خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $-2<u_n\leq 0$

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

4) $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{4+2u_n}{1-2u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{2}{7}$ ، يُطلب كتابة عبارة $v_n$ بدلالة $n$

ب) عبّر عن $u_n$ بدلالة $n$ ثمّ احسب نهاية المتتالية $(u_n)$

5) $(w_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=\ln(v_n)$

أ) بيّن أنّ المتتالية $(w_n)$ حسابية، يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_0+w_1+\cdots+w_n=\frac{1}{2}(n+1)\left[(\ln 2-\ln 7)n+4\ln 2\right]$

**التمرين الرّابع: ( 07 نقاط )**

$f$ الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=1+\dfrac{5-4e^x}{e^{2x}-1}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثمّ فسّر النتائج هندسيا.

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=\dfrac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x)+f(x)=-3$ وفسّر النتيجة هندسيا ثمّ ارسم المنحني $(C_f)$

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=-4+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{9e^x}{1+e^x}-\dfrac{e^x}{1-e^x}\right)$

ب) احسب بدلالة $\lambda$ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بـ$(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $y=-4$ ، $x=\lambda$ و $x=-\ln 2$ حيث: $\lambda<-\ln 2$ ثمّ احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathcal{A}(\lambda)$

5) $g$ الدّالة المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(\ln x)$

- تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x>1$ ، $g(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x^2-1}$ وحدّد اتّجاه تغيّر الدّالة $g$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

انتهى الموضوع الثّاني